

ESTRUCTURAS DE BIELAS

Son aquellas en que la forma es independiente del sistema de cargas, los esfuerzos internos siguen axialmente los ejes de los elementos que la componen.

CAPÍTULO 1. Estructuras analizables en el plano.



1. PIEZAS.

Son barras de longitud predominante en relación a las dimensiones de las secciones (pueden ser perfiles, tubos de acero, escuadrías de madera...). En general, las barras ofrecen muy poca resistencia a las deformaciones transversales; en el sentido longitudinal ofrecen resistencias importantes a la tracción, alargándose, o a la compresión, acortándose (en este caso habrá que considerar la disminución de la resistencia a la compresión por posibles problemas de inestabilidad de la forma en relación a la esbeltez).

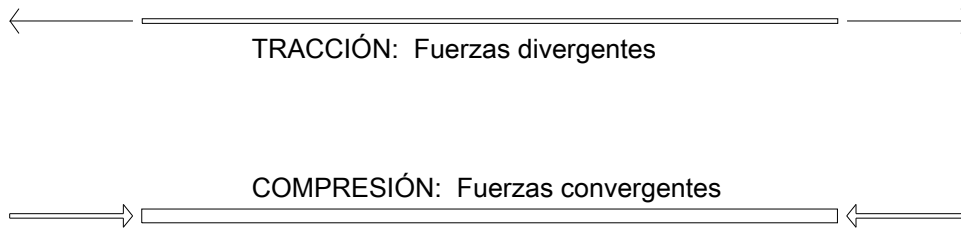


Figura 1

Es decir, que si se desprecia el peso propio de cada barra se concluirá que éstas transmitirán principalmente esfuerzos axiales. Puede suceder que frente a diferentes estados de carga la barra trabaje a tracción en un caso, a compresión en otro.

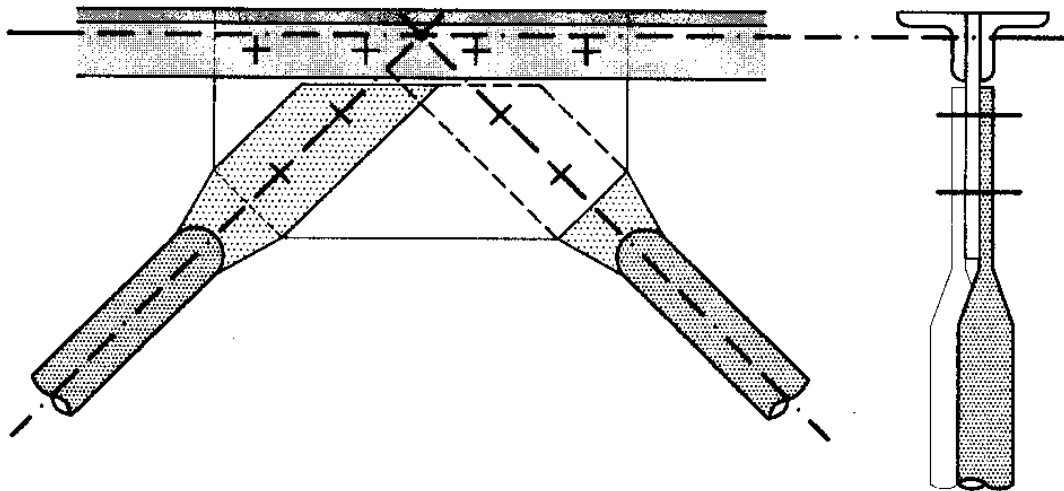
2. NUDOS.

El nudo es en principio la articulación donde concurren varias barras traccionadas y/o comprimidas. En la construcción real generalmente no se realizan los nudos articulados. Las barras se unen entre ellas o sobre una pieza especial claveteadas, abulonadas, atornilladas o soldadas (ver las figuras de las páginas siguientes). Una unión real no articulada transmite acciones no solamente axiales produciéndose deformaciones de segundo orden que no consideraremos.

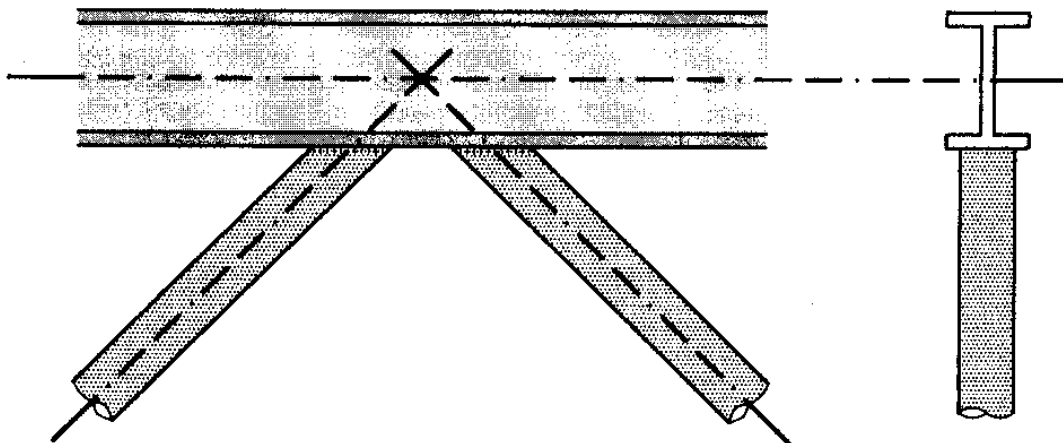
3. NATURALEZA DE SUS APOYOS.

Un apoyo es un nudo del reticulado completado con un dispositivo de unión con el resto de la estructura, tal que pueda asegurar las reacciones necesarias para equilibrar las acciones que actúan sobre él.

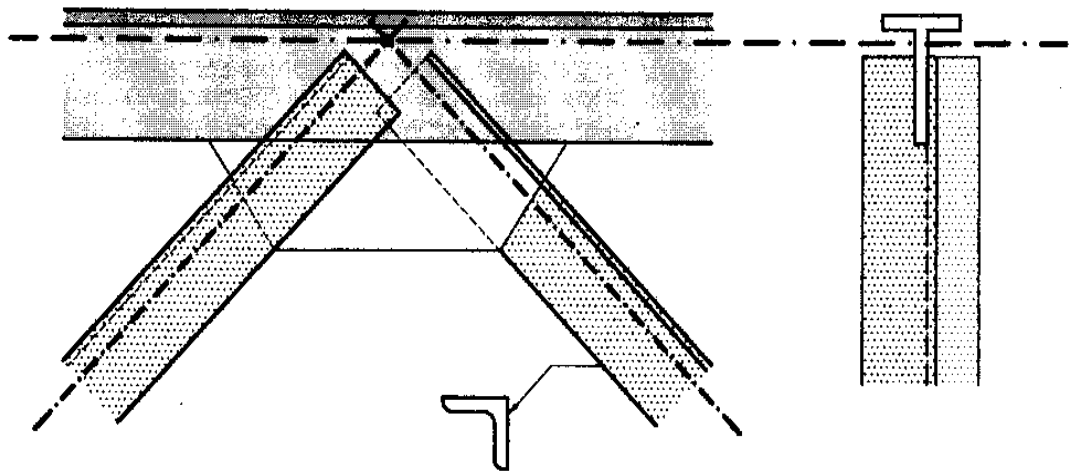
De estas tres características, aunadas con el criterio de aplicación de las cargas exclusivamente en los nudos, resulta que las piezas constitutivas de la estructura son bielas; por lo tanto trabajan exclusivamente a **fuerza axil** en compresión o tracción, produciendo acortamiento o alargamiento en cada barra.



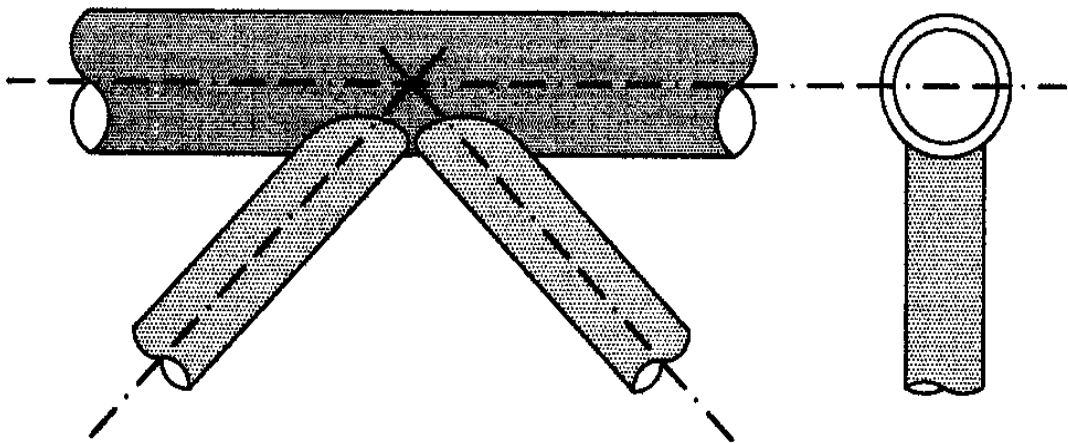
- NUDO: UNION DE TUBOS DE SECCION CIRCULAR DE EXTREMOS ACHATADOS CON DOS PERFILES L MEDIANTE PLANCHUELA CON REMACHES O ABULONADA



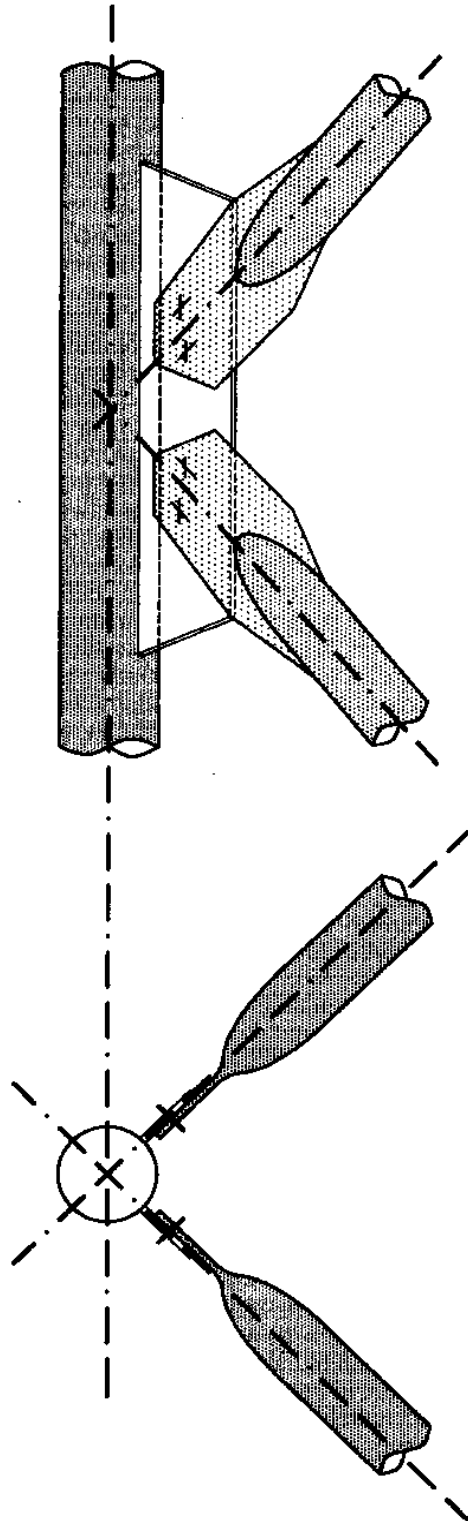
- NUDO: UNION SOLDADA DE PERFIL DOBLE T CON TUBO DE SECCION CIRCULAR



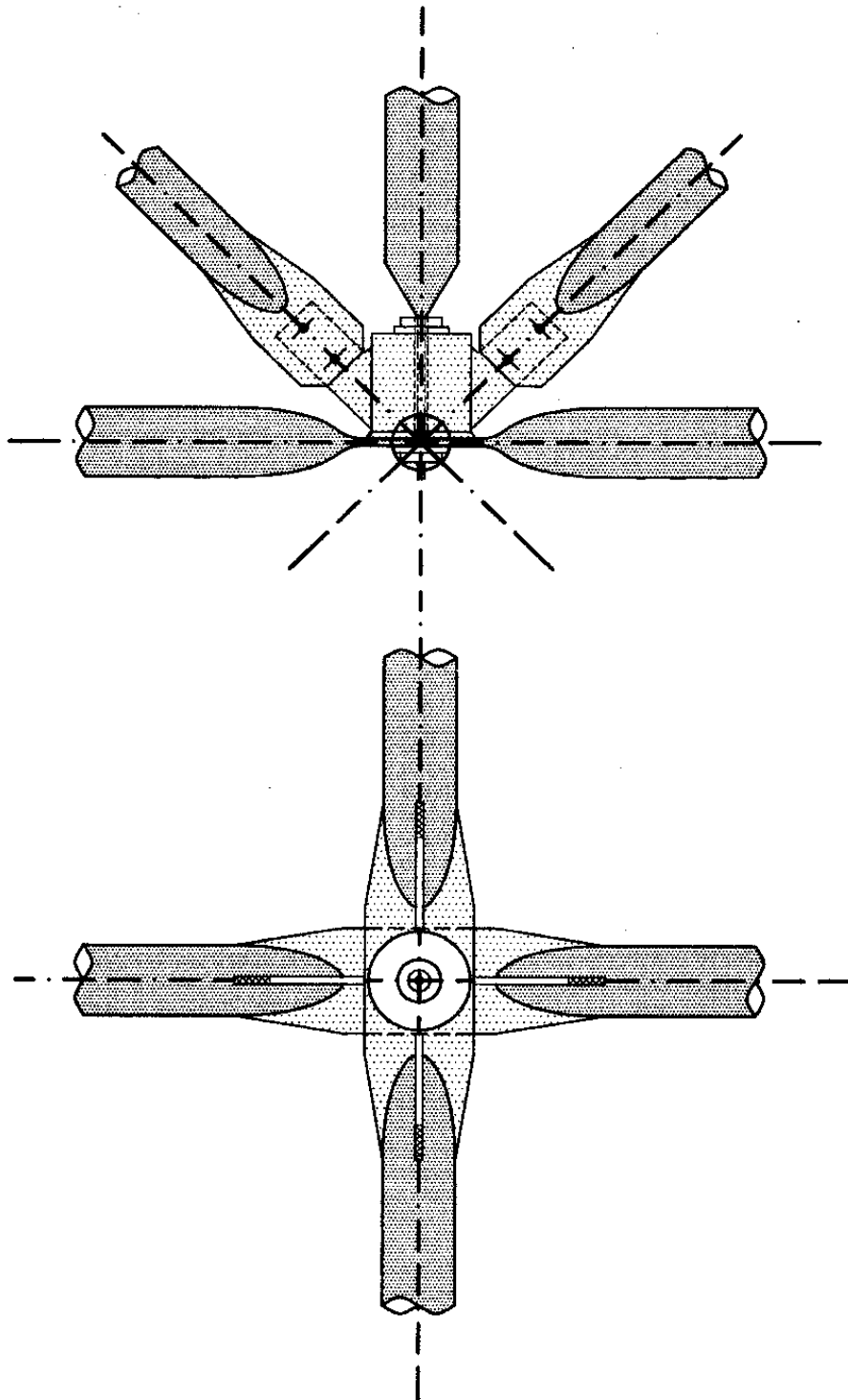
- NUDO: UNION DE PERFIL T CON PERFILES L
MEDIANTE PLANCHUELA SOLDADA



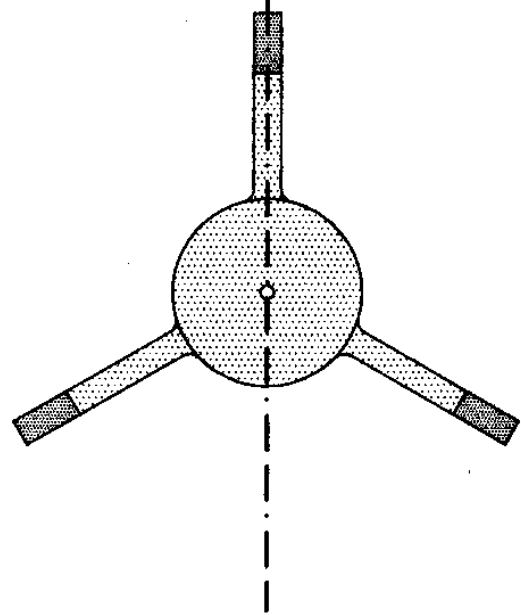
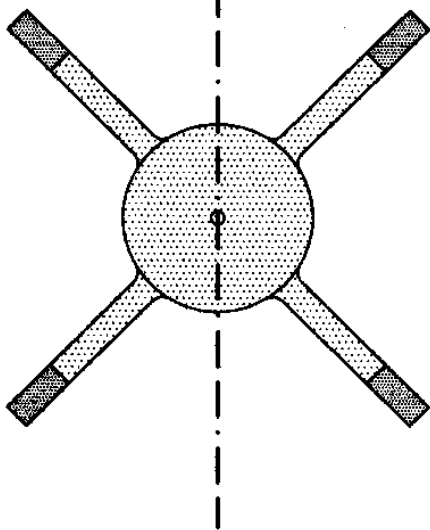
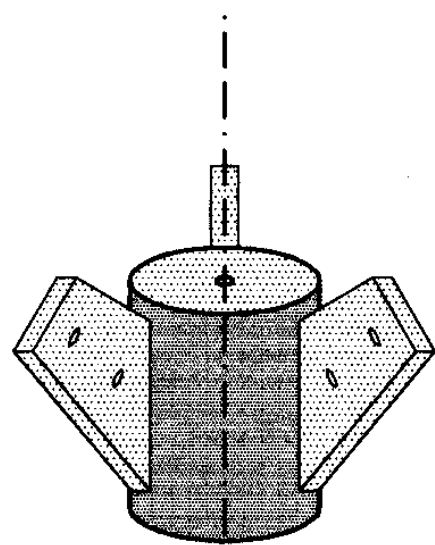
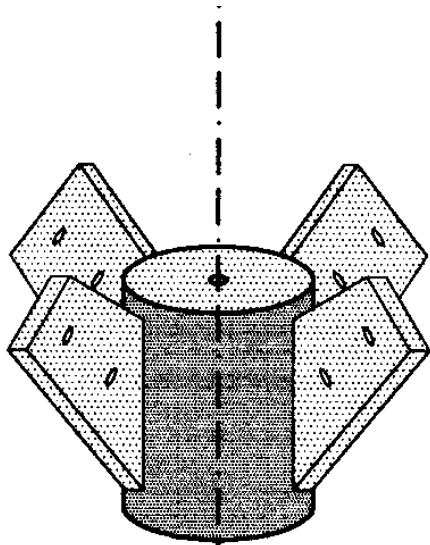
- NUDO: UNION SOLDADA DE TUBOS DE SECCION
CIRCULAR



- NUDO: UNION PARA ESTRUCTURA ESPACIAL
MEDIANTE PLANCHUELA A 90 GRADOS
REMACHADA O ABULONADA



- NUDO: PARA ESTRUCTURA ESPACIAL CON CONECTOR METALICO ESPECIFICO



- VARIANTE DE CONECTOR

4. CONFIGURACIÓN GEOMÉTRICA.

Si se trabaja con estructuras reticuladas analizables en un plano, la unidad geométrica básica será el triángulo. Generamos el reticulado como un conjunto de triángulos unidos consecutivamente en dos vértices. Si se trata de construir una estructura con un cuadrilátero como unidad geométrica básica, con sus nudos articulados, resulta no equilibrable estructuralmente para algunos estados de carga.

En un triángulo equilibrado globalmente es posible el equilibrio de las partes (barras, nudos) y la estabilidad de la forma (ver *fig. 4*); por lo que si al cuadrilátero se le agrega una diagonal, se llega a una estructura equilibrada globalmente y en sus partes, que sólo presentarán deformaciones de segundo orden por acortamientos y/o alargamientos de sus barras.

Con este principio básico se generan los reticulados planos. Dichos reticulados pueden ser isostáticos, externa e internamente, si puede resolverse el equilibrio global y el de las partes con las ecuaciones de equilibrio, sin tener en cuenta las deformaciones (desplazamientos y/o giros). Si se agrega al cuadrilátero sus dos diagonales, la estructura será hiperestática internamente, a pesar de que su equilibrio global pueda ser resuelto con las ecuaciones de equilibrio.

Si en la figura última se asimilase los dos apoyos a articulaciones fijas, la estructura sería hiperestática interna y externamente.

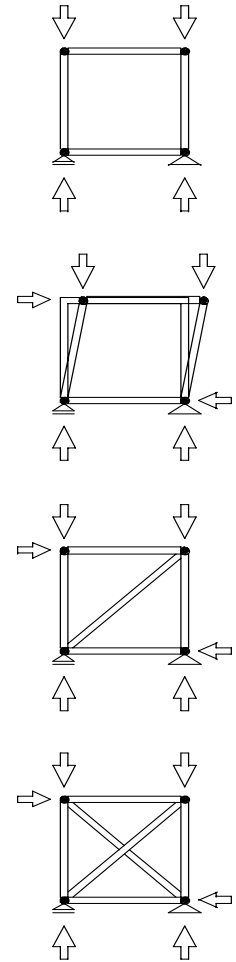


Figura 2

La **condición de rigidez** para que un reticulado plano sea estrictamente indeformable, es que el número de barras debe ser igual al doble del número de nudos menos tres

$$b = 2n - 3$$

Esta condición de rigidez es necesaria, pero no suficiente. Es necesario que no existan barras superfluas o que parte del sistema tenga posibilidad de sufrir desplazamientos relativos con respecto a la parte restante. Para asegurarse que la distribución de las barras sea conveniente, bastaría con construir el reticulado a partir del triángulo base, mediante la generación de parejas de barras para fijar cada nuevo nudo.

5. MODELOS.

El **modelo funcional** de un reticulado de barras será :

- ejes de las barras concurriendo a un punto (nudo ideal), asimilable a una articulación, estos ejes están definidos por el lugar geométrico de los centros de gravedad de las secciones);
- acción externa (fuerza puntual), pasando también por ese punto.

En estas condiciones, existe una débil resistencia a la rotación relativa de las barras en los nudos, una débil resistencia a la rotación global del nudo por curvatura de las barras (por tener rigidez transversal casi nula) por lo que el **modelo de comportamiento teórico** es el del trabajo de las barras solicitadas por fuerzas axiales de tracción o compresión.

Se considerará un **modelo de material** homogéneo, continuo e isótropo, como lo hemos venido haciendo hasta ahora, con las bondades que se sabe tiene para analizar el comportamiento del acero, y apto para el análisis de la madera, sobre todo en el caso del trabajo en tracción o compresión simple, siempre en el sentido longitudinal de sus fibras. Cuando resulte necesario se realizarán precisiones que comprendan el alejamiento del comportamiento de la madera del modelo para el trabajo en flexión por ejemplo.

6. ANÁLISIS DEL EQUILIBRIO DE UNA UNIDAD GEOMÉTRICA ELEMENTAL

En principio, se reduce el estudio al equilibrio de tres barras del reticulado unidas entre sí generando un triángulo. Se tienen tres nudos A, B y C que a su vez reciben acciones representadas por fuerzas con total generalidad, dentro del plano (F_1, F_2, F_3).

Las tres fuerzas externas en nuestra hipótesis de equilibrio de la estructura están en equilibrio y por lo tanto son concurrentes. La suma vectorial de las fuerzas debe dar un sistema nulo con un polígono vectorial cerrado.

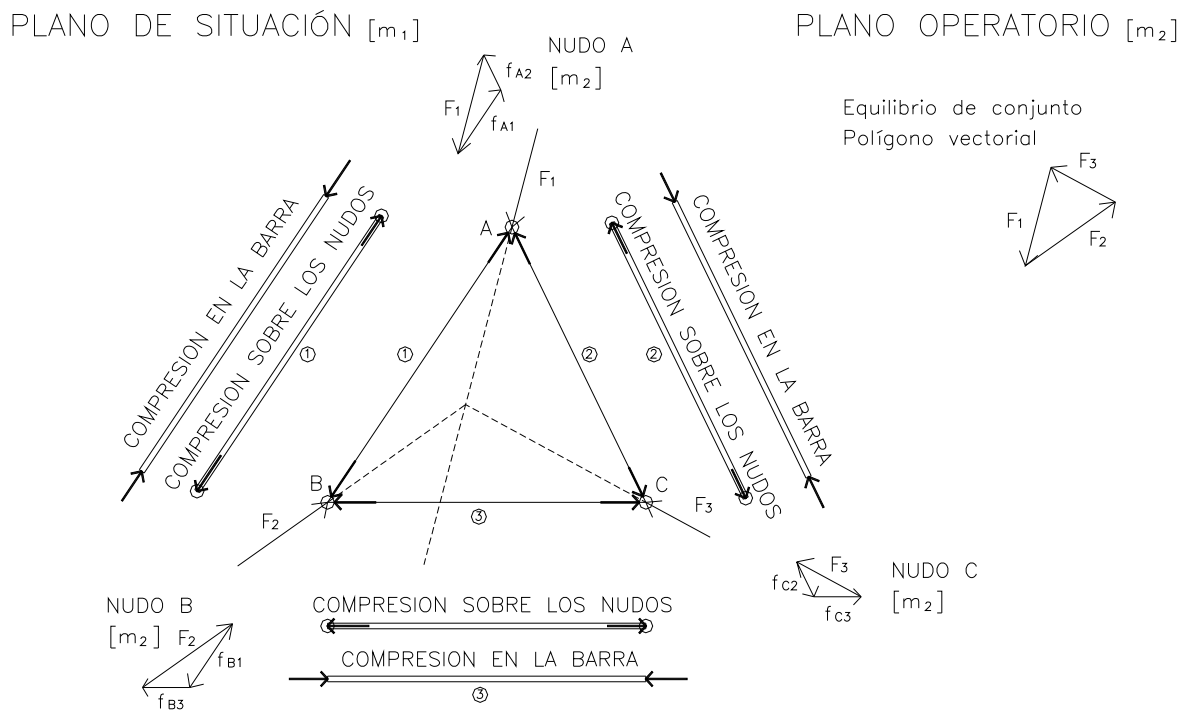


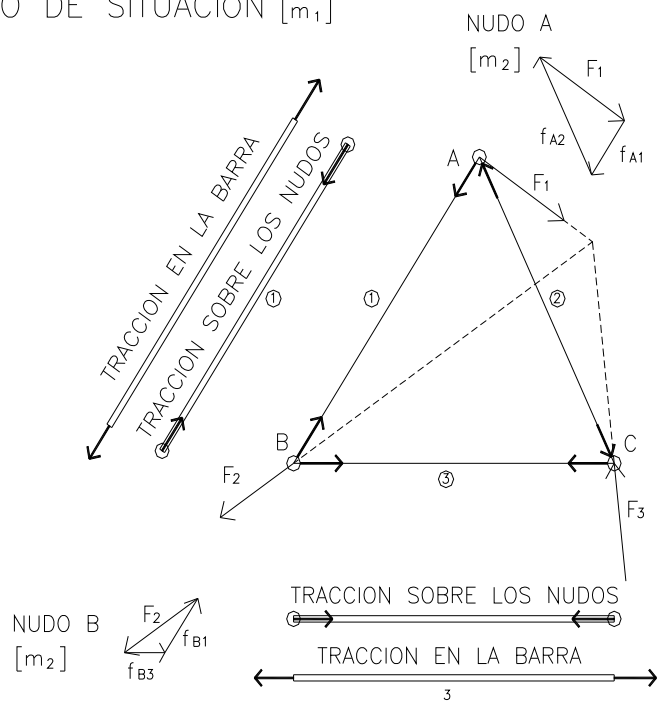
Figura 3

Si se separa cada nudo de la estructura, a él llegan los esfuerzos axiales de las dos barras que concurren más la fuerza externa aplicada en el mismo. Nuevamente las tres fuerzas deben dar un sistema nulo.

Como son concurrentes, alcanza con asegurar que el polígono vectorial de dichas fuerzas sea cerrado. Como se conoce la dirección de las fuerzas, (F_1, F_2 o F_3 , según el nudo que analicemos) se pueden determinar los esfuerzos que transmiten las barras al nudo. Por el principio de acción y reacción dicho esfuerzo resulta igual y contrario al esfuerzo que el nudo transmite a la barra. En este simple análisis se determina como está trabajando cada barra, la cual también estará en equilibrio.

En la figura resultó que las tres barras están comprimidas, pero si varían las sollicitaciones externas ello puede cambiar como se observa si se repite el análisis en esta nueva situación.

PLANO DE SITUACIÓN $[m_1]$



PLANO OPERATORIO $[m_2]$

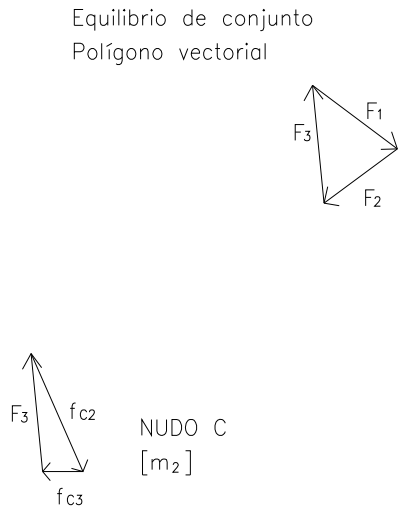


Figura 4

En el análisis anterior se estudia primero el equilibrio global (F_1 , F_2 y F_3 , concurrentes y con resultante nula). Luego se estudia el equilibrio en cada nudo lo que muestra el trabajo de cada barra (equilibrio de las partes).

De la misma forma se procede para estudiar una estructura. Primero se estudia el equilibrio global. Una vez estudiado el equilibrio global de la pieza, podría estudiarse, sucesivamente el equilibrio en cada nudo, llegando a conocer como está trabajando cada uno y por tanto cada barra. Si no existen barras en exceso y está resuelto el equilibrio global se puede recorrer este camino conocido como **método de los nudos**.

MÉTODOS DE ANÁLISIS DE LOS ESFUERZOS INTERNOS

7. MÉTODOS DE ANÁLISIS DE EQUILIBRIO NODAL.

A. Métodos de los nudos.

En todos los casos se parte de que se ha resuelto el equilibrio global. La estructura obedece al modelo descrito con el mínimo número de barras necesarias (isostática), por lo que siempre va a haber un nudo al que lleguen dos barras con esfuerzos desconocidos (incógnitas) y no más de dos. El modelo obedecerá a una estructura con isostaticidad interna. Ello permite resolver el equilibrio de ese nudo gráfica o analíticamente, determinando por tanto el trabajo de las dos barras. A partir de ello se puede seguir nudo a nudo con el mismo análisis hasta obtener los esfuerzos en toda la estructura.

B. Método de Cremona (1830-1903).

Aplica con ingeniosidad el método de los nudos resolviendo gráficamente, en un trazado único el problema de forma de facilitar la "lectura" posterior de los esfuerzos de cada barra.

Sea una cercha sometida a un sistema de fuerzas exteriores F_1, F_2, F_3 .

Se halla la estabilidad de conjunto, o sea el equilibrio global con las reacciones en A y B. Si el sistema de fuerzas es simétrico y si el plano de deslizamiento en B es horizontal, R_B será vertical, y como no hay fuerzas horizontales, será $\sum F_H=0$. Para que se cumpla $\sum F_V=0$, R_A debe ser vertical, e igual por simetría a R_B .

$$R_A + R_B + \sum F = 0$$

$$R_A + R_B = - (F_1 + F_2 + F_3)$$

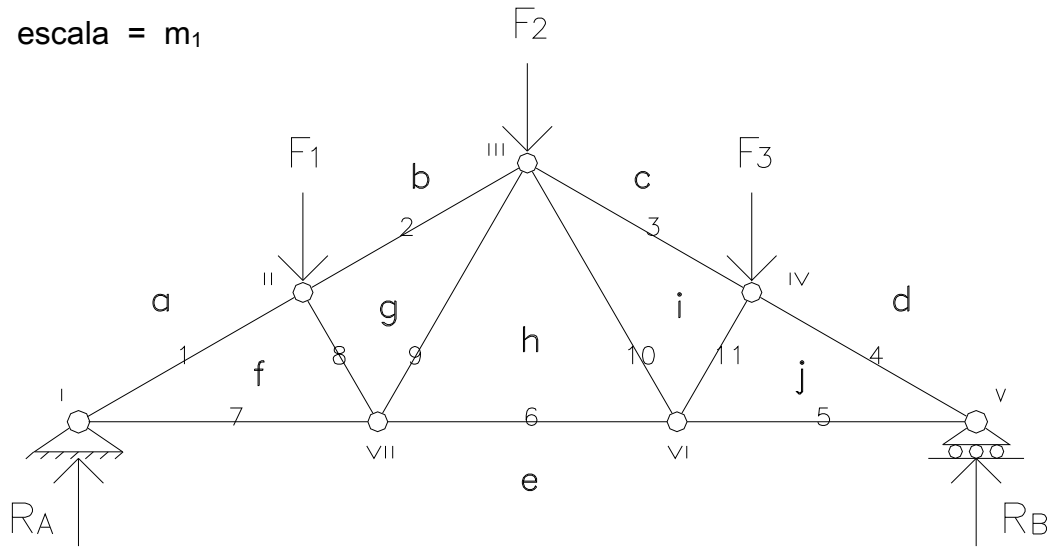
$$R_A = R_B = - \frac{(F_1 + F_2 + F_3)}{2}$$

Si el sistema de fuerzas no fuera simétrico tendría que utilizar las tres ecuaciones de equilibrio:

$$\sum F_V=0 \quad \sum F_H=0 \quad \sum M=0$$

PLANO DE SITUACIÓN

escala = m_1



PLANO OPERATIVO

Poligonal vectorial

escala = m_2

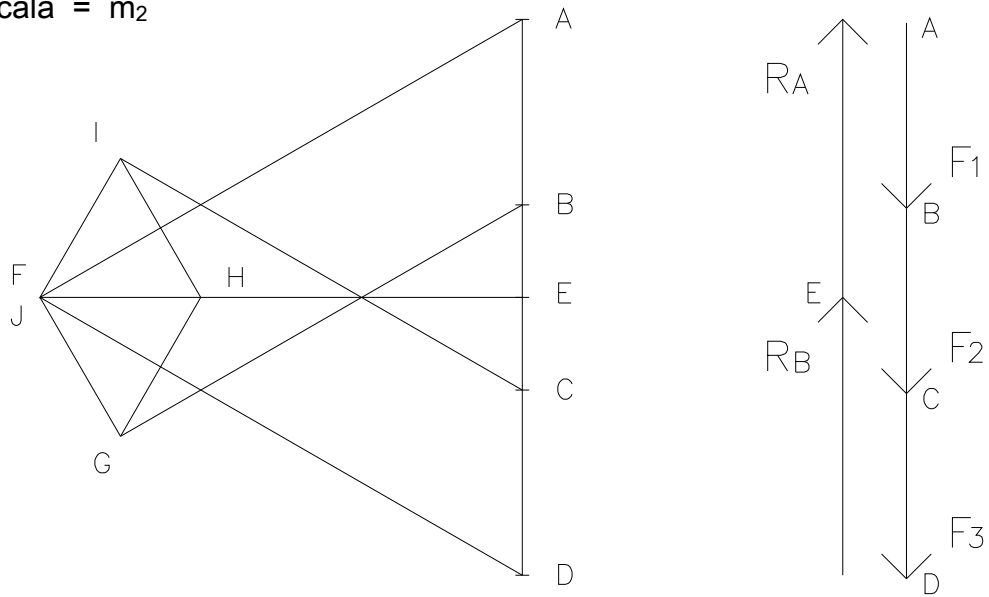


Figura 5

Se halla el equilibrio de las partes, se estudia un diagrama de conjunto llamado DIAGRAMA DE CREMONA, basado en el estudio de equilibrio de nudos.

El diagrama consta de los siguientes pasos:

1°) **Notación de las barras**, comenzando por la izquierda en el sentido de las agujas del reloj, partiendo de las barras exteriores, pasando luego a las interiores.

2°) **Notación de los espacios** entre las fuerzas, identificando cada fuerza exterior y cada fuerza interior (en la barra) como un límite entre dos espacios.

Se ha de seguir el mismo orden anterior, comenzando por la reacción a la izquierda, nominando primero los espacios exteriores para luego seguir con los interiores, siempre de izquierda a derecha.

3°) **Trazado del polígono vectorial**. En el orden de la notación anterior, comienza Cremona a dibujar las fuerzas exteriores. O sea, F_1 , entre los espacios a y b , luego F_2 entre b y c , F_3 entre c y d , R_B entre d y e , R_A entre e y a .

Para trazar y hallar las fuerzas interiores partimos del criterio de que la fuerza es el límite entre dos espacios. Se conoce de la fuerza f_1 su dirección (que es la de la barra 1), se desconoce su sentido e intensidad. Lo mismo se puede afirmar respecto a la fuerza f_7 , de la barra 7. Se traza en el polígono vectorial la paralela a la barra 1 a partir de a , y la paralela a la barra 7 a partir de e . La intersección nos da f . Se puede entonces, conociendo dos campos, el a y el e , hallar uno desconocido f y determinar las intensidades de f_1 y f_7 , fronteras de a y f , y de f y e respectivamente.

Ahora se conoce f y b . Se halla g en la intersección de la paralela a la barra 8 trazada por f en el polígono vectorial, y la paralela a la barra 2 trazada por b . Se halla f_2 y f_8 .

Se puede hallar h por las paralelas a la barra 9 por g , a la barra 6 por e . Se halla entonces las intensidades de f_6 y f_9 .

Se seguiría el procedimiento del mismo modo con i y j , pero aprovechando la simetría de la estructura se puede completar la lectura de las fuerzas en las barras 3, 4, 5, 10 y 11.

4°) **Interpretación de los resultados y cuadro de valores**.

Se conoce ahora la dirección y la intensidad de la fuerza de cada barra.

Para conocer su sentido hay que situarse en cada nudo y girar, para pasar de un espacio a otro, en el sentido de las agujas del reloj, sentido en el cual Cremona hizo su notación para obtener el equilibrio nodal. Ubicados en el nudo I se pasa primero de a a f , rehaciendo sobre el nudo el movimiento del polígono vectorial se comprime el nudo: la barra 1 está comprimida. Se pasa luego de f a e , se tracciona el nudo: la barra 7 está traccionada. Se repite para cada nudo el procedimiento antedicho y se va entonces obteniendo las sollicitaciones en cada barra.

Barra	Compresión	Tracción	Longitud	Sección	σ_{real}	σ_{euler}
1	f_1 daN		L_1 cm	C cm ²	daN / cm ²	daN / cm ²
2	f_2 daN		L_2 cm	C cm ²	daN / cm ²	daN / cm ²
3	f_3 daN		L_3 cm	C cm ²	daN / cm ²	daN / cm ²
4	f_4 daN		L_{4_1} cm	C cm ²	daN / cm ²	daN / cm ²
5		f_5 daN		T cm ²	daN / cm ²	
6		f_6 daN		T cm ²	daN / cm ²	
7		f_7 daN		T cm ²	daN / cm ²	
8	f_8 daN		L_8 cm	C cm ²	daN / cm ²	daN / cm ²
9		f_9 daN		T cm ²	daN / cm ²	
10		f_{10} daN		T cm ²	daN / cm ²	
11	f_{11} daN		L_{11} cm	C cm ²	daN / cm ²	daN / cm ²

En este caso, como la estructura y las cargas son simétricas, $f_1=f_4$, $f_2=f_3$, $f_5=f_7$, $f_8=f_{11}$, $f_9=f_{10}$.

DISEÑO DE LAS SECCIONES

Para este diseño, una vez elegidos la forma y el material se ha de analizar separadamente las barras traccionadas y las barras comprimidas. Lo que se estudiará será la sección mínima, ya que el diseño se integrará a la concepción total de dicha estructura en el espacio.

Barras traccionadas.

Se trata, por ejemplo, de las barras 5, 6, 7, 9 Y 10. Las barras traccionadas se diseñarán iguales, de sección circular llena en acero común.

$$f_d \text{ acero común} = 1400 \text{ daN/cm}^2$$

$$S_4(\text{cm}^2) = S_5 = \frac{f_5(\text{daN})}{1400(\text{daN}/\text{cm}^2)}$$

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \therefore d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \phi \quad (\text{éste sería el diámetro mínimo})$$

Se observa que en este caso las longitudes de las barras no intervienen en el estudio de la sección.

Barras comprimidas.

Se dispone que el cordón comprimido, barras 1, 2, 3 y 4 sean iguales de sección tubular, en acero común.

$$f_d \text{ acero común} = 1400 \text{ daN/cm}^2$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma = \frac{F}{A} < \sigma_{d \text{ EULER}} \leq f_d \\ \sigma_{d \text{ EULER}} = \frac{f_d}{\omega} \end{array} \right\} \frac{F}{A} < \frac{f_d}{\omega} \leq f_d$$

$$A = \frac{F}{f_d} \cdot \omega$$

$$\lambda = \frac{l_0}{i_{\min}} \quad l_0 = l_{\text{real}} \cdot \alpha$$

Como se estudió en las barras comprimidas, el coeficiente ω depende de la esbeltez λ y por tanto de la longitud de la barra, la forma, dimensiones de la sección y condición de vínculos α (ver **anexo 1** primer acercamiento al estudio de la compresión).

Hay que hacer un predimensionado y después tantear. Con el área mínima de acero se busca la sección tubular adecuada en las tablas que proporcionen los fabricantes (ver **anexo 2** con selección de tablas y ábacos del ICE).

Se observa en el diagrama de Cremona que f_1 y f_4 son mayores que f_2 y f_3 , teniendo estas últimas mayor longitud, habrá que estudiar los dos casos.

Nos basaremos en los diagramas de Cremona para revisar el funcionamiento de algunas estructuras de bielas.

(tomado de "Sistemas de Estructuras" de Heinrich Engel).

Sistema de transmisión vectorial.

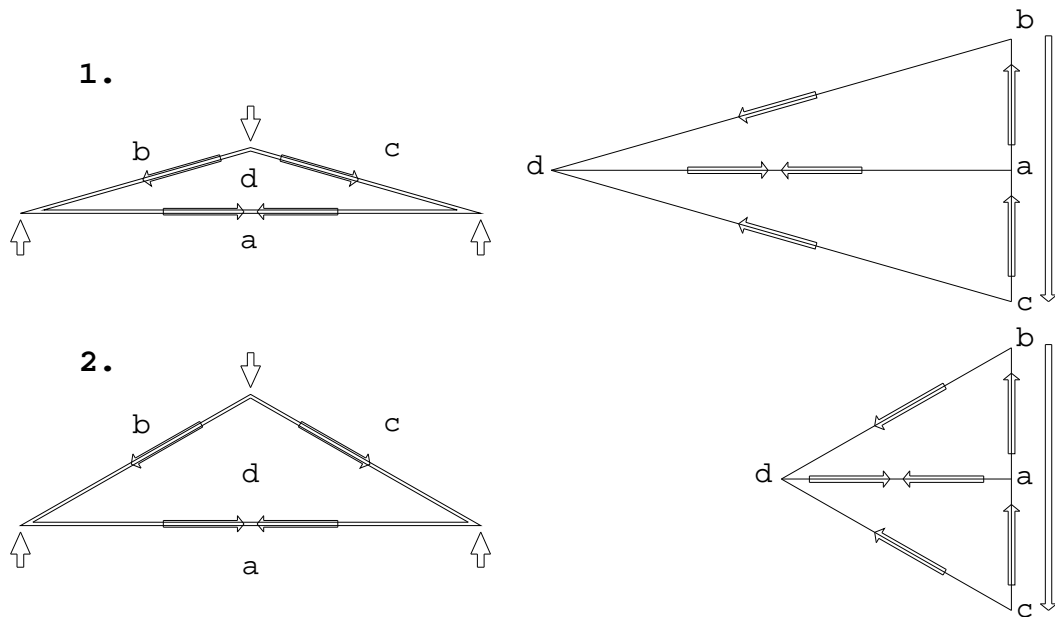


Figura 6

1. **Altura reducida** : los esfuerzos de las barras se incrementan porque su componente en la dirección de la fuerza exterior es pequeña y resulta un ángulo poco eficaz.

2. **Altura aumentada** : los esfuerzos en las barras decrecen porque su componente en dirección a la fuerza exterior es grande, el ángulo resulta más eficaz.

Influencia de la altura de la cercha en los esfuerzos de las barras.

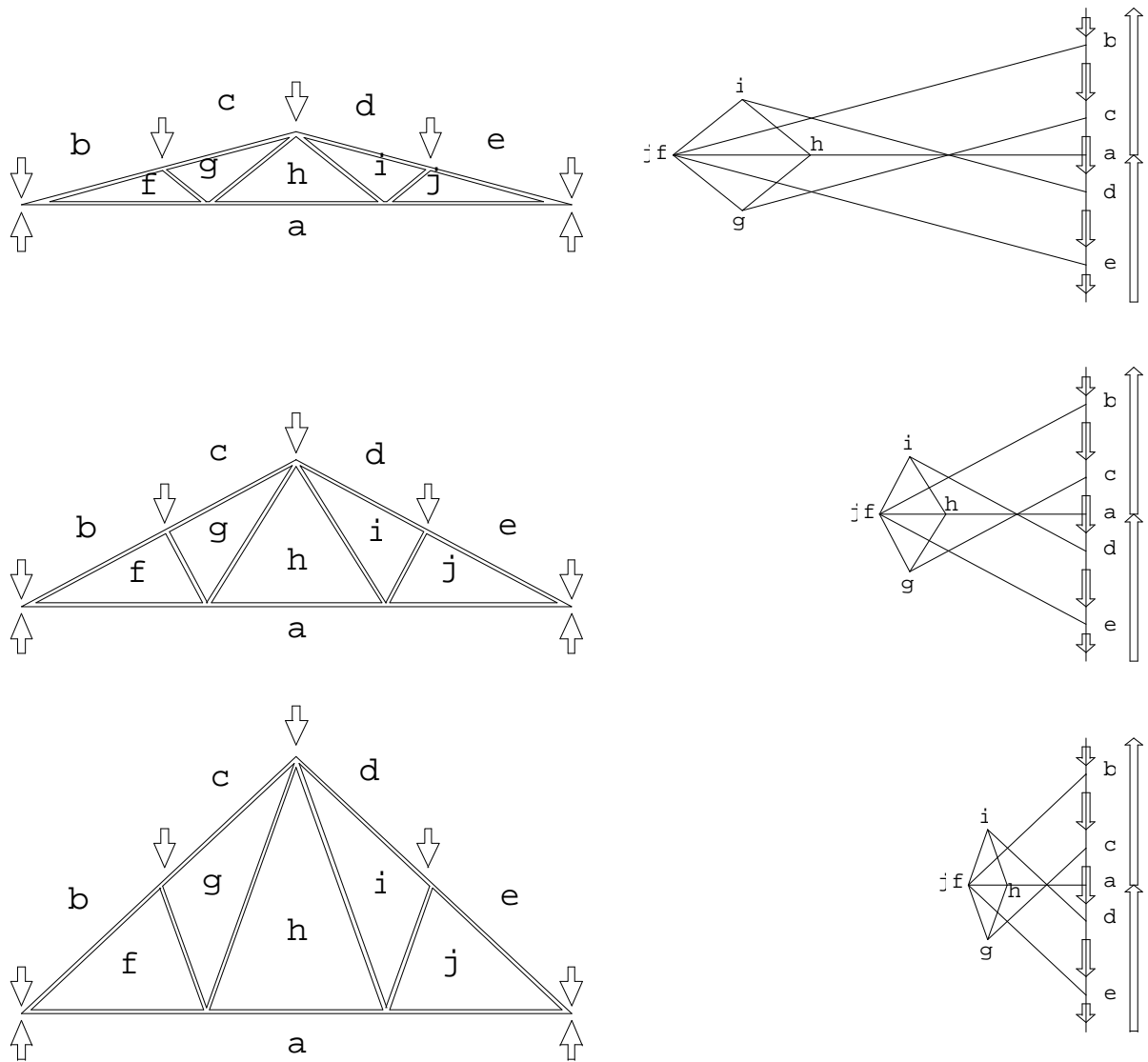


Figura 7

Influencia de la división del reticulado en la distribución de esfuerzos.

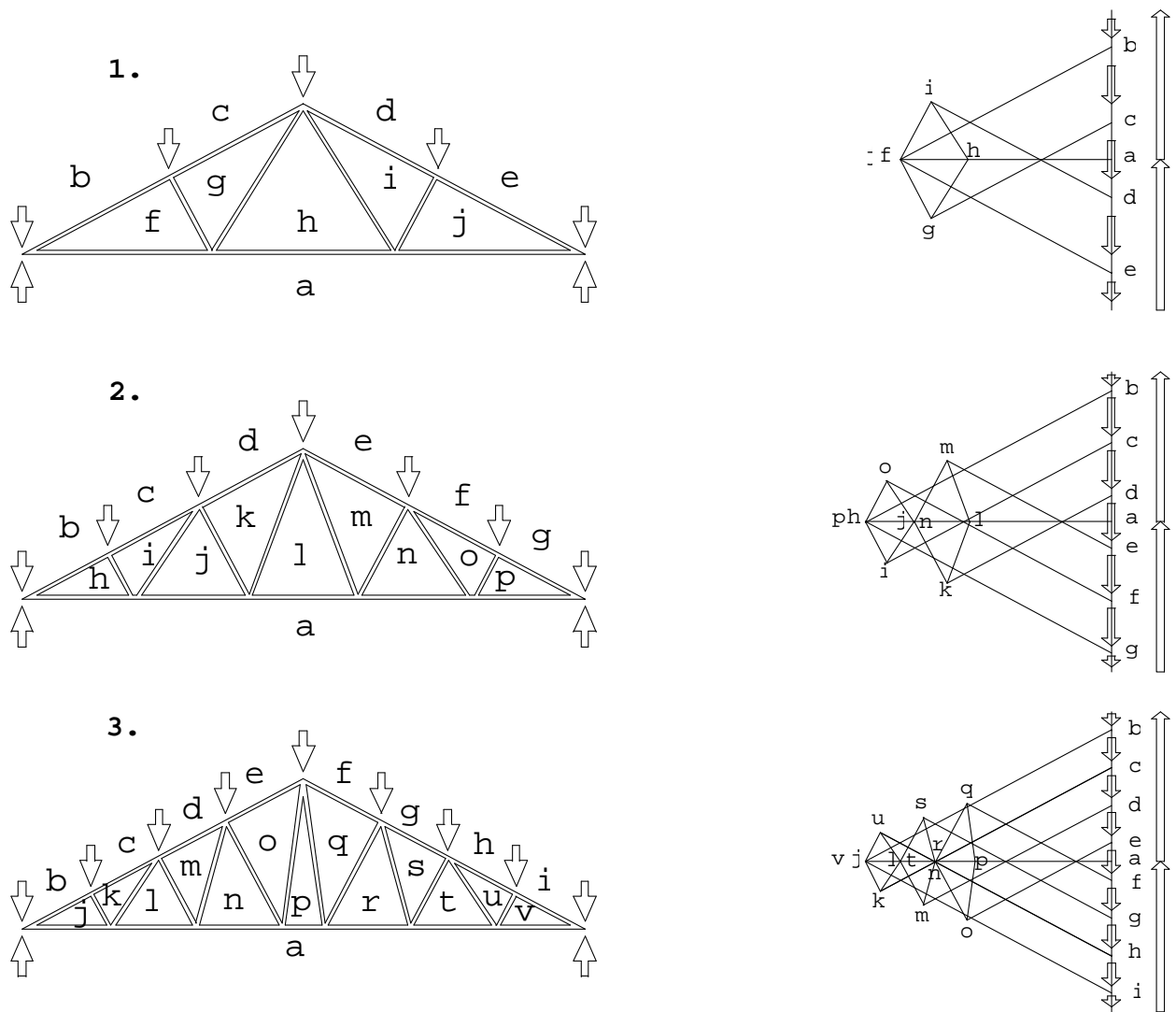


Figura 8

1. **División en 4 retículas** : esfuerzos mayores (compresión) en las barras superiores con longitudes de pandeo críticas.
2. **División en 6 retículas** : considerable reducción de la longitud de pandeo en las barras superiores. Reducción de esfuerzos en los elementos diagonales.
3. **División en 8 retículas** : reducción menor de la longitud de pandeo de las barras superiores. Escasa reducción de esfuerzos en los elementos diagonales.

8. MÉTODOS DE LAS SECCIONES.

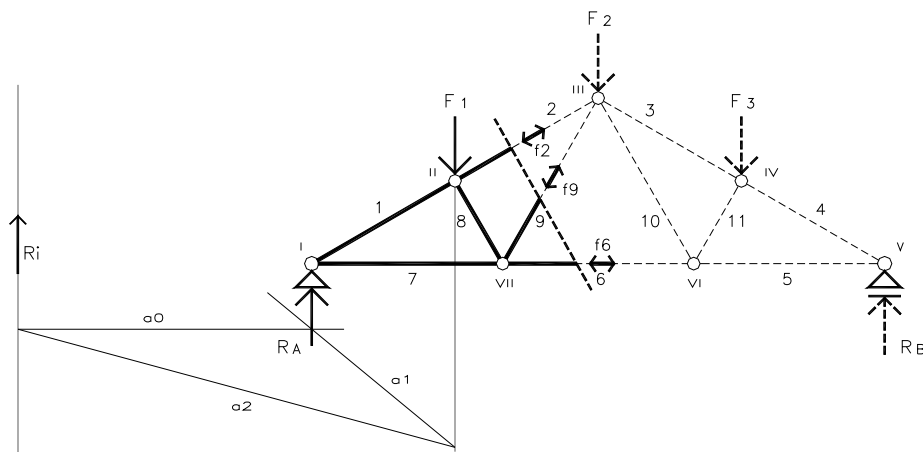
A. Método gráfico (Culmann 1821-1881).

Se utiliza para verificar una pieza, o para el diseño, estudiando solamente las barras más exigidas o una sección que interese.

Permite hallar las fuerzas en las barras, exclusivamente para la sección elegida. También permite visualizar el trabajo de la estructura a partir del análisis de una parte.

PLANO DE SITUACIÓN

escala = m_1



PLANO OPERATIVO

escala = m_2

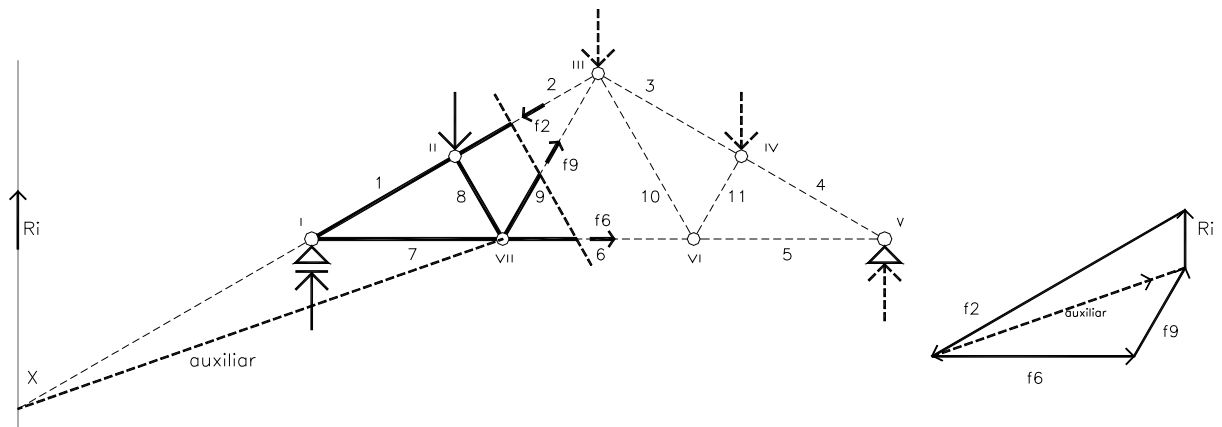
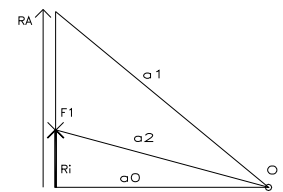


Figura 9

El método consiste entonces en “separar” una parte de la estructura, corte realizado por una sección que incluya las barras en cuestión. A partir de ello, se estudia el equilibrio de esa parte. Es decir, que para el caso se debe cortar tres barras, por ejemplo las barras 2, 9 y 6, y proceder de la forma siguiente:

- 1º) Se plantea el equilibrio global.
- 2º) Corte de la sección estudio.
- 3º) Se halla la resultante de todas las fuerzas a la izquierda (o derecha) de esa sección.
- 4º) Se consideran las intersecciones posibles de las tres barras cortadas: 2 y 6, 2 y 9, 9 y 6 .
Supongamos que tomamos el nudo VII, intersección de 9 y 6.
- 5º) Se prolonga la dirección de la barra 2 hasta X, intersección con la resultante izquierda.
- 6º) Se une VII con X, mediante una dirección auxiliar.
- 7º) Se equilibra R_i , según la dirección de la barra 2 y la dirección auxiliar.
- 8º) Se descompone la fuerza auxiliar en las direcciones de las barras 9 y 6.

Se obtiene entonces las fuerzas f_2 , f_9 y f_6 , como esfuerzos de las respectivas barras.
(Ver Culmann en “Elementos teóricos para el análisis del equilibrio de un sistema de fuerzas” publicación del ICE).

B. Método analítico (Ritter 1791-1869).

Resulta equivalente al método anterior, pero resolviendo el equilibrio en forma analítica.

Se basa en que, tratándose de una estructura en equilibrio, la sumatoria de momentos vale cero, tomando momentos con respecto a cualquier punto del plano.

Si $\sum M = 0$, la suma de los momentos de las fuerzas exteriores más los momentos de los esfuerzos internos en las barras tiene que ser cero.

En consecuencia el procedimiento es similar al del método anterior:

- 1º) Se plantea el equilibrio global.
- 2º) Corte de la sección estudio.
- 3º) Se consideran las intersecciones posibles de las tres barras cortadas, para plantear las tomas de momentos con respecto a esos puntos y despejar como única incógnita en la ecuación, una de las fuerzas de las 3 barras cortadas.
 - 2 \cap 6 : Nudo I \Rightarrow se halla f_9
 - 2 \cap 9 : Nudo III \Rightarrow se halla f_6
 - 6 \cap 9 : Nudo VII \Rightarrow se halla f_2

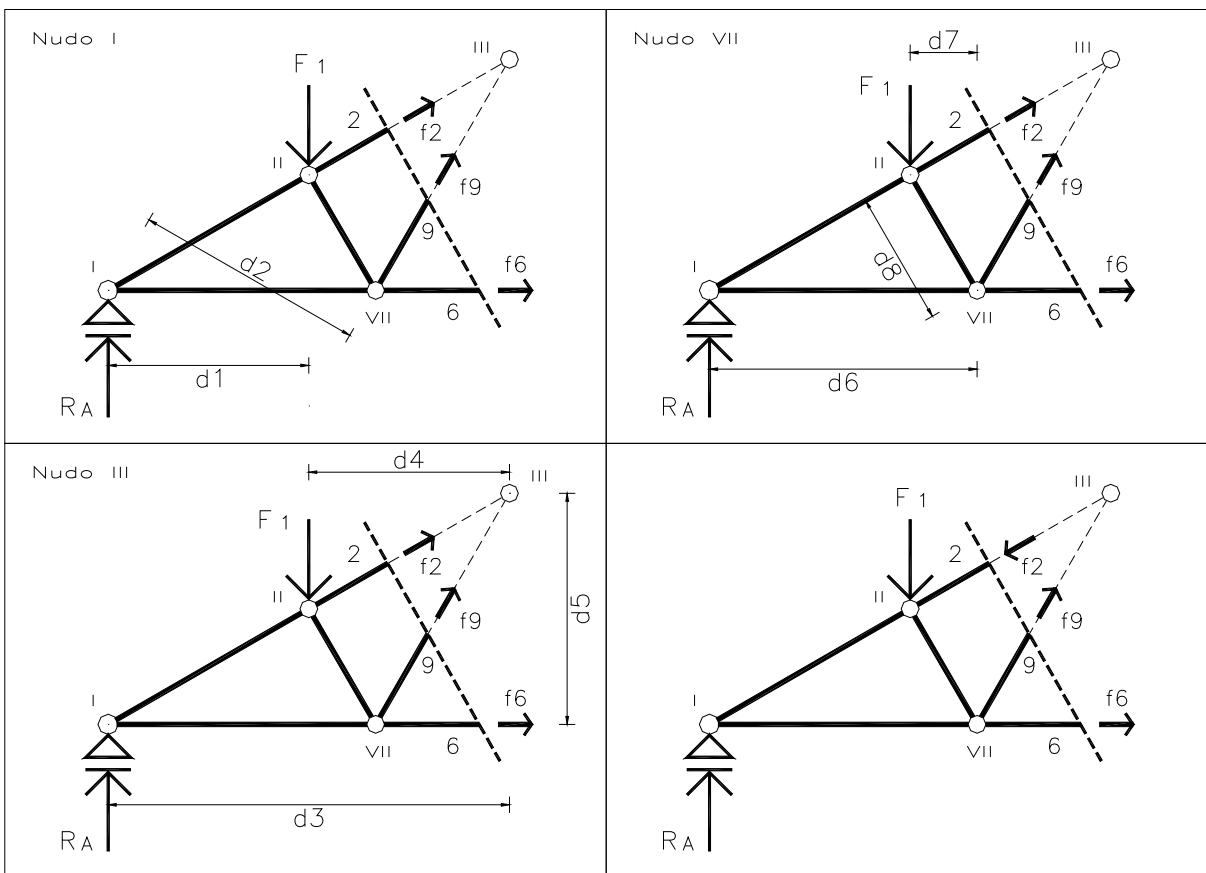
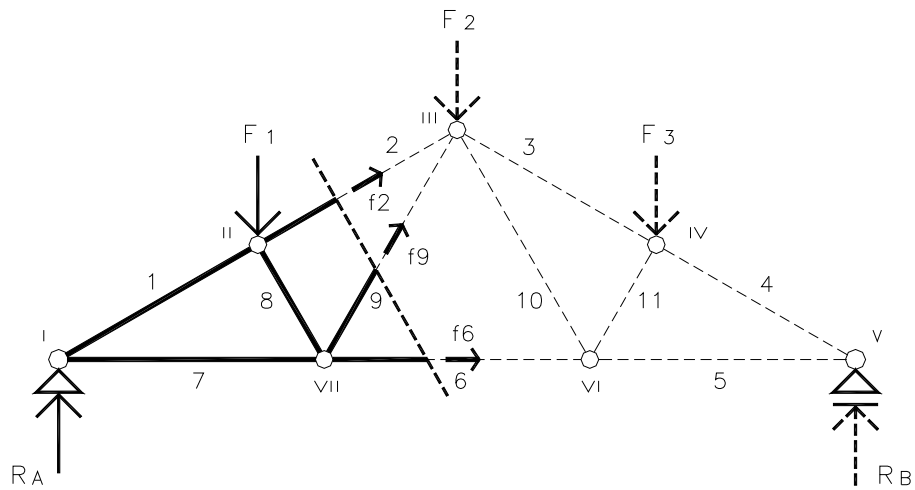


Figura 10

Para hallar la fuerza f_9 que actúa en la barra 9 conviene plantear la toma de momentos con respecto al nudo I, intersección de las barras 2 y 6.

Se toma momentos respecto a I (ver en “Elementos teóricos para el análisis del equilibrio de un sistema de fuerzas”, reducción de un sistema de fuerzas a un punto).

La sumatoria de los momentos externos: $\Sigma M_{e I} = F_1 \cdot d_1$

La sumatoria de los momentos internos: $\Sigma M_{i I} = f_9 \cdot d_9$, ya que tanto el momento de f_2 con respecto a I, como el de f_6 respecto a I, valen cero.

$$\Sigma M_e - \Sigma M_i = 0$$

$$F_1 \cdot d_1 - f_9 \cdot d_9 = 0 \quad \therefore \quad f_9 = \frac{F_1 \cdot d_1}{d_9} \quad \text{Barra 9 Traccionada}$$

Para hallar el esfuerzo en la barra 6, es conveniente tomar momentos con respecto a III.

Hacemos un razonamiento similar al efectuado en torno a la toma de momentos respecto al punto I.

La sumatoria de momentos externos e internos respecto a III será cero.

$$\Sigma M_e - \Sigma M_i = 0$$

La sumatoria de momentos externos $\Sigma M_{e III} = R_A \cdot d_3 - F_1 \cdot d_4$

La sumatoria de momentos internos $\Sigma M_{i III} = f_6 \cdot d_5$, ya que los momentos respecto a III, de las fuerzas de las barras que concurren a III, valen cero.

$$R_A \cdot d_3 - F_1 \cdot d_4 - f_6 \cdot d_5 = 0 \quad \therefore \quad f_6 = \frac{R_A \cdot d_3}{d_5} \quad \text{Barra 6 Traccionada}$$

Para hallar el esfuerzo en la barra 2, se tomará momentos con respecto a VII.

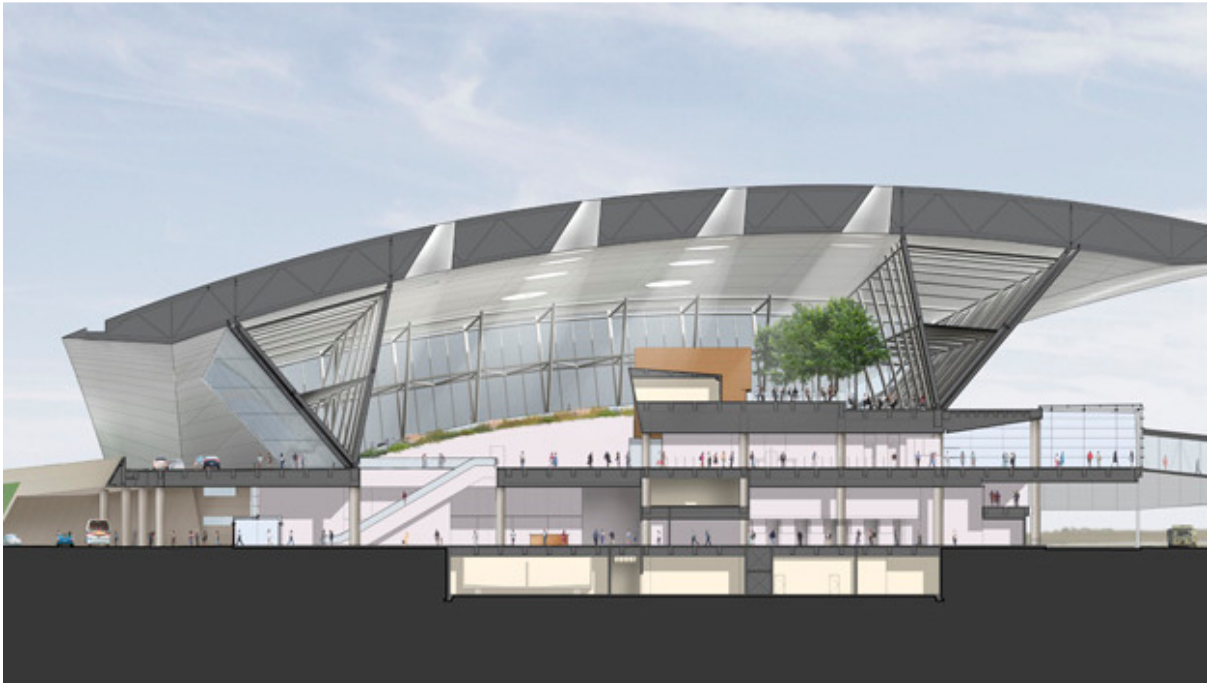
$$\Sigma M_e - \Sigma M_i = 0$$

$$R_A \cdot d_6 - F_1 \cdot d_7 + f_2 \cdot d_8 = 0 \quad \therefore \quad f_2 = -\frac{R_A \cdot d_6 - F_1 \cdot d_7}{d_8} \quad \text{Barra 2 Comprimida}$$

El análisis del equilibrio ha resultado la herramienta para determinar el trabajo de la estructura y los esfuerzos en cada barra. La comprensión del trabajo de ésta resulta la herramienta para el diseño.

La concepción de la estructura se apoyará siempre en entender, sentir, el juego de fuerzas que se establece en función del diseño propuesto.

CAPÍTULO 2. Estructuras espaciales de bielas.



AEROPUERTO DE CARRASCO - MONTEVIDEO

1. DEFINICIONES Y PRINCIPIOS.

Los **componentes tradicionales** de las estructuras reticuladas planas tienen en general un plano principal en el cual están situadas todas las fuerzas (cargas, esfuerzos) que actúan en su estructura. Sin embargo, estos componentes tienen en general una rigidez muy débil en la dirección perpendicular al plano principal; cuando está aislado (por ejemplo en el montaje) está rigidizado lateralmente por otros componentes de la construcción, cuando se ha terminado el montaje, en algunos casos incluso es un componente secundario o de albañilería el que completa su estabilidad.

Al contrario, un **componente** o un **conjunto espacial**, tridimensional, es autosuficiente, su rigidez está asegurada por su propia estructura, frente a las sollicitaciones que en el espacio pueden estar en cualquier dirección.

La manera más sencilla de rigidizar en la tercera dimensión es combinar el plano vertical (principal) con un reticulado horizontal, conformando de esta manera las llamadas **filigranas** de sección triangular o rectangular.

Otra forma de rigidizar en la tercera dimensión es combinar cerchas o vigas reticuladas contenidas en un plano horizontal, con direcciones perpendiculares, generando **vigas reticuladas cruzadas**.

Seguidamente estudiaremos estos casos.



Velódromo de Berlín 1998 - D. Perrault

2. COMBINACIONES DE LAS VIGAS RETICULADAS PLANAS.

A. Propiedades fundamentales de las vigas reticuladas.

Llamaremos viga reticulada a la cercha que presenta el cordón superior e inferior paralelos. El rol de la viga reticulada es, como vimos, equilibrar un determinado número de cargas F en dos apoyos A y B . La figura A muestra que el esfuerzo normal a los cordones es menor cuanto mayor es la altura de la viga, para un mismo momento flector M (correspondiente al mismo sistema de cargas F y a la misma luz l): duplicar la altura $H=2h$, reduce el esfuerzo n a $N/2$.

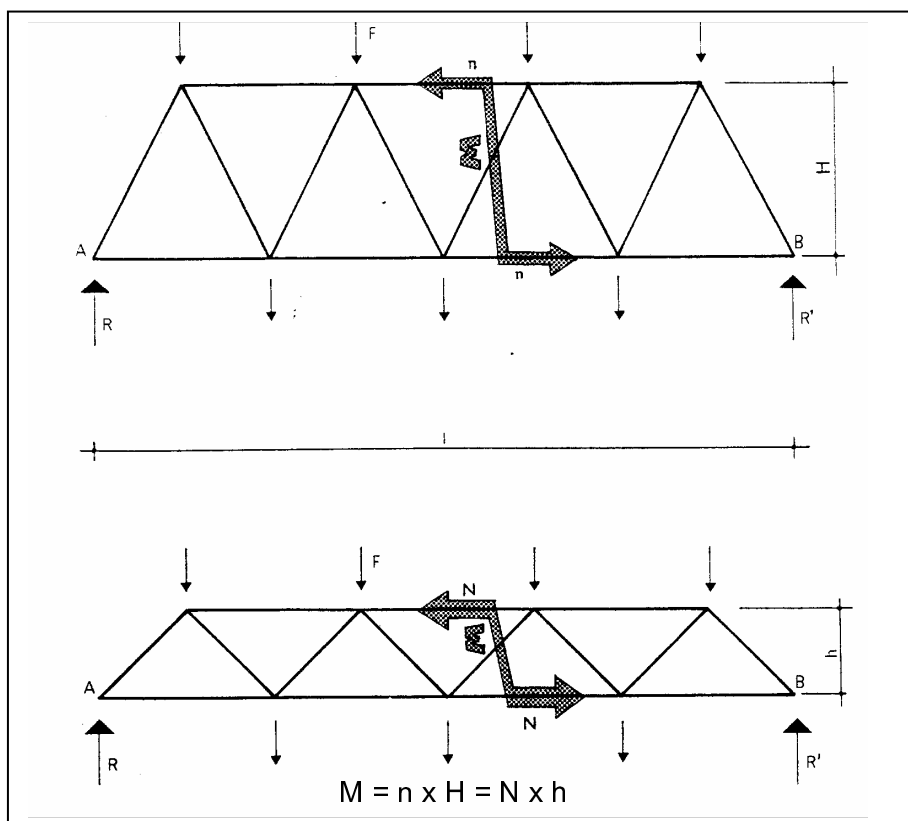


Figura A

Esta propiedad tan importante de las vigas reticuladas clásicas, la reencontramos en las estructuras espaciales.

Se trata de estructuras reticuladas, como vimos, construidas con barras rectas que se consideran articuladas en los nudos, de modo que, en la medida que las cargas están aplicadas en los nudos, las barras están sometidas solamente a esfuerzos según sus ejes (tracción o compresión); los esfuerzos secundarios de flexión debido a las continuidades de los cordones y a la rigidez de los encastres de las tramas, son mínimos en relación a los otros esfuerzos y no intervienen en las tensiones límite. Incluso, los nudos de las estructuras espaciales reticuladas se considerarán como rótulas (articulaciones espaciales), aunque de hecho puedan ser rígidas.

B. Filigranas triangulares.

Las filigranas triangulares están compuestas por tres cordones paralelos y tres planos triangulados. En la figura B vemos que cualquier carga aplicada en un nudo, puede ser siempre descompuesta en cargas contenidas en los planos triangulados:

- Una carga vertical aplicada a un nudo superior (A) o inferior (C) se descompone en dos fuerzas en los planos lateral y horizontal
- Una carga horizontal aplicada a un nudo superior (A) se descompone en los planos laterales
- Una carga horizontal aplicada a un nudo inferior pasa por el plano horizontal
- Un par de fuerzas o un momento de torsión está equilibrado por tres fuerzas en los tres planos (las filigranas cuentan con buena rigidez frente a la torsión).

Las filigranas triangulares consiguen el equilibrio y no necesitan elementos complementarios que les den estabilidad, como en el caso de las filigranas de sección rectangular.

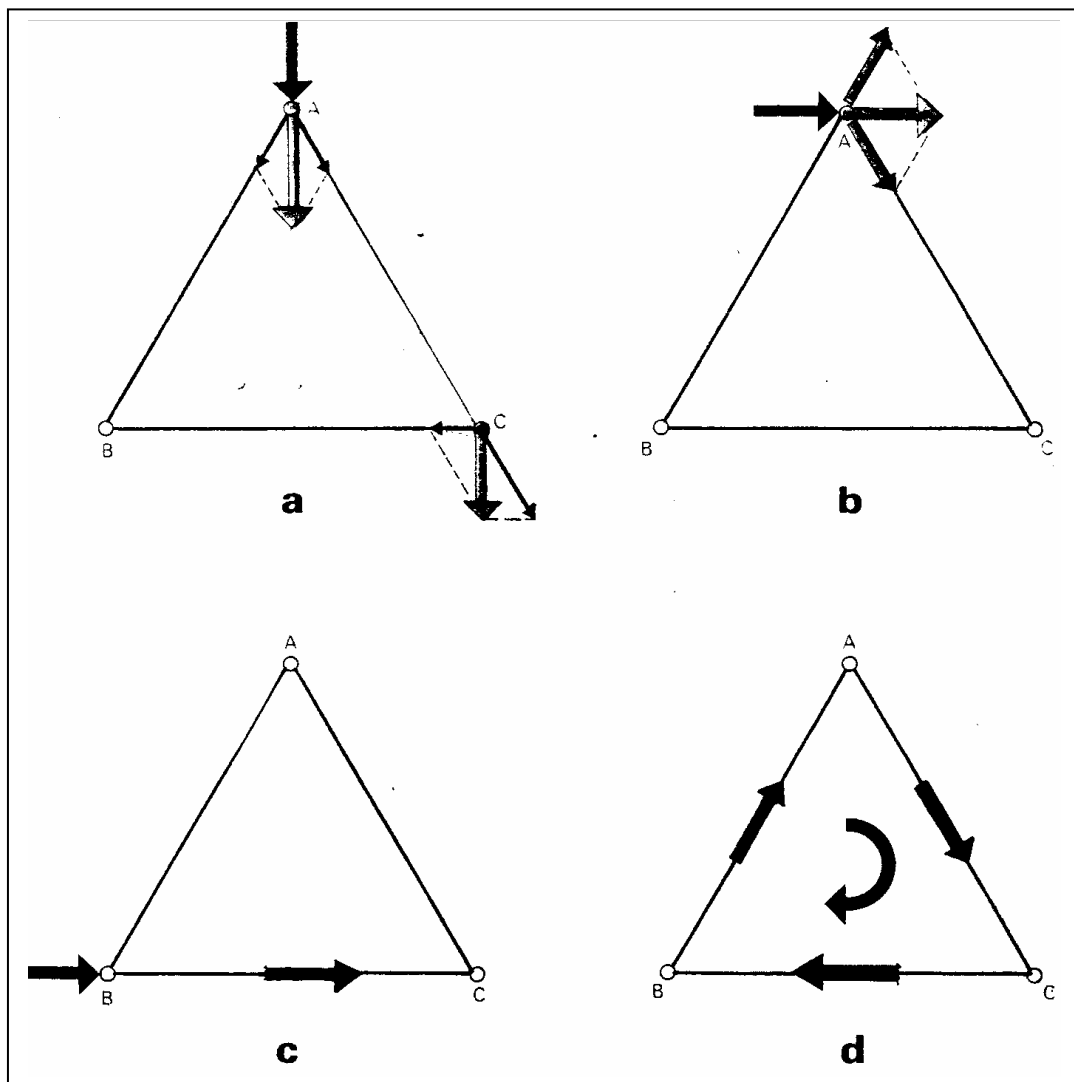


Figura B

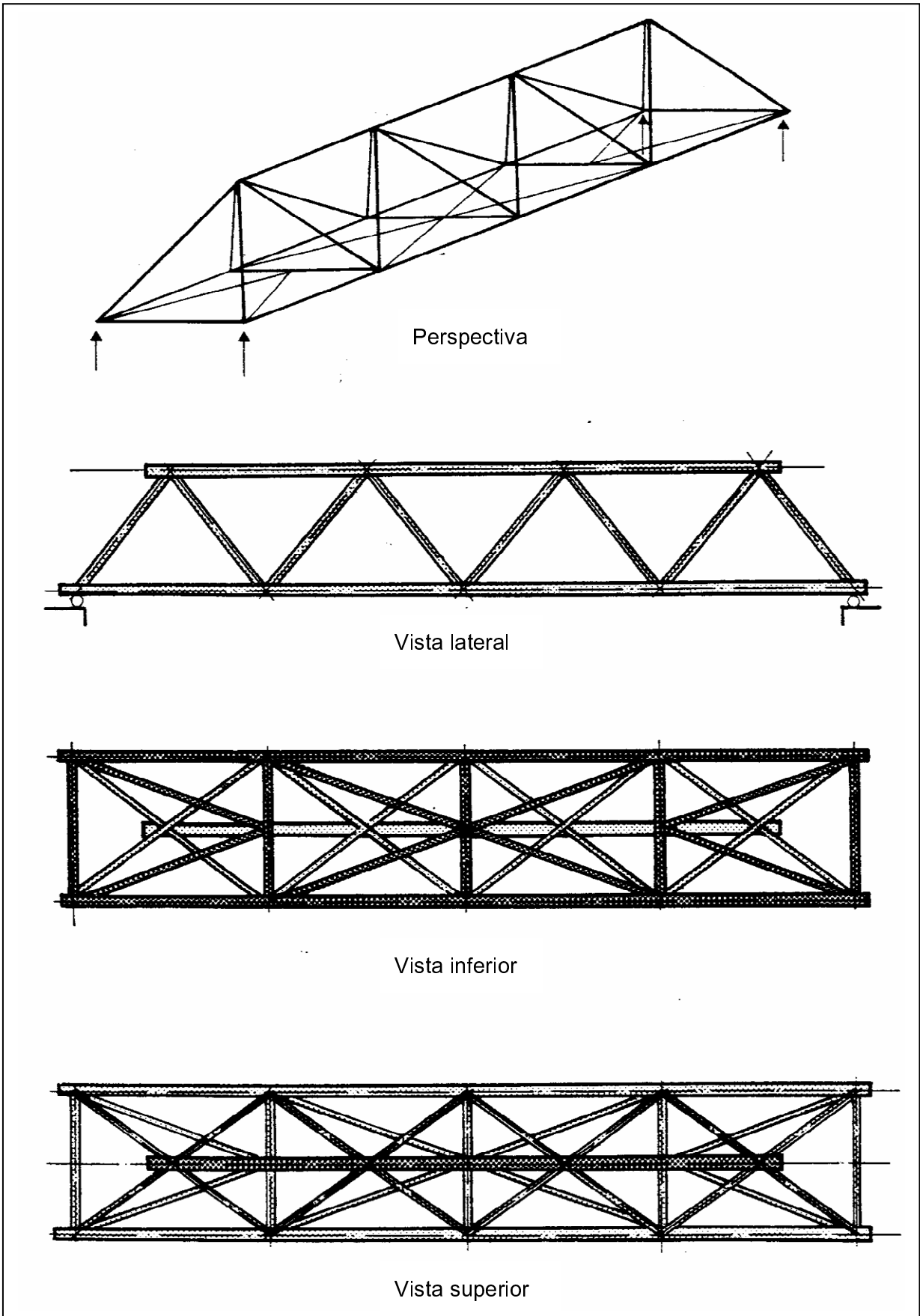
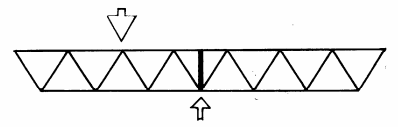
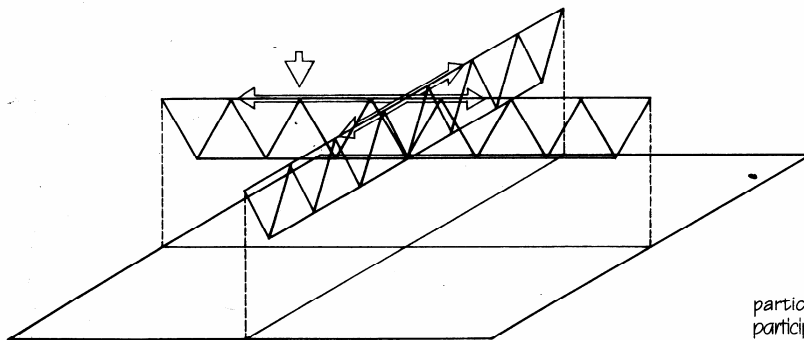
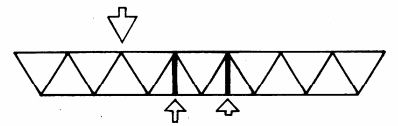
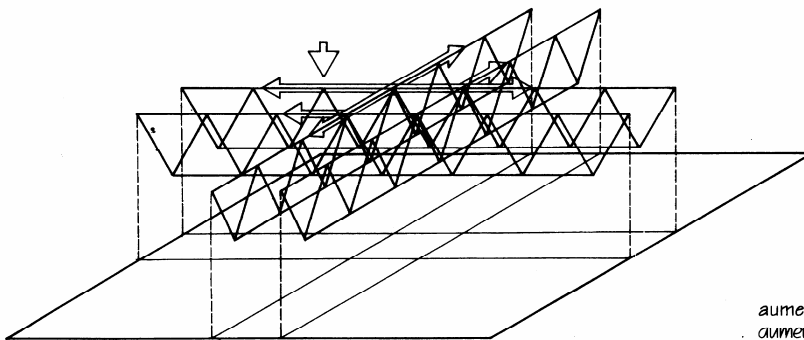


Figura C

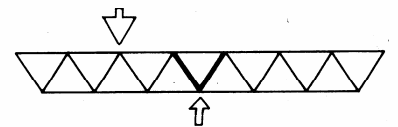
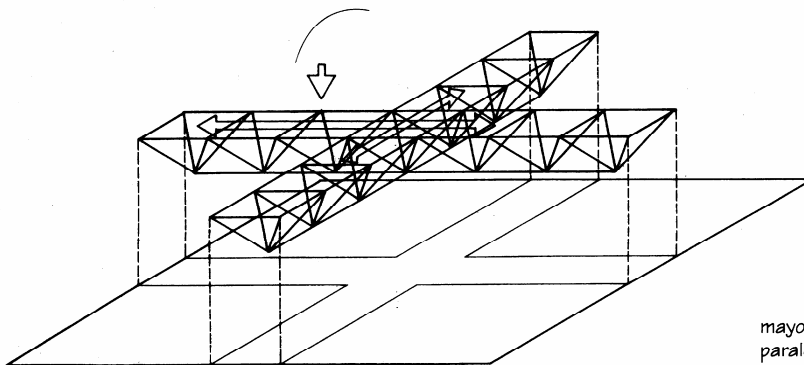
C. Superficies planas. Vigas reticuladas cruzadas.



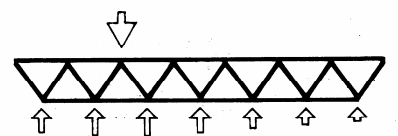
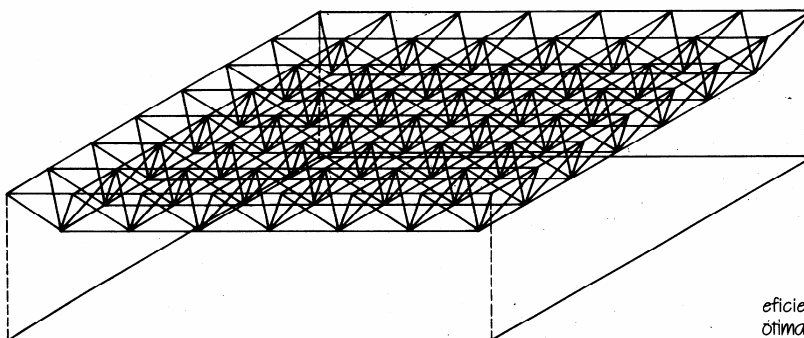
participación en el efecto resistente de la cercha sin carga directa
participação da treliça indiretamente carregada na resistência à deformação



aumento de la eficiencia por juxtaposición de cerchas paralelas
aumento da eficiência por meio da juxtaposição de treliças paralelas adicionais



mayor aumento de la eficiencia mediante combinación de cerchas paralelas
aumento posterior da eficiência por meio da combinação de treliças paralelas



eficiencia máxima mediante continuidad en longitud y anchura
ótima eficiência por meio da continuidade do sistema em comprimento e largura

Se obtiene una extensión espacial tridimensional de la viga reticulada plana (de la figura A) al distribuir en dos planos horizontales (correspondientes a los cordones de la viga) grillas de cordones cruzados, sobre mallas ordenadas (cuadradas, rectangulares, triangulares...) y vinculando los nudos de los dos planos mediante barras, conformando una triangulación espacial, de modo de lograr una estructura rígida.

Una forma primaria de construir una de estas estructuras, consiste en ubicar las barras que vinculan los 2 planos horizontales en los planos verticales, las grillas superior e inferior son idénticas y están exactamente superpuestas (figura D): los nudos superiores "s" coinciden con la vertical de los nudos inferiores "i"; las cargas (en principio aplicadas en los nudos) se reparten entre las vigas de modo que las flechas (descensos) sean iguales en cualquier cruce.

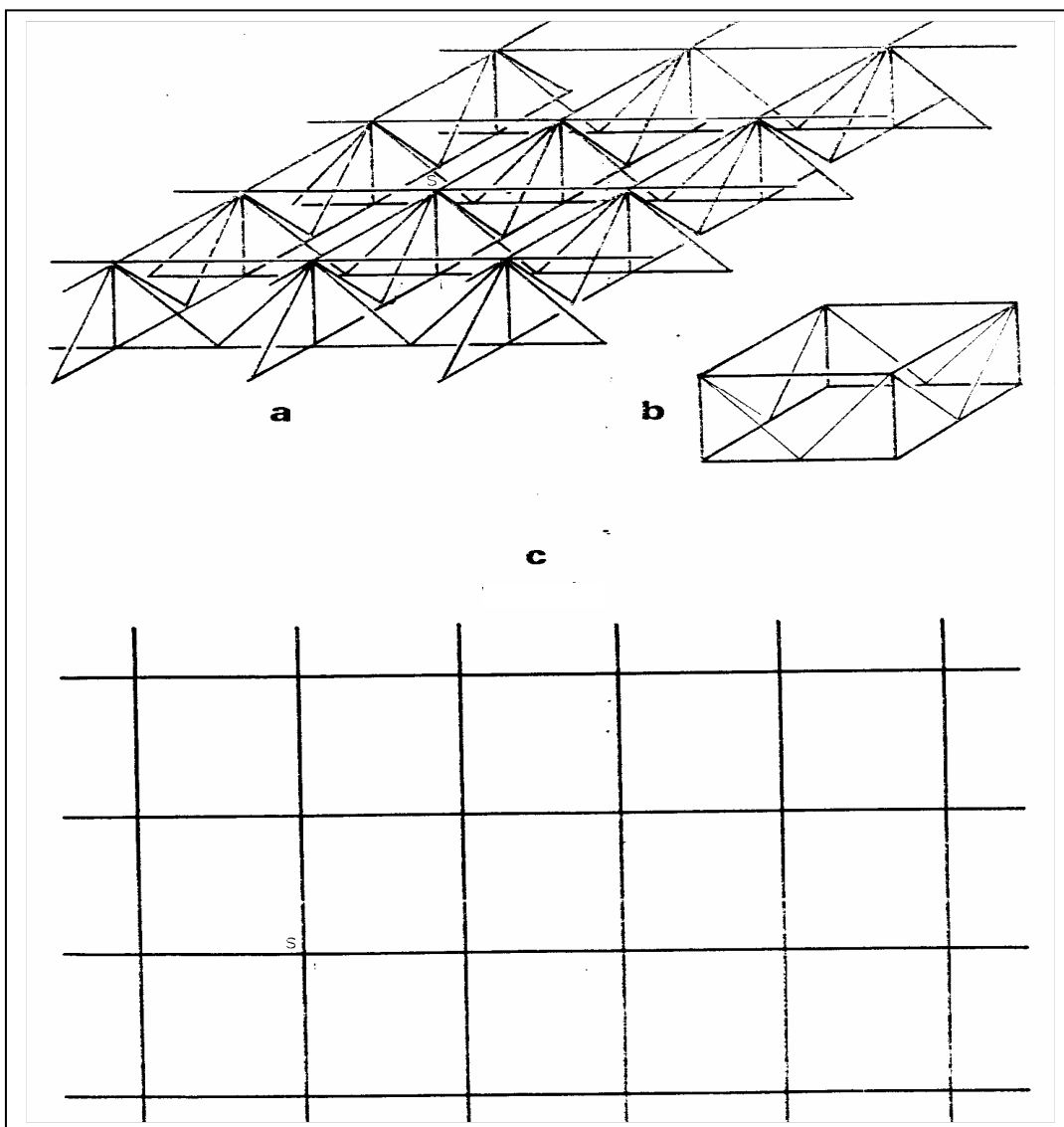


Figura D

Es así que una carga aislada aplicada en un nudo (cruce) involucra a todo el conjunto (a todas las vigas). Por otro lado, el mal estado de una viga no afecta al conjunto, en la medida que las cargas se puedan aplicar sobre otros nudos (esto incrementa mucho la seguridad, por ejemplo en caso de incendio).

La figura E muestra dos posiciones clásicas de vigas reticuladas cruzadas:

- Caso de apoyos rígidos sobre pilares aislados, utilizando las vigas reticuladas principales (P) y secundarias (S)
- Caso de apoyos rígidos periféricos (sobre muros o pilares muy próximos).

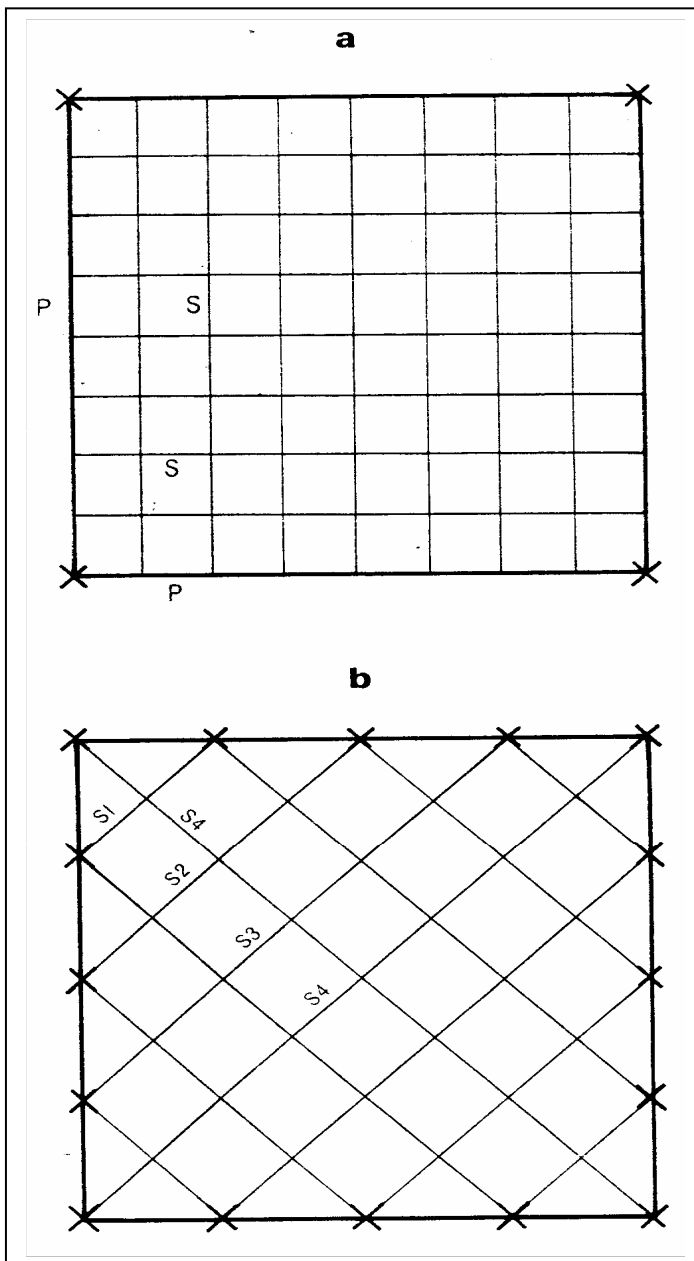


Figura E

Arriostramientos horizontales

La grilla de vigas cruzadas ortogonalmente no son rígidas en horizontal (las mallas cuadradas o rectangulares pueden ser deformables en paralelogramos). La rigidez se logra por medio de barras horizontales, que pueden estar conformando los bordes, o por barras complementarias, ubicadas a voluntad (figura E)

Figura F: los arriostramientos a y b son suficientes para lograr la indeformabilidad de la grilla; los de las figuras c, d y e producen un freno a las dilataciones.

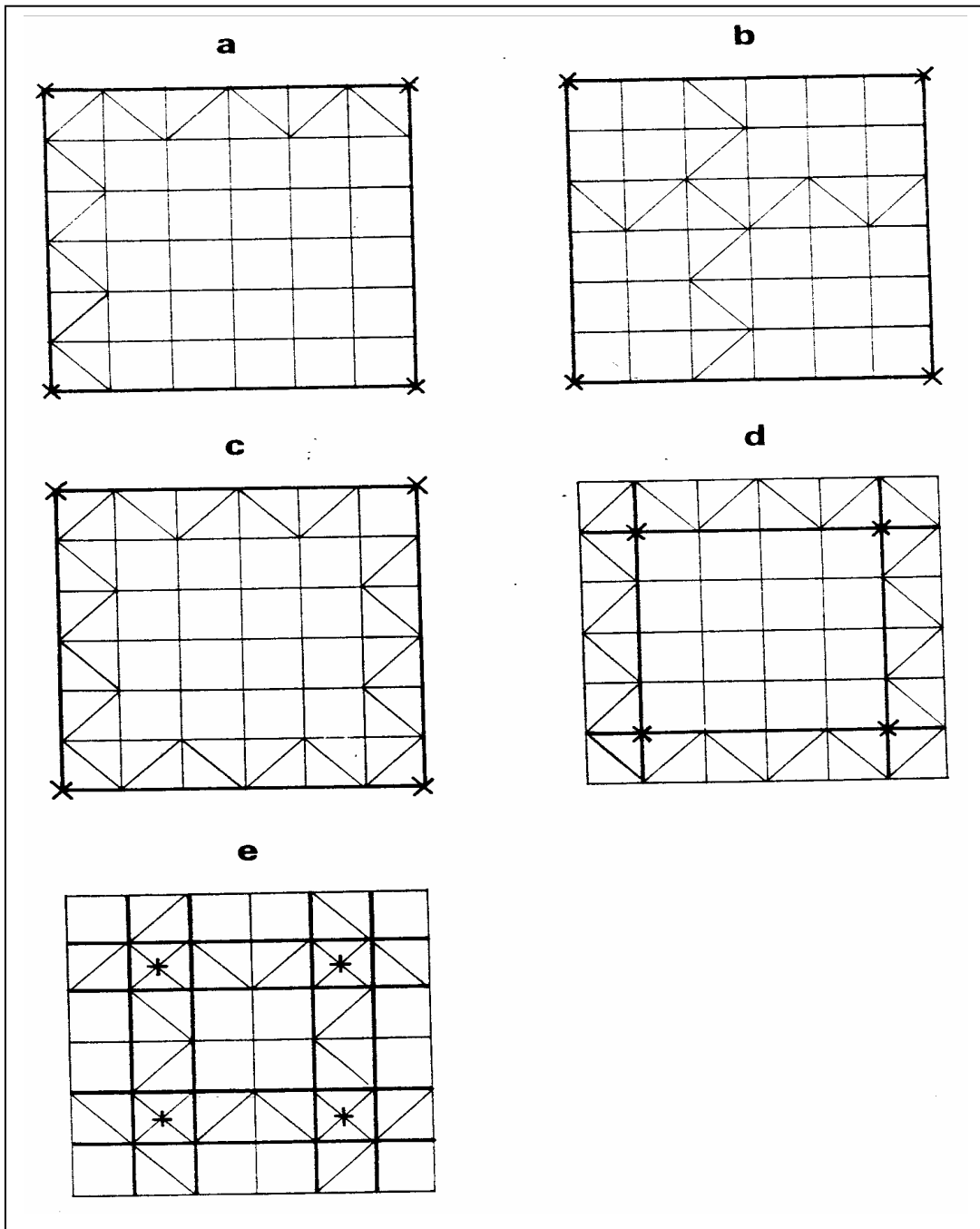
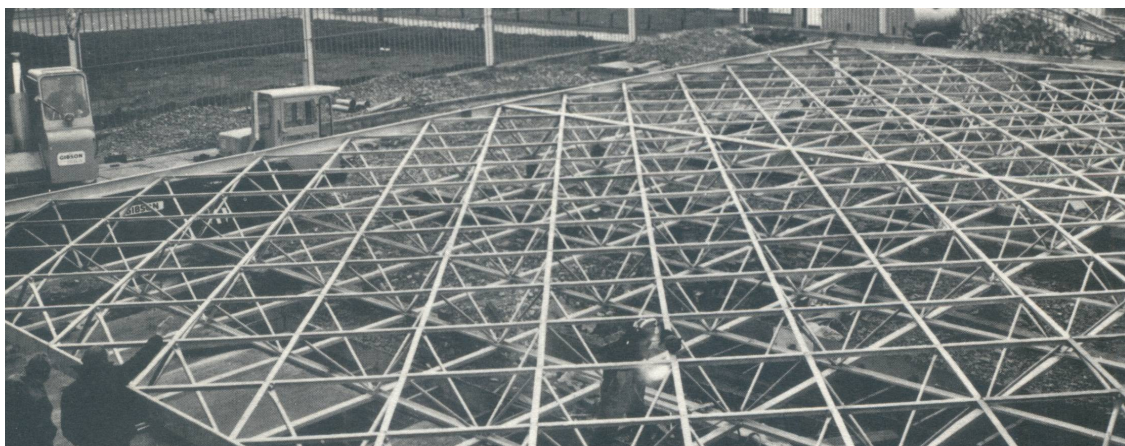


Figura F

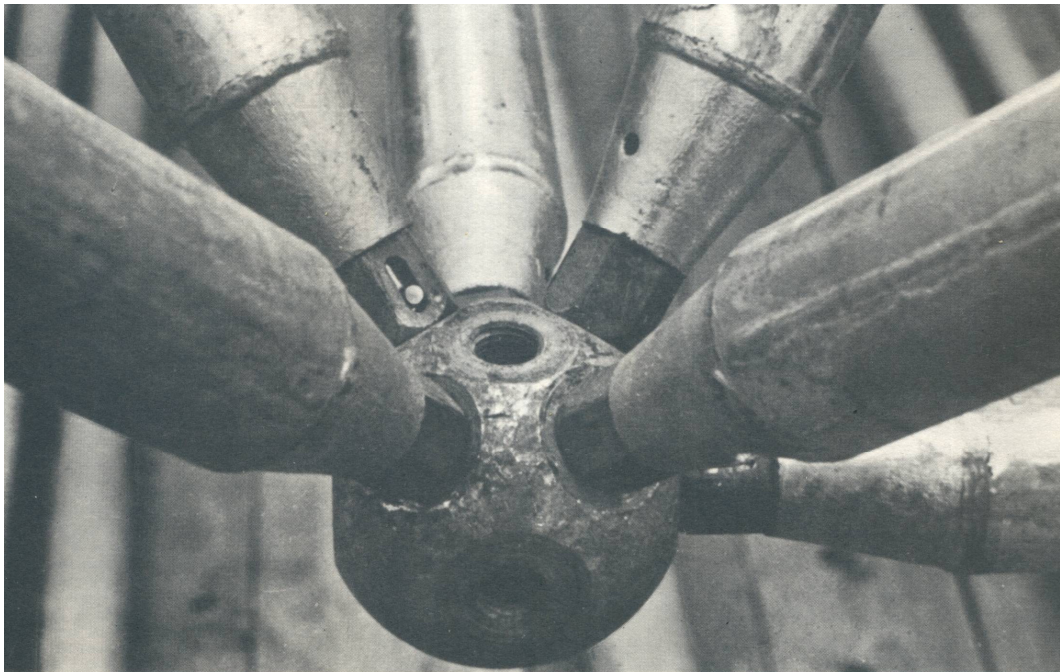
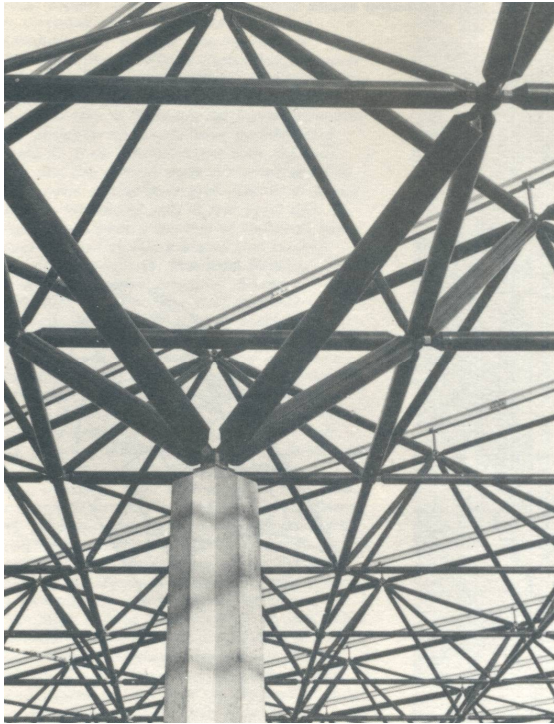
**Northern Gas Board,
Killington, Inglaterra.
Ryder, Yate and Partners.**

Estructura de la cubierta
sostenida solamente en
sus 4 esquinas.



Edificio industrial construido con el sistema MERO.

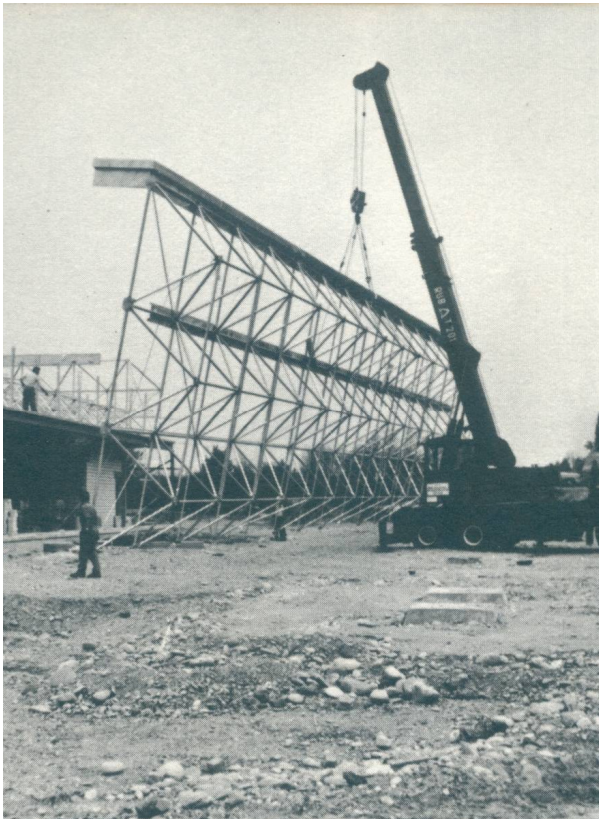
Vista exterior que muestra un soporte de cubierta ajustable.



Conector MERO, inventado por Dr. Mengerhausen.

Estructuras espaciales VARITEC.

Son grillas de doble capa prefabricadas, utilizadas no sólo para cubiertas sino también como cerramientos laterales.



Edificio industrial en Alemania.

Área cubierta 2000m²

Arq. Werner Blazer

Ing. Stienen y Tröhler

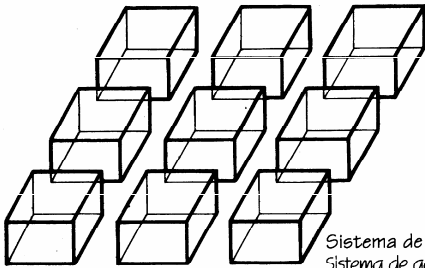


Supermercado en Suiza.

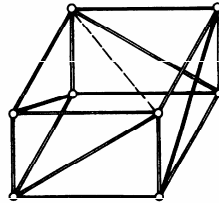
Área cubierta 2500m²

Veremos algunos otros ejemplos publicados en "Sistemas de Estructuras" de Heinrich Engel.

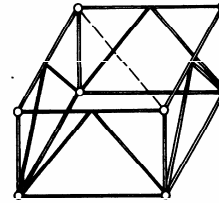
Mallas espaciales coplanarias compuestas por prismas rectangulares



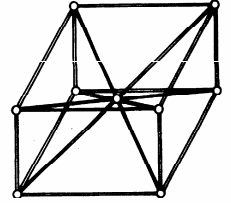
Sistema de agregación de unidades
Sistema de agregação de unidades



tipo 1



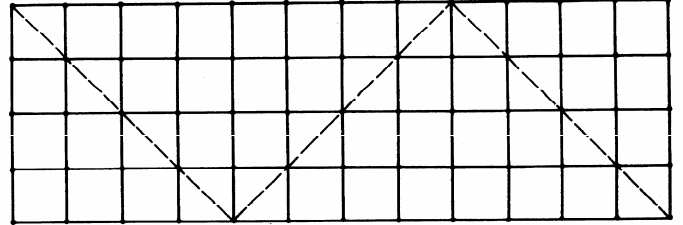
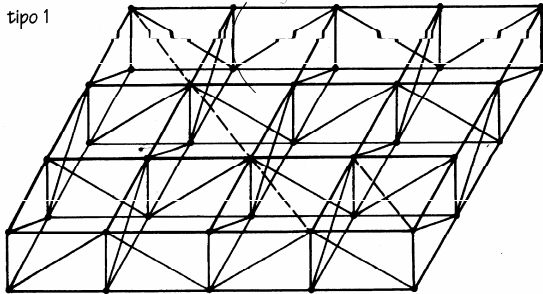
tipo 2



tipo 3 Unidades espaciales
Unidades espaciais

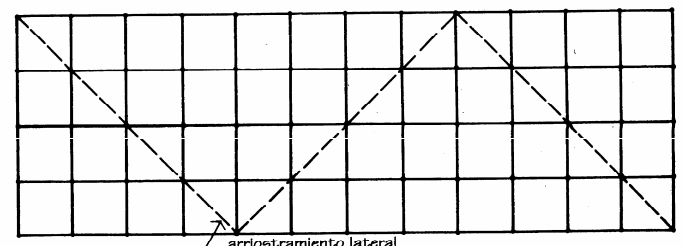
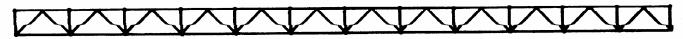
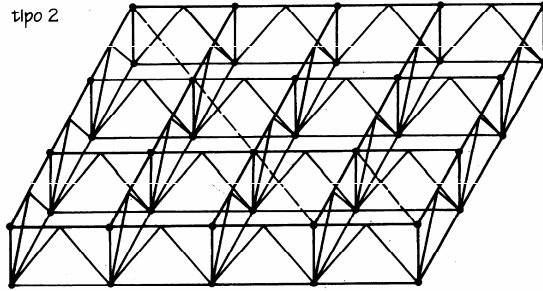
Sistema con arriostramiento simple de las caras verticales de los prismas
Sistema com entrelaçamento simples de faces prismáticas verticais

tipo 1



Sistema con doble arriostramiento de las caras verticales de los prismas
Sistema com entrelaçamento duplo de faces prismáticas verticais

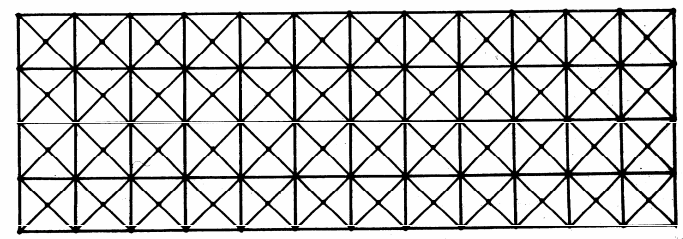
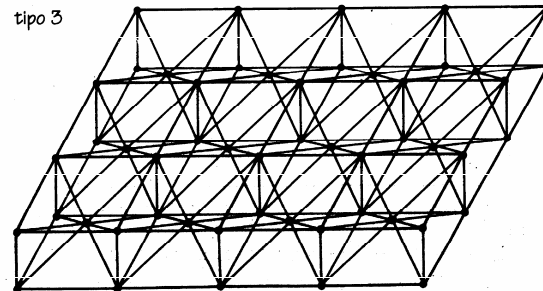
tipo 2



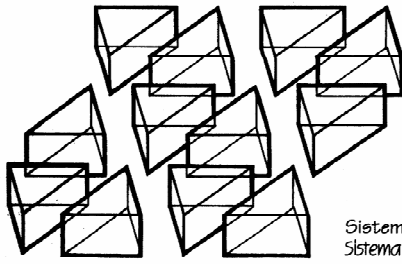
arriostramiento lateral
entrelaçamento lateral

Sistema con arriostramiento cruzado de las secciones diagonales de los prismas
Sistema com entrelaçamento cruzado de seções prismáticas diagonais

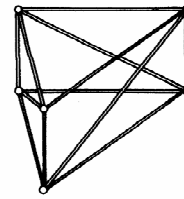
tipo 3



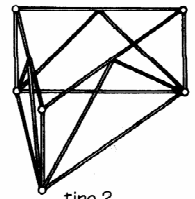
Mallas espaciales coplanarias compuestas por prismas triangulares



Sistema de agregación de unidades
Sistema de agregação de unidades



tipo 1



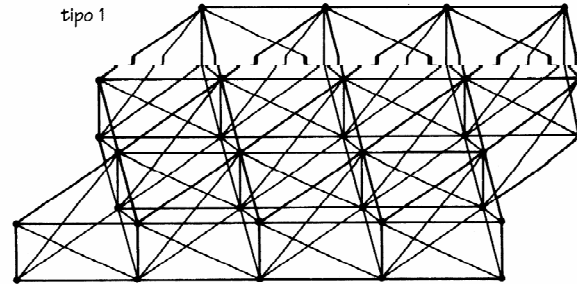
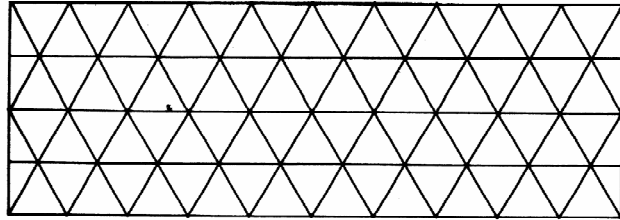
tipo 2

Unidades espaciales
Unidades espaciais



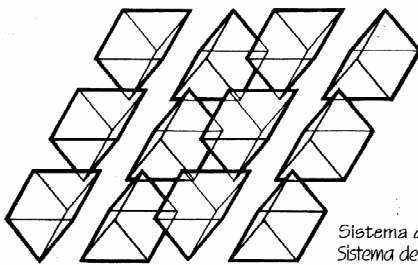
Sistema con arriostramiento simple de las caras rectangulares de los prismas
Sistema com entrelaçamento simples de faces prismáticas retangulares

tipo 1

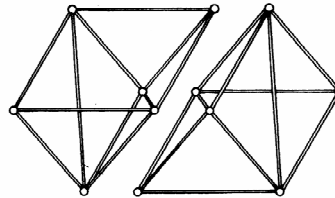


Cerchas espaciales coplanarias compuestas por prismas triangulares

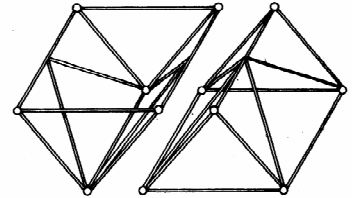
Sistema de treliça espacial plana compuesta de prismas triangulares



Sistema de agregación de unidades
Sistema de agregação de unidades

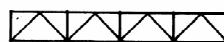
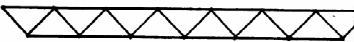


tipo 1



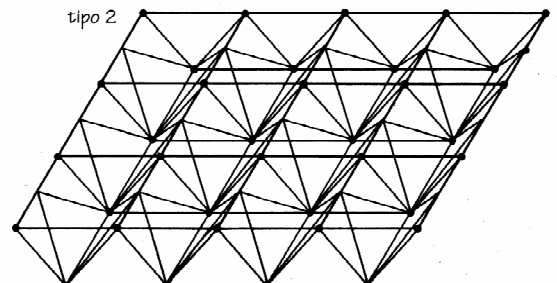
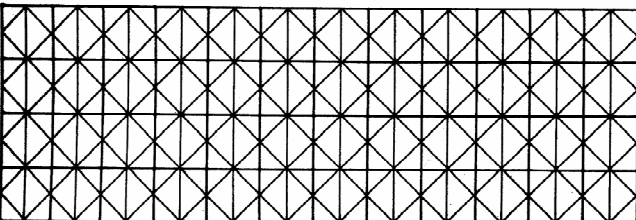
tipo 2

Unidades espaciales
Unidades espaciais

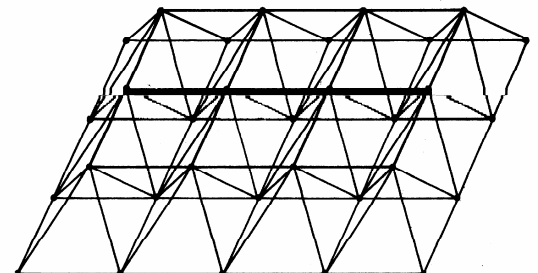
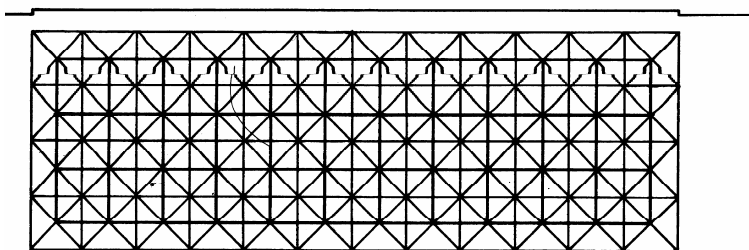
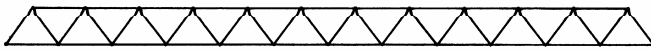
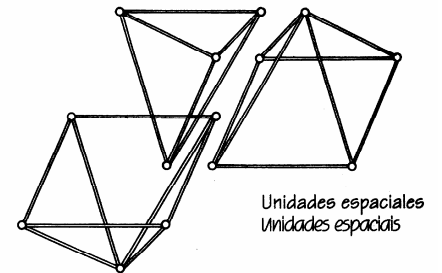
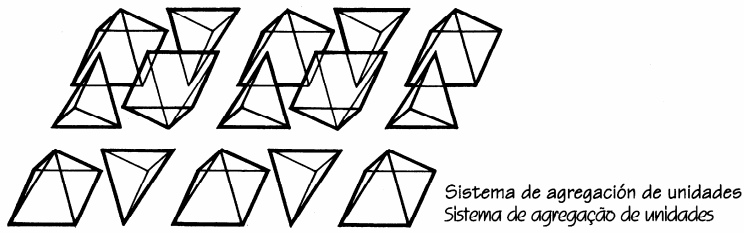


Sistema con doble arriostramiento de las caras rectangulares de los prismas
Sistema com entrelaçamento duplo de faces prismáticas retangulares

tipo 2

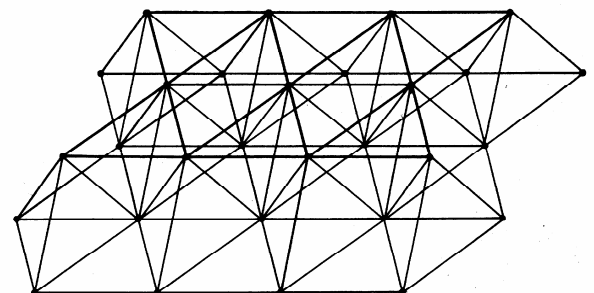
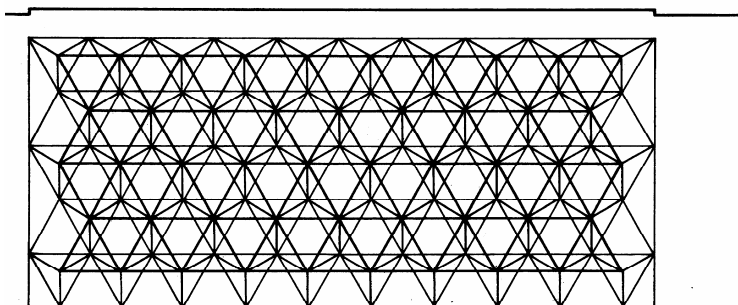
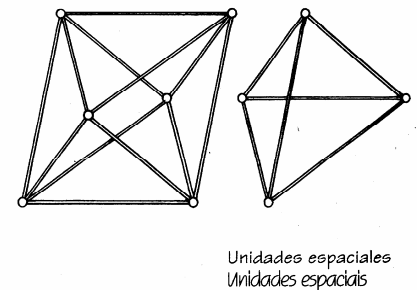
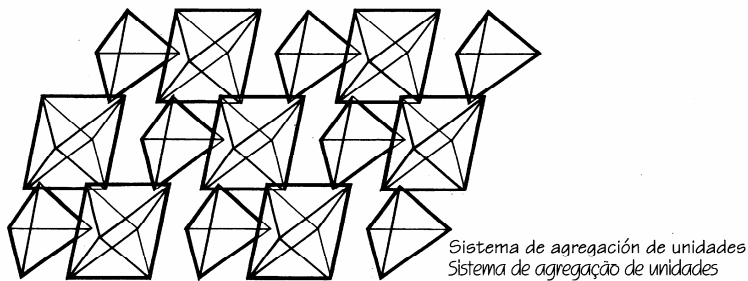


Mallas espaciales coplanarias compuestas por tetraedros y semioctaedros

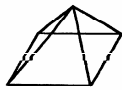
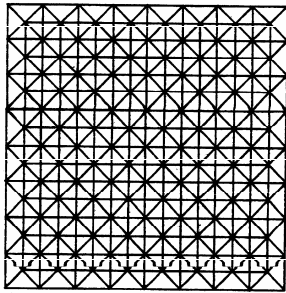


Mallas espaciales coplanarias compuestas por tetraedros y octaedros

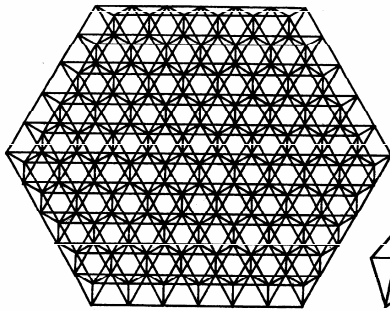
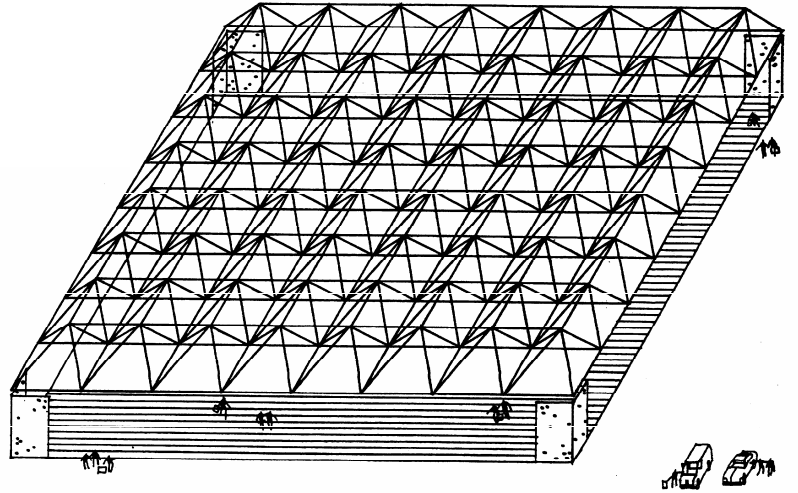
Sistema de treliça espacial plana composta por tetraedros e octaedros



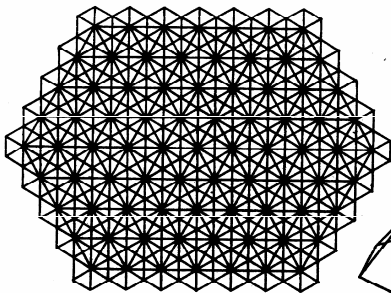
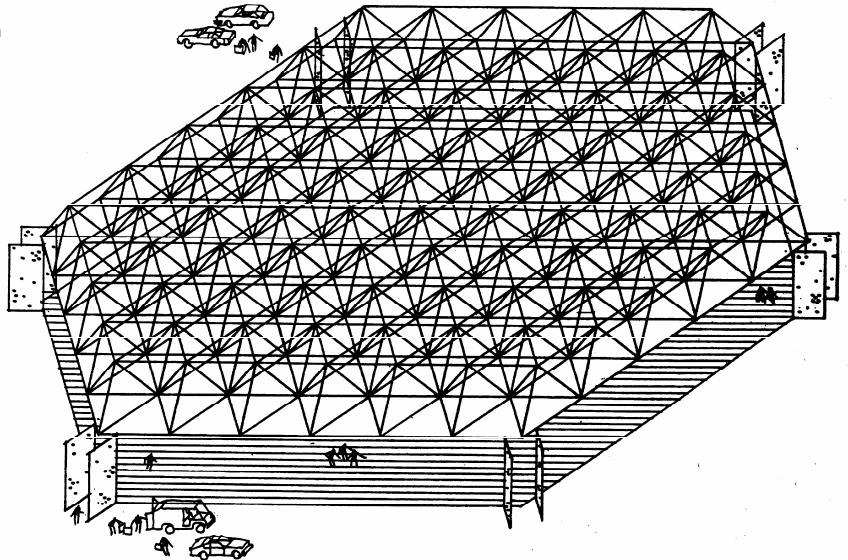
Sistema de mallas espaciales de dos capas



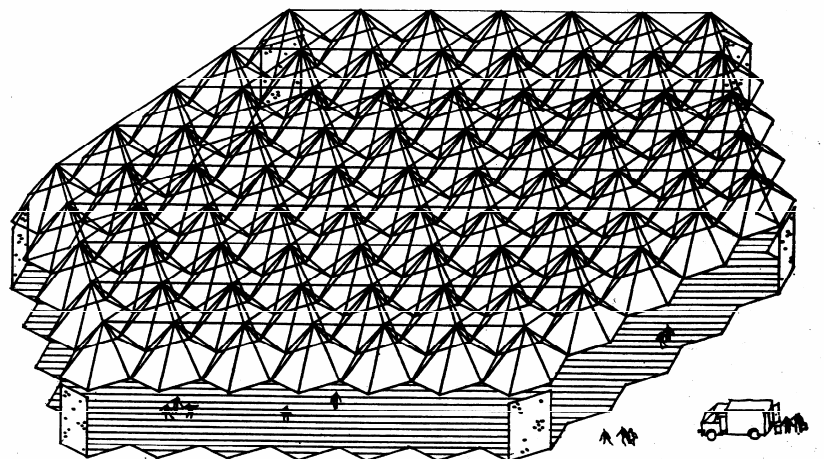
Principio del sistema: semioctaedro sobre retícula cuadrada
 Principio do sistema: semi-octaedros em malha quadrada



Principio del sistema: tetraedro sobre retícula triangular
 Principio do sistema: tetraedros em malha triangular



Principio del sistema: pirámide hexagonal sobre retícula en forma de panal
 Principio do sistema: pirâmide hexagonal em favo



Superficies con simple o doble curvatura

Con similares principios de diseño, sustituyendo los planos por sistemas de simple o doble curvatura se obtiene mayor eficacia en los reticulados.



Estación de trenes de Tokyo



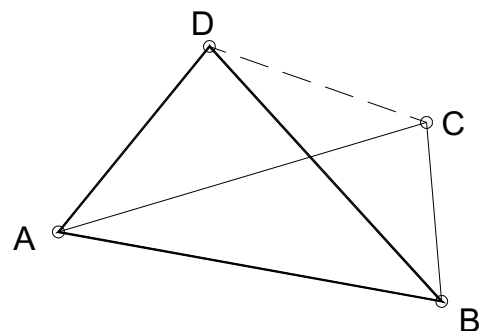
3. SISTEMAS DE RETICULADO ESPACIALES.

Las **hipótesis** para estos reticulados espaciales, son comunes con las propuestas para los reticulados analizables en un plano. De modo que si nos atenemos al modelo, las barras trabajan en tracción o compresión pura y se deforman acortándose o alargándose.

Las **barras** están situadas en distintos planos, al igual que las cargas aplicadas en los nudos. En los reticulados analizables en un plano, las articulaciones son consideradas “cilíndricas”, permitiendo el giro en un plano respecto un eje (un grado de libertad). Las **articulaciones** correspondientes a cada nudo del reticulado espacial son “esféricas”, permitiendo el giro respecto a tres ejes coordenados que pasen por la articulación, no coplanares (tres grados de libertad). O, lo que es lo mismo, pueden girar con respecto a cualquier eje que pase por la articulación; ese giro se podría obtener como la composición de los tres giros referidos a los tres ejes coordenados.

Para equilibrar una fuerza aplicada en un nudo se necesitan tres barras no coplanares concurrentes al nudo. La fuerza se puede descomponer en tres direcciones dadas, cada barra trabajará equilibrando cada una de las tres componentes de la descomposición. De forma que el número mínimo necesario de barras en cada nudo para equilibrar una fuerza en el espacio es tres (en el plano dos). Se podría entonces demostrar que la **unidad geométrica básica** de los reticulados en el espacio es el **tetraedro**. A cada nudo llegan tres barras, si las cuatro fuerzas aplicadas en los cuatro nudos están en equilibrio, descomponiendo cada fuerza en las tres direcciones de las tres barras de cada nudo, se puede determinar el trabajo de cada una de las barra. El tetraedro sometido a fuerzas aplicadas en los nudos, resulta capaz de obtener el equilibrio de las partes (barras y nudos), con toda generalidad, si el sistema de las cuatro fuerzas aplicada en los cuatro nudos está equilibrado. De otra forma si se aplican cuatro fuerzas que constituyen un sistema nulo en los cuatro nudos de un tetraedro éste no tiene movimiento (cinemáticamente invariable). Por supuesto que aparecerán las deformaciones asociadas al estado tensional generado.

De otra forma, si tomamos tres barras articuladas que definen un plano y queremos fijar un cuarto nudo “D”, no alcanzan dos barras (AD, y BD), ya que quedaría permitido el giro de D respecto al eje AB; se necesitan tres barras AD, BD y CD. Nuevamente vemos el **tetraedro** como la **unidad geométrica básica** de los reticulados en el espacio.



Si se quiere determinar los esfuerzos de cada barra, basta con equilibrar la fuerza en cada nudo con tres fuerzas según la dirección de las tres barras que llegan al nudo, cosa que en el espacio se realiza unívocamente, por ejemplo con la sumatoria de fuerzas proyectadas según tres ejes coordenados aplicado en el nudo. Tres ecuaciones con tres incógnitas. En general proyectamos sobre cada una de las direcciones de las barras.

De esta forma, **el tetraedro** resulta la unidad geométrica básica para generar reticulados espaciales isostáticos en el espacio, como lo era **el triángulo** para los reticulados analizables en un plano.

El triángulo formado por tres barras rígidas unidas entre sí por sus extremos se comporta como una única **chapa rígida**.

La **condición de rigidez** para que un reticulado plano sea estrictamente indeformable, como ya fue analizado, es que el número de barras debe ser igual al doble del número de nudos menos tres **$b = 2n - 3$** .

Esta condición de rigidez es necesaria, pero no suficiente. Es necesario que no existan barras superfluas o que parte del sistema tenga posibilidad de sufrir desplazamientos relativos con respecto a la parte restante. Para asegurarse que la distribución de las barras sea conveniente, bastaría con construir el reticulado a partir del triángulo base, mediante la generación de parejas de barras para fijar cada nuevo nudo.

Para fijar un vértice o nudo en el espacio, ya no son suficientes dos barras como en el plano, se requieren tres bielas; sean éstas de vínculo externo, de vínculo interno o barras rígidas o bien una combinación de ambas. La relación numérica para la fijación de nuevos nudos en el espacio es **$b=3n$** .

Nuevamente como en sucedía en el plano, la **condición de rigidez** es necesaria pero no suficiente. Las barras deben estar bien dispuestas para que el conjunto sea **indeformable**.

Para que un conjunto de vértices en el espacio vinculados mediante barras rígidas, resulte rígido e indeformable, a partir de un triángulo base en el espacio, cada nuevo vértice que queramos fijar al conjunto, requiere del agregado de tres nuevas barras no coplanares.

El reticulado así concebido poseerá seis grados de libertad. Para fijarlo será preciso imponerle tantas condiciones de vínculo como grados de libertad posee, materializados en forma de seis bielas.

La generación de los reticulados espaciales procede a partir de lo que se denomina **anillo de base**, entendiendo por tal una serie de puntos que constituyen los vértices de un polígono, sea éste regular o no. Estos vértices pueden hallarse en un mismo plano o constituir un

polígono alabeado. El anillo de base tiene por objeto establecer un conjunto de puntos fijos sobre el que apoyarse para generar el reticulado espacial.

Para que el sistema resulte indeformable, es necesario que los vínculos impidan el desplazamiento según tres ejes y rotación entorno a tres ejes.

Para que el anillo sea rígido e indeformable es condición necesaria que el número de sus lados sea impar, de ser par resultaría deformable.

Es imprescindible conocer cómo cambia la dirección de las solicitaciones a través de su descomposición en vectores y cómo se puede controlar su magnitud. El cambio de dirección de las solicitaciones mediante elementos vectoriales no debe efectuarse en un solo plano y la transmisión de esfuerzos no debe realizarse en un solo eje. La descomposición puede efectuarse tanto en superficies curvas como en dirección tridimensional.

La ampliación biaxial de las estructuras de barras trianguladas conduce a mallas espaciales planas.

Estrictamente resultaría imprescindible conocer la geometría espacial, las propiedades de los poliedros y las leyes de la trigonometría esférica, para aplicar las múltiples posibilidades de las mallas espaciales.

4. DETERMINACIÓN DE LOS ESFUERZOS EN LAS BARRAS DE RETICULADOS ESPACIALES. SOLUCIONES GRÁFICA Y GRAFICO-NUMÉRICA.

En los reticulados espaciales que poseen nudos a los cuales concurren sólo tres barras con esfuerzos incógnita, éstos se pueden determinar mediante procedimientos gráficos o gráfico-numéricos.

Consiste en equilibrar una fuerza (fuerza exterior al nudo o bien la resultante entre ésta y el esfuerzo conocido correspondiente a una barra) mediante tres fuerzas cuyas líneas de acción coinciden con los ejes de las barras que son concurrentes en el nudo. El problema tiene solución si el número de esfuerzos desconocidos es tres.

Los métodos a utilizar serán el Método de Culmann, procedimiento gráfico extendido al espacio y el Método de Ritter, procedimiento gráfico-numérico que consiste en tomar momentos respecto de tres ejes ubicados en forma tal que anulen los momentos de los esfuerzos incógnita.

La complejidad del trabajo en el espacio más el elevado número de barras que en general hay que tener en cuenta, lleva a que estos métodos u otros alternativos, se utilicen mediante programas de cálculo adecuados.

5. VENTAJAS Y DESVENTAJAS.

Recordemos como vimos antes, que un conjunto espacial tridimensional, es autosuficiente frente a las sollicitaciones que en el espacio pueden estar en cualquier dirección, su rigidez está asegurada por su propia estructura.

Sus ventajas se desprenden de esta propiedad fundamental:

- montaje: se pueden prefabricar o pre-encastrear en el suelo, partes de grandes dimensiones e izarlas con un número muy reducido de puntos de suspensión;
- economía en el material: no necesitan ninguna construcción complementaria para que asegure su estabilidad, el acero que en general las constituye, está completamente utilizado en la transmisión de cargas, permitiendo así una optimización del peso del acero;
- ligereza: en la medida en que las dimensiones están pensadas para luces importantes, la relación resistencia/peso es muy alta, sobretodo para las cargas puntuales o móviles;
- transparencia
- estética: simplicidad en la lectura (desafortunadamente, a menudo empañado por los efectos de perspectiva de tramas demasiado complejas), la pureza en determinados tipos de encastre, la coordinación del diseño de la estructura con los volúmenes interiores y exteriores; connotación de alta tecnología y modernidad: impresión de simplicidad en el empleo de un mismo módulo de base (a menudo engañoso).

Las desventajas son:

- habitualmente dificultades de transporte (importantes volúmenes de bajo peso), o bien, la necesidad de realizar en el lugar demasiados encastres (a veces todos);
- el elevado costo de los encastres (compensados por la economía material); se tenderá entonces a reducir el número de aquellos y a simplificarlos al máximo;
- abigarramiento, a menos que los volúmenes interiores de las estructuras sean utilizables.

ANEXO 1.

PRIMER ACERCAMIENTO AL ESTUDIO DE LA COMPRESIÓN DE BARRAS EN LOS RETICULADOS.

Estas barras modelizadas como bielas, están solicitadas solo por fuerzas axiales, de compresión o tracción.

La barra, si se somete a una compresión creciente, se deforma esencialmente mediante acortamientos. No se aprecia una curvatura del eje, no se aprecia una flexión.

Cuando la compresión creciente llega a un valor crítico ($N_{\text{crítico}}$ o N_{Euler}), la barra se flexa, o, dicho de otro modo, a partir de dicho valor, para pequeños incrementos de carga se producen grandes deformaciones de flexión. Se ha entrado entonces en situación de pandeo.



Si bien para una carga $N > N_{\text{Euler}}$, la barra puede adoptar una nueva posición de equilibrio, estable siempre que cumpla $M_{\text{ext}} < M_{\text{int}}$, capaz, será con una flexión por pandeo, inaceptable estructuralmente.

La geometría original, recta, habrá dejado de corresponderse con una posición o forma estable, desde que la nueva posición de equilibrio es sensiblemente distinta de la original.

Debemos diseñar para tener una razonable distancia de esta carga crítica, o sea, estar a una distancia razonable de la inestabilidad por pandeo.

Los ensayos y la teoría muestran que la carga crítica para una barra depende de la geometría de la barra, fuertemente.

Depende de su longitud, y de la geometría de su sección, depende en definitiva de la esbeltez de la barra. También del material, más directamente en función del módulo de

elasticidad del material ($E= 2.100.000 \text{ daN/cm}^2$ para el acero, 80.000 daN/cm^2 a 200.000 daN/cm^2 para los distintos tipo de madera, etc.).

Depende también de la rigidez de los vínculos de la barra, que en el caso de las barras de los reticulados esa rigidez se corresponde con el modelo articulado-articulado, siendo la luz real de la barra la considerada como luz de pandeo.

Veremos luego esta incidencia en otras situaciones.

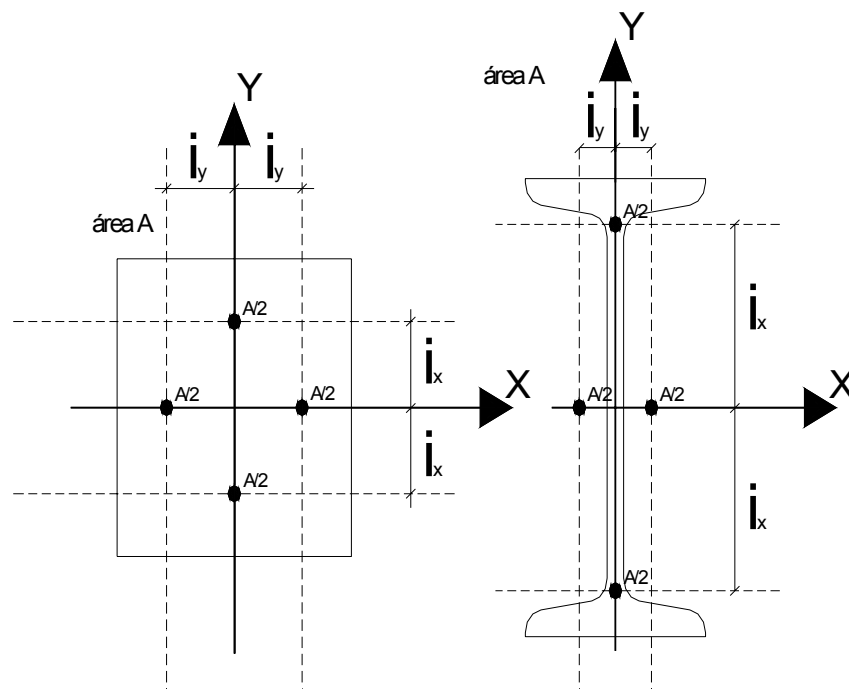
Dependencia de la geometría de la sección:

A mayor longitud de la barra se corresponde una menor tensión de Euler. Es decir, en el incremento de carga sobre la barra, si ésta es más larga, comienza el pandeo para un valor crítico menor. Los ensayos y la teoría muestran que **la carga crítica es inversamente proporcional al cuadrado de la longitud**.

El área de la sección aporta positivamente, a mayor área mayor será la fuerza crítica. Pero no incide tanto el área como su organización en relación a los ejes principales. Ello lo mide la inercia (ver definición de inercia, área y radio de giro de la sección).

Dada una sección caracterizada por un área (A) y una inercia respecto a un eje (I_x), el radio de giro respecto a ese eje, se puede leer como la distancia al eje, a la que debo colocar el área A , para obtener la inercia I_x .

En la figura hemos concentrado el área $A/2$ a cada lado del eje x , a una distancia i_x .



Lo mismo respecto al otro eje.

La sección cuadrada con $i_x=i_y$ tiene un equilibrio en cuanto a su capacidad en los dos planos, la sección doble t, con $i_y \ll i_x$ tiene un plano mucho mas esbelto que el otro.

Con estas conceptualizaciones podemos definir la esbeltez respecto a cada uno de los dos ejes.

$$\lambda_{x,y} = \frac{l}{i_{x,y}}$$

Evidentemente la barra pandea en el plano débil, correspondiente al menor de los dos radios de giro, o sea al plano de mayor esbeltez.

Con estas definiciones podemos decir que los ensayos y la teoría (sobre la que luego abundaremos), nos permite determinar la dependencia de la fuerza de Euler respecto de las variables que hemos definido:

$$N_{Euler} = \frac{\pi^2 \cdot E_{material} \cdot A}{\lambda^2}$$

En esta expresión surge la incidencia de la constante π , que aparece al asumir una forma sinusoidal ($\text{sen}x$) para la deformada de la barra.

Tensión crítica.- Hablemos en términos de tensión:

$$\sigma_{Euler} = \frac{N_{Euler}}{A} = \frac{\pi^2 \cdot E_{material} \cdot A}{\lambda^2 \cdot A},$$

$$\sigma_{Euler} = \frac{\pi^2 \cdot E_{material}}{\lambda^2}$$

Para tomar distancia de la tensión crítica o de Euler en el diseño, tomamos un coeficiente de seguridad n , sobre el que habría mucho que decir, pero por ahora, postergamos su tratamiento.

$$\sigma_{Euler - de.diseño} = \frac{\pi^2 \cdot E_{material}}{\lambda^2 \cdot n}$$

Por comodidad en el planteo definimos el llamado coeficiente de pandeo ω_p , como la relación entre dos tensiones, la tensión de diseño, o admisible f_d , y la tensión de Euler de diseño σ_{Ed} :

$$\omega_p = \frac{f_d}{\sigma_{Ed}}$$

Para cada material ese parámetro, es en función de la esbeltez, y esta dependencia la tabulamos en las tablas del anexo.

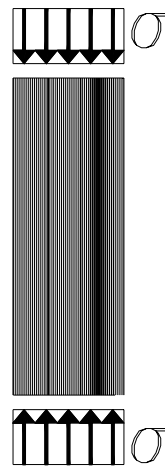
$$\omega_p = f(\text{del ... material}, \lambda)$$

Diseñaremos con una distancia razonable de la tensión crítica:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \sigma_{Ed} = \frac{f_d}{\omega_p} \leq f_d$$

En ese caso la tensión de compresión se distribuirá uniformemente en el área, y valdrá N/A.

Profundizaremos estos conceptos más adelante.



ANEXO 2.

COEFICIENTE DE PANDEO W PARA ACERO										
BARRAS DE SECCION CONSTANTE según DIN 1050 acero St 00.12; acero de calidad corriente y St 37.12								unidades si se trabaja con σ_k $\frac{k}{cm^2}$		
$\lambda = \frac{l_k}{\rho_{\min}}$ $A \geq \frac{WF}{\sigma_{ed}}$								F : k A : cm^2		
λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
10	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.02	1.02	1.02
20	1.02	1.03	1.03	1.03	1.03	1.04	1.04	1.04	1.05	1.05
30	1.05	1.06	1.06	1.07	1.07	1.08	1.08	1.09	1.09	1.10
40	1.10	1.11	1.11	1.12	1.13	1.13	1.14	1.15	1.15	1.16
50	1.17	1.18	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25
60	1.26	1.27	1.29	1.30	1.31	1.32	1.34	1.35	1.36	1.38
70	1.39	1.41	1.43	1.44	1.46	1.48	1.50	1.52	1.54	1.56
80	1.59	1.61	1.63	1.66	1.69	1.71	1.74	1.78	1.81	1.84
90	1.88	1.92	1.95	2.00	2.04	2.09	2.14	2.19	2.24	2.30
100	2.36	2.41	2.46	2.51	2.56	2.61	2.66	2.71	2.76	2.81
110	2.86	2.91	2.97	3.02	3.07	3.13	3.18	3.24	3.29	3.35
120	3.40	3.46	3.52	3.58	3.64	3.69	3.75	3.81	3.87	3.93
130	4.00	4.06	4.12	4.18	4.25	4.31	4.37	4.44	4.50	4.57
140	4.63	4.70	4.77	4.83	4.90	4.97	5.04	5.11	5.18	5.25
150	5.32	5.39	5.46	5.53	5.61	5.68	5.75	5.83	5.90	5.98
160	6.05	6.13	6.20	6.28	6.36	6.44	6.51	6.59	6.67	6.75
170	6.83	6.91	6.99	7.08	7.16	7.24	7.32	7.41	7.49	7.57
180	7.66	7.75	7.83	7.92	8.00	8.09	8.18	8.27	8.36	8.44
190	8.53	8.62	8.72	8.81	8.90	8.99	9.08	9.17	9.27	9.36
200	9.46	9.55	9.65	9.74	9.84	9.94	10.03	10.13	10.23	10.33
210	10.43	10.53	10.63	10.73	10.83	10.93	11.03	11.13	11.24	11.34
220	11.44	11.55	11.65	11.76	11.86	11.97	12.08	12.18	12.29	12.40
230	12.51	12.62	12.72	12.83	12.94	13.06	13.17	13.28	13.39	13.50
240	13.62	13.73	13.84	13.96	14.08	14.19	14.31	14.42	14.54	14.66
250	14.78									

COEFICIENTE DE PANDEO W PARA MADERA

BARRAS DE SECCION CONSTANTE según DIN 1052 $A \geq \frac{WF}{\sigma_{ad}}$ $\lambda = \frac{l_k}{\rho_{min}}$										unidades
para $\lambda \leq 150$ piezas principales para $\lambda > 150$ piezas secundarias										se trabaja con $\sigma = \frac{N}{A}$ F : k A : cm ²
λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1.00	1.01	1.01	1.02	1.03	1.03	1.04	1.05	1.06	1.06
10	1.07	1.08	1.09	1.09	1.10	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15
20	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24
30	1.25	1.26	1.27	1.28	1.29	1.30	1.32	1.33	1.34	1.35
40	1.36	1.38	1.39	1.40	1.42	1.43	1.44	1.46	1.47	1.49
50	1.50	1.52	1.53	1.55	1.56	1.58	1.60	1.61	1.63	1.65
60	1.67	1.69	1.70	1.72	1.74	1.76	1.79	1.81	1.83	1.85
70	1.87	1.90	1.92	1.95	1.97	2.00	2.03	2.05	2.08	2.11
80	2.14	2.17	2.21	2.24	2.27	2.31	2.34	2.38	2.42	2.46
90	2.50	2.54	2.58	2.63	2.68	2.73	2.78	2.83	2.88	2.94
100	3.00	3.07	3.14	3.21	3.28	3.35	3.43	3.50	3.57	3.65
110	3.73	3.81	3.89	3.97	4.05	4.13	4.21	4.29	4.38	4.46
120	4.55	4.64	4.73	4.82	4.91	5.00	5.09	5.19	5.28	5.38
130	5.48	5.57	5.67	5.77	5.88	5.98	6.08	6.19	6.29	6.40
140	6.51	6.62	6.73	6.84	6.95	7.07	7.18	7.30	7.41	7.53
150	7.65	7.77	7.90	8.02	8.14	8.27	8.39	8.52	8.65	8.78
160	8.91	9.04	9.18	9.31	9.45	9.58	9.72	9.86	10.00	10.15
170	10.29	10.43	10.58	10.73	10.88	11.03	11.18	11.33	11.48	11.64
180	11.80	11.95	12.11	12.27	12.44	12.60	12.76	12.93	13.09	13.26
190	13.43	13.61	13.78	13.95	14.12	14.30	14.48	14.66	14.84	15.03
200	15.20	15.38	15.57	15.76	15.95	16.14	16.33	16.52	16.71	16.91
210	17.11	17.31	17.51	17.71	17.92	18.12	18.33	18.53	18.74	18.95
220	19.17	19.38	19.60	19.81	20.03	20.25	20.47	20.69	20.92	21.14
230	21.37	21.60	21.83	22.06	22.30	22.53	22.77	23.01	23.25	23.49
240	23.73	23.98	24.22	24.47	24.72	24.97	25.22	25.48	25.73	25.99
250	26.25									

**Características geométricas de elementos estructurales
PERFILES DE ACERO I**

segun DIN 1025

largos normales: 4 a 15 m

h,bo,b,r,r1,d mme

A cms2

g daN/m

Iy,Ix cms4

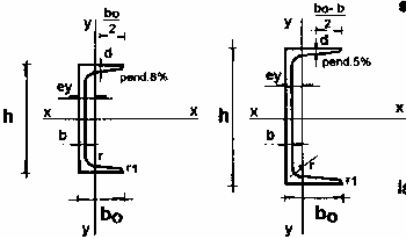
Wx,Wy cms3

ix,iy cms

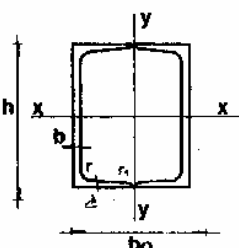
SLn cms3

I	h	bo	b=r	d	r1	A	g	Ix	Wx	ix	Iy	Wy	iy	SLN
8	80	42	3.9	5.9	2.3	7.54	5.94	77.8	19.5	3.20	6.3	3.00	0.91	11.4
10	100	50	4.5	6.8	2.7	10.6	8.34	171	34.2	4.01	12.2	4.88	1.07	19.9
12	120	58	5.1	7.7	3.1	14.2	11.1	328	54.7	4.81	21.5	7.41	1.23	31.8
14	140	66	5.7	8.6	3.4	18.2	14.3	573	81.09	5.61	35.2	10.70	1.40	47.7
16	160	74	6.3	9.5	3.8	22.8	17.9	935	117	6.40	54.7	14.80	1.55	68.0
18	180	82	6.9	10.4	4.1	27.9	21.9	1450	161	7.20	81.3	19.80	1.71	93.4
20	200	90	7.5	11.3	4.5	33.4	26.2	2140	214	8.00	117	26.00	1.87	125
22	220	98	8.1	12.2	4.9	39.5	31.1	3060	278	8.80	162	33.10	2.02	162
24	240	106	8.7	13.1	5.2	46.1	36.2	4250	354	9.59	221	41.70	2.20	206
26	260	113	9.4	14.1	5.6	53.3	41.9	5740	442	10.4	288	51.00	2.32	257
28	280	119	10.1	15.2	6.1	61.0	47.9	7590	542	11.1	364	61.20	2.45	316
30	300	125	10.8	16.2	6.5	69.0	54.2	9800	653	11.9	451	72.20	2.58	381
32	320	131	11.5	17.3	6.9	77.7	61.0	12510	782	12.7	555	84.70	2.67	457
34	340	137	12.2	18.3	7.3	86.7	68.0	15700	923	13.5	674	98.40	2.80	540
36	360	143	13.0	19.5	7.8	97.0	76.1	19610	1090	14.2	818	114	2.90	638
38	380	149	13.7	20.5	8.2	107	84.0	24010	1260	15.0	975	131	3.02	741
40	400	155	14.4	21.6	8.6	118	92.4	29210	1460	15.70	1160	149	3.13	857
42 1/2	425	163	15.3	23.0	9.2	132	104	36970	1740	16.70	1440	176	3.30	1020
45	450	170	16.2	24.3	9.7	147	115	45850	2040	17.70	1730	203	3.43	1200
47 1/2	475	178	17.1	25.6	10.3	163	128	56480	2380	18.60	2090	235	3.60	1400
50	500	185	18.0	27.0	10.8	179	141	68740	2750	19.60	2480	268	3.72	1620
55	550	200	19.0	30.0	11.9	212	166	99180	3610	21.60	3490	349	4.02	2120
60	600	215	21.6	32.4	13.0	254	199	139000	4630	23.40	4670	434	4.30	2730

NOTA: LOS PERFILES DENTRO DEL RECUADRO SON LOS QUE USUALMENTE SE ENCUENTRAN DISPONIBLES EN PLAZA.

Características geométricas de elementos estructurales PERFILES [DE ACERO															
 <p style="text-align: center;">segun DIN 1025</p> <p style="text-align: center;">largos normales 4 a 15 m para perfiles [> 8 3 a 12 m para perfiles [≤ 8</p>	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">h,bo,b,r,r1,d</td> <td style="padding: 2px;">mms</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">A</td> <td style="padding: 2px;">cms2</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">g</td> <td style="padding: 2px;">daN/m</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">ly,lx</td> <td style="padding: 2px;">cms4</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Wx,Wy</td> <td style="padding: 2px;">cms3</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">ey,ix,iy</td> <td style="padding: 2px;">cms</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">SLN</td> <td style="padding: 2px;">cms3</td> </tr> </table>	h,bo,b,r,r1,d	mms	A	cms2	g	daN/m	ly,lx	cms4	Wx,Wy	cms3	ey,ix,iy	cms	SLN	cms3
h,bo,b,r,r1,d	mms														
A	cms2														
g	daN/m														
ly,lx	cms4														
Wx,Wy	cms3														
ey,ix,iy	cms														
SLN	cms3														

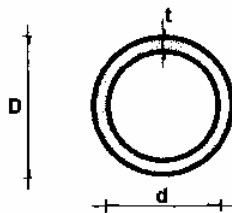
	h	bo	b	d	r1	A	g	ey	lx	Wx	ix	ly	Wy	iy	SLN
3	30	33	5	7	3.5	5.44	4.27	1.31	6.39	4.26	1.08	5.33	2.68	0.99	-
4	40	35	5	7	3.5	6.21	4.87	1.33	14.1	7.05	1.50	6.68	3.08	1.04	-
5	50	38	5	7	3.5	7.12	5.59	1.37	28.4	10.6	1.92	9.12	3.75	1.13	-
6 1/2	65	42	5.5	7.5	4	9.03	7.09	1.42	57.5	17.7	2.52	14.1	5.07	1.25	-
8	80	45	6	8	4	11.0	8.64	1.45	106	26.5	3.10	19.4	6.36	1.33	15.9
10	100	50	6	8.5	4.5	13.5	10.6	1.55	206	41.2	3.91	29.3	8.49	1.47	24.5
12	120	55	7	9	4.5	17.0	13.4	1.60	364	60.7	4.62	43.2	11.1	1.59	36.3
14	140	60	7	10	5	20.4	16.0	1.75	605	86.4	5.45	62.7	14.8	1.75	51.4
16	160	65	7.5	10.5	5.5	24.0	18.8	1.84	925	116	6.21	85.3	18.3	1.89	68.8
18	180	70	8	11	5.5	28.0	22.0	1.92	1350	150	6.95	114	22.4	2.02	89.6
20	200	75	8.5	11.5	6	32.2	25.3	2.01	1910	191	7.7	148	27.0	2.14	114
22	220	80	9	12.5	6.5	37.4	29.4	2.14	2690	245	8.48	197	33.6	2.30	146
24	240	85	9.5	13	6.5	42.3	33.2	2.23	3600	300	9.22	248	39.6	2.42	179
26	260	90	10	14	7	48.3	37.9	2.36	4820	371	9.99	317	47.7	2.56	221
28	280	95	10	15	7.5	53.3	41.8	2.53	6280	448	10.9	399	57.2	2.74	266
30	300	100	10	16	8	58.8	46.2	2.70	8030	535	11.7	495	67.8	2.90	316
32	320	100	14	17.5	8.75	75.8	59.5	2.60	10670	679	12.1	597	80.6	2.81	413
35	350	100	14	16	8	77.3	60.6	2.40	12840	734	12.9	570	75.0	2.72	459
38	380	102	13.5	16	8	80.4	63.1	2.38	15760	829	14.0	615	78.7	2.77	507
40	400	110	14	18	9	91.5	71.8	2.65	20350	1020	14.9	846	102	3.04	618

Características geométricas de elementos estructurales COMBINACION DE PERFILES [DE ACERO																								
	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">h, b_0, b, d, r, r_1</td> <td style="padding: 2px;">mm</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">A</td> <td style="padding: 2px;">cm²</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">g</td> <td style="padding: 2px;">daN/m</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">I_y, I_x</td> <td style="padding: 2px;">cm⁴</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">W_x, W_y</td> <td style="padding: 2px;">cm³</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">i_x, i_y</td> <td style="padding: 2px;">cm</td> </tr> </table>												h, b_0, b, d, r, r_1	mm	A	cm ²	g	daN/m	I_y, I_x	cm ⁴	W_x, W_y	cm ³	i_x, i_y	cm
h, b_0, b, d, r, r_1	mm																							
A	cm ²																							
g	daN/m																							
I_y, I_x	cm ⁴																							
W_x, W_y	cm ³																							
i_x, i_y	cm																							

	h	b_0	b	$d=r$	r_1	A	g	I_x	W_x	i_x	I_y	W_y	i_y
3	30	66.00	5.00	7.0	3.50	10.88	8.54	12.78	8.52	1.08	53.55	1.63	2.22
4	40	70.00	5.00	7.0	3.50	12.42	9.74	26.20	14.10	1.50	71.84	2.05	2.41
5	50	76.00	5.00	7.0	3.50	14.24	11.18	52.80	21.12	1.92	102.33	2.69	2.68
6 1/2	65	84.00	5.50	7.5	4.00	18.06	14.18	115.00	35.38	2.52	167.77	3.99	3.05
8	80	90.00	6.00	8.0	4.00	22.00	17.28	212.00	53.00	3.10	243.46	5.41	3.33
10	100	100.00	6.00	8.5	4.50	27.00	21.20	412.00	82.40	3.91	379.97	7.60	3.75
12	120	110.00	7.00	9.0	4.50	34.00	26.60	728.00	121.33	4.62	603.54	10.87	4.21
14	140	120.00	7.00	10.0	5.00	40.80	32.00	1210.00	172.86	5.45	862.35	14.37	4.60
16	160	130.00	7.50	10.5	5.50	48.00	37.60	1850.00	231.25	6.21	1212.95	18.66	5.03
18	180	140.00	8.00	11.0	5.50	56.00	44.00	2700.00	300.00	6.95	1673.16	23.90	5.47
20	200	150.00	8.50	11.5	6.00	64.40	50.60	3820.00	382.00	7.7	2237.02	29.83	5.89
22	220	160.00	9.00	12.5	6.50	74.80	58.80	5380.00	489.09	8.48	2962.60	37.03	6.29
24	240	170.00	9.50	13.0	6.50	84.60	66.40	7200.00	600.00	9.22	3821.87	44.96	6.72
26	260	180.00	10.00	14.0	7.00	96.60	75.80	9640.00	741.54	9.99	4893.06	54.37	7.12
28	280	190.00	10.00	15.0	7.50	108.60	83.60	12560.00	897.14	10.9	5976.72	62.91	7.49
30	300	200.00	10.00	16.0	8.00	117.60	92.40	16080.00	1070.67	11.7	7256.90	72.57	7.86
32	320	200.00	14.00	17.5	8.75	151.60	119.00	21740.00	1358.75	12.1	9495.62	94.96	7.91
35	350	200.00	14.00	16.0	8.00	154.60	121.20	25680.00	1467.43	12.9	10069.70	100.70	8.07
38	380	204.00	13.34	16.0	8.00	160.80	126.20	31520.00	1656.95	14.10	11048.60	108.32	8.33
40	400	220.00	14.00	18.0	9.00	183.00	143.60	40700.00	2035.00	14.9	14451.20	131.38	8.89

NOTA: LOS PERFILES DENTRO DEL RECUADRO SON LOS QUE USUALMENTE SE ENCUENTRAN DISPONIBLES EN PLAZA.

**Características geométricas de elementos estructurales
CANOS DE ACERO SIN COSTURA DE SECCION CIRCULAR**

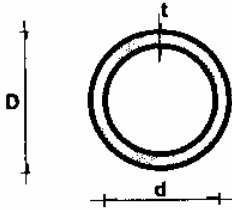


UNIT 134 - 59
COPANT 13:5 - 032

DENOMINACION	pulgadas
D, d, t	cm
A	cm ²
g	daN/m
I	cm ⁴
W	cm ³
i	cm

DENOMINACION	D	d	t	A	g	I	W	i
1	33.40	26.64	3.38	3.19	2.50	3.64	2.18	1.07
1	33.40	24.30	4.55	4.12	3.23	4.40	2.63	1.03
1	33.40	20.70	6.35	5.40	4.23	5.21	3.12	0.98
1	33.40	15.20	9.10	6.95	5.45	5.85	3.50	0.92
1	33.50	27.70	2.90	2.79	2.19	3.29	1.97	1.09
1	33.70	27.90	2.90	2.81	2.21	3.36	1.99	1.09
1	33.70	27.20	3.25	3.11	2.44	3.64	2.16	1.08
1	33.70	25.60	4.05	3.77	2.97	4.22	2.51	1.06
1 1/4	42.16	35.04	3.56	4.32	3.38	8.11	3.85	1.37
1 1/4	42.16	32.46	4.85	5.68	4.46	10.06	4.77	1.33
1 1/4	42.16	29.46	6.35	7.14	5.60	11.81	5.60	1.29
1 1/4	42.16	22.76	9.70	9.89	7.75	14.19	6.73	1.20
1 1/4	42.25	36.05	3.10	3.81	2.99	7.35	3.48	1.39
1 1/4	42.40	36.60	2.90	3.60	2.84	7.06	3.33	1.40
1 1/4	42.40	35.90	3.25	4.00	3.14	7.71	3.64	1.39
1 1/4	42.40	34.30	4.05	4.88	3.84	9.07	4.28	1.36
1 1/2	48.25	42.05	3.10	4.40	3.45	11.26	4.67	1.60
1 1/2	48.26	40.90	3.68	5.15	4.05	12.89	5.34	1.58
1 1/2	48.26	38.10	5.08	6.89	5.40	16.28	6.75	1.5
1 1/2	48.26	33.98	7.14	9.22	7.23	20.08	8.32	1.48
1 1/2	48.26	27.94	10.16	12.16	9.54	23.64	9.80	1.39
1 1/2	48.30	42.54	2.90	4.14	3.26	10.70	4.43	1.61
1 1/2	48.30	41.80	3.25	4.60	3.61	11.73	4.86	1.60
1 1/2	48.30	40.20	4.05	5.63	4.43	13.90	5.75	1.57
2	60.00	53.40	3.30	5.88	4.61	23.70	7.90	2.01
2	60.30	53.80	3.25	5.82	4.56	23.77	7.89	2.02
2	60.30	53.00	3.65	6.50	5.10	26.17	8.68	2.01
2	60.30	51.30	4.50	7.89	6.17	30.90	10.25	1.98
2	60.32	52.50	3.91	6.93	5.43	27.69	9.18	2.00
2	60.32	49.24	5.54	9.53	7.47	36.13	11.98	1.95
2	60.32	42.84	8.74	14.16	11.10	48.45	16.06	1.85
2	60.32	38.16	11.08	17.14	13.44	54.58	18.10	1.78

**Características geométricas de elementos estructurales
CAÑOS DE ACERO SIN COSTURA DE SECCION CIRCULAR**



UNIT 134 - 59
COPANT 13:5 - 032

DENOMINACION	pulgadas
D, d, t	cm
A	cm ²
g	daN/m
I	cm ⁴
W	cm ³
i	cm

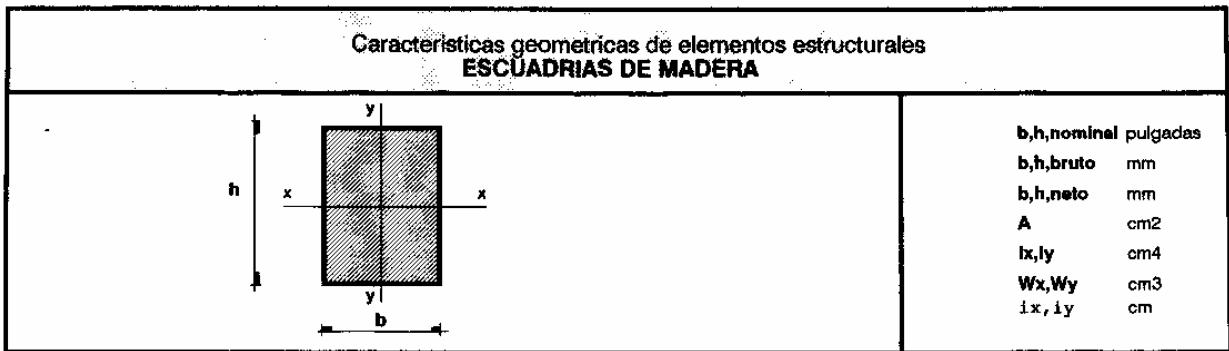
DENOMINACION	D	d	t	A	g	I	W	i
2 1/2	73.03	62.71	5.16	11.00	8.62	63.72	17.45	2.41
2 1/2	73.03	59.01	7.01	14.54	11.40	80.11	21.94	2.35
2 1/2	73.03	53.97	9.53	19.01	14.90	97.98	26.83	2.27
2 1/2	73.03	44.99	14.02	25.99	20.39	119.52	32.73	2.14
2 1/2	75.50	68.00	3.75	8.45	6.64	54.54	14.45	2.54
2 1/2	76.10	69.60	3.25	7.48	5.81	49.44	12.99	2.58
2 1/2	76.10	68.80	3.65	8.31	6.51	54.65	14.36	2.56
2 1/2	76.10	67.10	4.50	10.12	7.90	65.12	17.11	2.54
3	88.25	80.25	4.00	10.59	8.31	94.15	21.34	2.98
3	88.90	81.60	3.65	9.78	7.65	88.97	20.02	3.02
3	88.90	80.80	4.05	10.80	8.47	97.38	21.91	3.00
3	88.90	79.20	4.85	12.81	10.10	113.46	25.53	2.98
3	88.90	77.92	5.49	14.39	11.28	125.65	28.27	2.96
3	88.90	73.66	7.62	19.46	15.25	162.09	36.47	2.89
3	88.90	66.64	11.13	27.19	21.30	209.80	47.20	2.78
3	88.90	58.42	15.24	35.27	27.65	249.43	56.11	2.66
3 1/2	101.00	92.50	4.25	12.92	10.10	151.44	29.99	3.42
3 1/2	101.60	94.30	3.65	11.23	8.77	134.89	26.55	3.47
3 1/2	101.60	93.50	4.05	12.41	9.72	147.89	29.11	3.45
3 1/2	101.60	91.90	4.85	36.85	11.60	172.92	34.04	3.42
3 1/2	101.60	90.12	5.74	36.22	13.56	199.27	39.23	3.40
3 1/2	101.60	85.44	8.08	34.60	18.62	261.47	51.47	3.32
4	113.50	105.00	4.25	46.94	11.50	217.96	38.41	3.87
4	114.30	106.20	4.05	47.80	11.00	213.42	37.34	3.90
4	114.30	105.30	4.50	47.43	12.10	234.32	41.00	3.89
4	114.30	103.50	5.40	46.69	14.40	274.54	48.04	3.85
4	114.30	102.26	6.02	46.18	16.06	301.05	52.68	3.83
4	114.30	97.18	8.56	44.20	22.29	400.03	70.00	3.75
4	114.30	87.32	13.49	40.62	33.51	562.45	96.67	3.60
4	114.30	80.06	17.12	38.24	40.98	636.16	111.31	3.49

BARRAS DE SECCION CIRCULAR										
DIAMETRO (mm)	6	8	10	12	14	16	20	25	32	40
PERIMETRO (cm)	1.885	2.513	3.142	3.770	4.398	5.026	6.283	7.854	10.053	12.566
PESO (daN/m)	0.222	0.395	0.617	0.888	1.208	1.578	2.466	3.853	6.313	9.865
SECCION (cm ²)	0.283	0.503	0.785	1.131	1.539	2.011	3.141	4.909	8.042	12.566

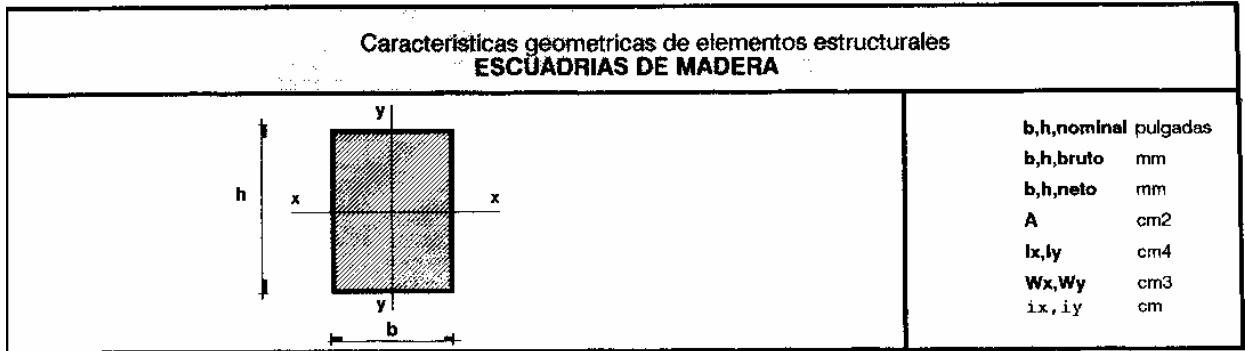
Tabla 7.2.1.- pág 83

Características geométricas de elementos estructurales ESCUADRIAS DE MADERA	
	<p>b,h,nominal pulgadas b,h,bruto mm b,h,neto mm A cm² I_x,I_y cm⁴ W_x,W_y cm³ i_x,i_y cm</p>

b x h nominal	b x h bruto	b neto	h neto	A	I _x	W _x	i _x	I _y	W _y	i _y
1 x 1	25.4x25.4	21.40	21.40	4.58	1.75	1.63	0.618	1.75	1.63	0.618
1 x 1 1/2	25.4x38.1	21.40	34.10	7.30	7.07	4.15	0.984	2.78	2.60	0.618
1 x 2	25.4x50.8	21.40	46.80	10.02	18.28	7.81	1.351	3.82	3.57	0.618
1 x 2 1/2	25.4x63.5	21.40	59.50	12.73	37.57	12.63	1.718	4.86	4.54	0.618
1 x 3	25.4x76.2	21.40	72.20	15.45	67.12	18.59	2.084	5.90	5.51	0.618
1 x 3 1/2	25.4x88.9	21.40	84.90	18.17	109.13	25.71	2.451	6.93	6.48	0.618
1 x 4	25.4x101.6	21.40	97.60	20.89	165.80	33.98	2.817	7.97	7.45	0.618
1 x 4 1/2	25.4x114.3	21.40	110.30	23.60	239.31	43.39	3.184	9.01	8.42	0.618
1 x 5	25.4x127.0	21.40	119.00	25.47	300.52	50.51	3.435	9.72	9.08	0.618
1 x 5 1/2	25.4x139.7	21.40	131.70	28.18	407.37	61.86	3.802	10.76	10.05	0.618
1 x 6	25.4x152.4	21.40	144.40	30.90	536.95	74.37	4.168	11.79	11.02	0.618
1 x 6 1/2	25.4x165.1	21.40	157.10	33.62	691.45	88.03	4.535	12.83	11.99	0.618
1 x 7	25.4x177.8	21.40	169.80	36.34	873.06	102.83	4.902	13.87	12.96	0.618
1 x 7 1/2	25.4x190.5	21.40	182.50	39.06	1083.98	118.79	5.268	14.90	13.93	0.618
1 x 8	25.4x203.2	21.40	195.20	41.77	1326.39	135.90	5.635	15.94	14.90	0.618
1 x 8 1/2	25.4x215.9	21.40	207.90	44.49	1602.49	154.16	6.002	16.98	15.87	0.618
1 x 9	25.4x228.6	21.40	220.60	47.21	1914.47	173.57	6.368	18.02	16.84	0.618
1 x 9 1/2	25.4x241.3	21.40	233.30	49.93	2264.52	194.13	6.735	19.05	17.81	0.618
1 x 10	25.4x254.0	21.40	246.00	52.64	2654.84	215.84	7.101	20.09	18.78	0.618
1 x 10 1/2	25.4x266.7	21.40	258.70	55.36	3087.61	238.70	7.468	21.13	19.75	0.618
1 x 11	25.4x279.4	21.40	271.40	58.08	3565.02	262.71	7.835	22.17	20.72	0.618
1 x 11 1/2	25.4x292.1	21.40	284.10	60.80	4089.27	287.88	8.201	23.20	21.68	0.618
1 x 12	25.4x304.8	21.40	296.80	63.52	4662.56	314.19	8.568	24.24	22.65	0.618
1 1/2 x 1 1/2	38.1x38.1	34.10	34.10	11.63	11.27	6.61	0.984	11.27	6.61	0.984
1 1/2 x 2 1/2	38.1x50.8	34.10	46.80	15.96	29.13	12.45	1.351	15.46	9.07	0.984
1 1/2 x 2 1/2	38.1x63.5	34.10	59.50	20.29	59.86	20.12	1.718	19.66	11.53	0.984
1 1/2 x 3 1/2	38.1x76.2	34.10	72.20	24.62	106.95	29.63	2.084	23.86	13.99	0.984
1 1/2 x 3 1/2	38.1x88.9	34.10	84.90	28.95	173.90	40.97	2.451	28.05	16.45	0.984
1 1/2 x 4	38.1x101.6	34.10	97.60	33.28	264.19	54.14	2.817	32.25	18.92	0.984
1 1/2 x 4 1/2	38.1x114.3	34.10	110.30	37.61	381.33	69.14	3.184	36.45	21.38	0.984
1 1/2 x 5	38.1x127.0	34.10	119.00	40.58	478.87	80.48	3.435	39.32	23.06	0.984
1 1/2 x 5 1/2	38.1x139.7	34.10	131.70	44.91	649.13	98.58	3.802	43.52	25.52	0.984



bxh nominal	bxh bruto	b neto	h neto	A	I _x	W _x	i _x	I _y	W _y	i _y
1 1/2 x 6	38.1x152.4	34.1	144.4	49.24	855.61	118.51	4.168	47.71	27.98	0.984
1 1/2 x 6 1/2	38.1x165.1	34.1	157.1	53.57	1101.80	140.27	4.535	51.91	30.45	0.984
1 1/2 x 7	38.1x177.8	34.1	169.8	57.90	1391.19	163.86	4.902	56.11	32.91	0.984
1 1/2 x 7 1/2	38.1x190.5	34.1	182.5	62.23	1727.28	189.29	5.268	60.30	35.37	0.984
1 1/2 x 8	38.1x203.2	34.1	195.2	66.56	2113.55	216.55	5.635	64.50	37.83	0.984
1 1/2 x 8 1/2	38.1x215.9	34.1	207.9	70.89	2553.50	245.65	6.002	68.70	40.29	0.984
1 1/2 x 9	38.1x228.6	34.1	220.6	75.22	3050.63	276.58	6.368	72.89	42.75	0.984
1 1/2 x 9 1/2	38.1x241.3	34.1	233.3	79.56	3608.42	309.34	6.735	77.09	45.21	0.984
1 1/2 x 10	38.1x254.0	34.1	246.0	83.89	4230.37	343.93	7.101	81.29	47.68	0.984
1 1/2 x 10 1/2	38.1x266.7	34.1	258.7	88.22	4919.97	380.36	7.468	85.48	50.14	0.984
1 1/2 x 11	38.1x279.4	34.1	271.4	92.55	5680.71	418.62	7.835	89.68	52.60	0.984
1 1/2 x 11 1/2	38.1x292.1	34.1	284.1	96.88	6516.09	458.72	8.201	93.88	55.06	0.984
1 1/2 x 12	38.1x304.8	34.1	296.8	101.21	7429.59	500.65	8.568	98.07	57.52	0.984
2 x 2	50.8x50.8	46.8	46.8	21.90	39.98	17.08	1.351	39.98	17.08	1.351
2 x 2 1/2	50.8x63.5	46.8	59.5	27.85	82.15	27.61	1.718	50.82	21.72	1.351
2 x 3	50.8x76.2	46.8	72.2	33.79	146.78	40.66	2.084	61.67	26.36	1.351
2 x 3 1/2	50.8x88.9	46.8	84.9	39.73	238.66	56.22	2.451	72.52	30.99	1.351
2 x 4	50.8x101.6	46.8	97.6	45.68	362.59	74.30	2.817	83.37	35.63	1.351
2 x 4 1/2	50.8x114.3	46.8	110.3	51.62	523.35	94.90	3.184	94.22	40.26	1.351
2 x 5	50.8x127.0	46.8	119.0	55.69	657.21	110.46	3.435	101.65	43.44	1.351
2 x 5 1/2	50.8x139.7	46.8	131.7	61.64	890.89	135.29	3.802	112.50	48.08	1.351
2 x 6	50.8x152.4	46.8	144.4	67.58	1174.27	162.64	4.168	123.35	52.71	1.351
2 x 6 1/2	50.8x165.1	46.8	157.1	73.52	1512.14	192.51	4.535	134.19	57.35	1.351
2 x 7	50.8x177.8	46.8	169.8	79.47	1909.32	224.89	4.902	145.04	61.98	1.351
2 x 7 1/2	50.8x190.5	46.8	182.5	85.41	2370.57	259.79	5.268	155.89	66.62	1.351
2 x 8	50.8x203.2	46.8	195.2	91.35	2900.71	297.20	5.635	166.74	71.26	1.351
2 x 8 1/2	50.8x215.9	46.8	207.9	97.30	3504.52	337.13	6.002	177.59	75.89	1.351
2 x 9	50.8x228.6	46.8	220.6	103.24	4186.79	379.58	6.368	188.44	80.53	1.351
2 x 9 1/2	50.8x241.3	46.8	233.3	109.18	4952.32	424.55	6.735	199.28	85.16	1.351
2 x 10	50.8x254.0	46.8	246.0	115.13	5805.91	472.02	7.101	210.13	89.80	1.351
2 x 10 1/2	50.8x266.7	46.8	258.7	121.07	6752.33	522.02	7.468	220.98	94.44	1.351
2 x 11	50.8x279.4	46.8	271.4	127.02	7796.40	574.53	7.835	231.83	99.07	1.351
2 x 11 1/2	50.8x292.1	46.8	284.1	132.96	8942.90	629.56	8.201	242.68	103.71	1.351
2 x 12	50.8x304.8	46.8	296.8	138.90	10196.62	687.10	8.568	253.52	108.34	1.351



b x h nominal	b x h bruto	b neto	h neto	A	I_x	W_x	i_x	I_y	W_y	i_y
3 x 2 1/2	76.2x63.5	72.2	59.5	42.96	126.74	42.60	1.718	186.62	51.69	2.084
3 x 3	76.2x76.2	72.2	72.2	52.13	226.45	62.73	2.084	226.45	62.73	2.084
3 x 3 1/2	76.2x88.9	72.2	84.9	61.30	368.20	86.74	2.451	266.28	73.76	2.084
3 x 4	76.2x101.6	72.2	97.6	70.47	559.38	114.63	2.817	306.11	84.80	2.084
3 x 4 1/2	76.2x114.3	72.2	110.3	79.64	807.39	146.40	3.184	345.94	95.83	2.084
3 x 5	76.2x127.0	72.2	119.0	85.92	1013.90	170.40	3.435	373.23	103.39	2.084
3 x 5 1/2	76.2x139.7	72.2	131.7	95.09	1374.40	208.72	3.802	413.06	114.42	2.084
3 x 6	76.2x152.4	72.2	144.4	104.26	1811.58	250.91	4.168	452.90	125.46	2.084
3 x 6 1/2	76.2x165.1	72.2	157.1	113.43	2332.84	296.99	4.535	492.73	136.49	2.084
3 x 7	76.2x177.8	72.2	169.8	122.60	2945.57	346.95	4.902	532.56	147.52	2.084
3 x 7 1/2	76.2x190.5	72.2	182.5	131.77	3657.17	400.79	5.268	572.39	158.56	2.084
3 x 8	76.2x203.2	72.2	195.2	140.93	4475.02	458.51	5.635	612.22	169.59	2.084
3 x 8 1/2	76.2x215.9	72.2	207.9	150.10	5406.54	520.11	6.002	652.06	180.62	2.084
3 x 9	76.2x228.6	72.2	220.6	159.27	6459.11	585.59	6.368	691.89	191.66	2.084
3 x 9 1/2	76.2x241.3	72.2	233.3	168.44	7640.12	654.96	6.735	731.72	202.69	2.084
3 x 10	76.2x254.0	72.2	246.0	177.61	8956.97	728.21	7.101	771.55	213.73	2.084
3 x 10 1/2	76.2x266.7	72.2	258.7	186.78	10417.06	805.34	7.468	811.38	224.76	2.084
3 x 11	76.2x279.4	72.2	271.4	195.95	12027.78	886.35	7.835	851.22	235.79	2.084
3 x 11 1/2	76.2x292.1	72.2	284.1	205.12	13796.52	971.24	8.201	891.05	246.83	2.084
3 x 12	76.2x304.8	72.2	296.8	214.29	15730.69	1060.02	8.568	930.88	257.86	2.084
4 x 2 1/2	101.6x63.5	97.6	59.5	58.07	171.32	57.59	1.718	460.98	94.46	2.817
4 x 3	101.6x76.2	97.6	72.2	70.47	306.11	84.80	2.084	559.38	114.63	2.817
4 x 3 1/2	101.6x88.9	97.6	84.9	82.86	497.73	117.25	2.451	657.77	134.79	2.817
4 x 4	101.6x101.6	97.6	97.6	95.26	756.17	154.95	2.817	756.17	154.95	2.817
4 x 4 1/2	101.6x114.3	97.6	110.3	107.65	1091.43	197.90	3.184	854.56	175.12	2.817
4 x 5	101.6x127.0	97.6	119.0	116.14	1370.60	230.35	3.435	921.97	188.93	2.817
4 x 5 1/2	101.6x139.7	97.6	131.7	128.54	1857.92	282.14	3.802	1020.36	209.09	2.817
4 x 6	101.6x152.4	97.6	144.4	140.93	2448.89	339.18	4.168	1118.76	229.25	2.817
4 x 6 1/2	101.6x165.1	97.6	157.1	153.33	3153.53	401.47	4.535	1217.15	249.42	2.817
4 x 7	101.6x177.8	97.6	169.8	165.72	3981.82	469.00	4.902	1315.55	269.58	2.817
4 x 7 1/2	101.6x190.5	97.6	182.5	178.12	4943.76	541.78	5.268	1413.94	289.74	2.817
4 x 8	101.6x203.2	97.6	195.2	190.52	6049.34	619.81	5.635	1512.34	309.90	2.817
4 x 8 1/2	101.6x215.9	97.6	207.9	202.91	7308.56	703.08	6.002	1610.73	330.07	2.817
4 x 9	101.6x228.6	97.6	220.6	215.31	8731.42	791.61	6.368	1709.12	350.23	2.817
4 x 9 1/2	101.6x241.3	97.6	233.3	227.70	10327.92	885.38	6.735	1807.52	370.39	2.817
4 x 10	101.6x254.0	97.6	246.0	240.10	12108.04	984.39	7.101	1905.91	390.56	2.817
4 x 10 1/2	101.6x266.7	97.6	258.7	252.49	14081.79	1088.66	7.468	2004.31	410.72	2.817
4 x 11	101.6x279.4	97.6	271.4	264.89	16259.16	1198.17	7.835	2102.70	430.88	2.817
4 x 11 1/2	101.6x292.1	97.6	284.1	277.28	18650.15	1312.93	8.201	2201.10	451.04	2.817
4 x 12	101.6x304.8	97.6	296.8	289.68	21264.75	1432.93	8.568	2299.49	471.21	2.817

ANEXO 3.

INTUICIÓN Y RAZONAMIENTO - Daniel Moisset

Capítulo V : La estabilidad del equilibrio. Pandeo

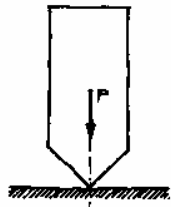


Figura 5.1. Equilibrio inestable.

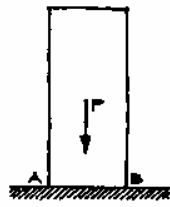


Figura 5.2. Equilibrio estable de un cuerpo rígido.

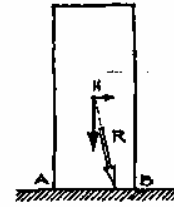


Figura 5.3. Para valores pequeños de H el equilibrio es estable.

Cuando hablamos del equilibrio estático decimos que debía ser estable, es decir, que cualquier mínima perturbación sólo podría causar mínimos efectos que desaparecerían al desaparecer la perturbación.

Por ejemplo, el cuerpo de la fig. 5.1. teóricamente al menos, podría estar en equilibrio si la recta de acción de su peso pasara exactamente por el punto de apoyo. Pero aún en ese caso, se trata de un equilibrio inestable, porque la más leve perturbación, el aleteo de una mosca, es suficiente para hacerlo caer.

El cuerpo de la fig 5.2. simplemente apoyado en una superficie deslizante, está en una situación de equilibrio estable. Pero la estabilidad no es absoluta sino relativa.

Supongamos que se aplica ahora una fuerza H creciente, fig. 5.3. La resultante de P y H es R. Mientras R caiga dentro del sector A-B, el sistema sigue en equilibrio estable.

Cuando por crecimiento de H, R pase justamente por B, es una situación límite: la del equilibrio inestable, fig. 5.4.

Si H supera mínimamente el valor anterior, o sea que R empieza a caer fuera de A-B, ya es suficiente para que el cuerpo vuelque, fig. 5.5. No hay equilibrio.

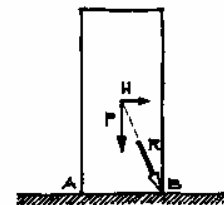


Figura 5.4. Situación límite. Cualquier aumento de H producirá el vuelco.

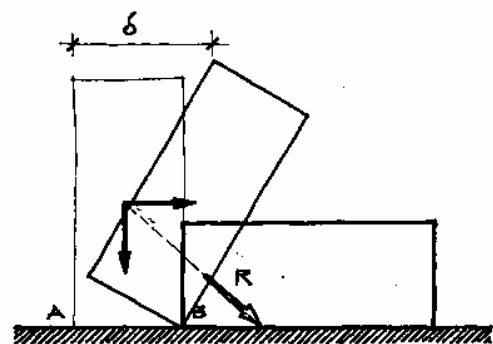
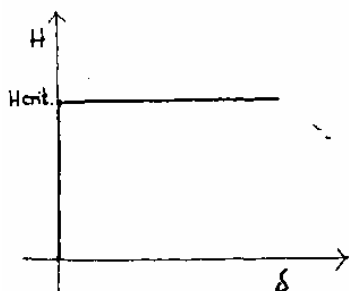


Figura 5.5. Si la resultante cae fuera de la base A-B se pierde el equilibrio.

Figura 5.6. Representación del corrimiento en función de H.



Se puede representar en un gráfico la relación entre H y el corrimiento δ , fig. 5.6. Allí se ve que inicialmente H crece sin que se produzcan corrimientos. Pero hay un cierto valor de H a partir del cual los corrimientos crecen indefinidamente.

Ni el cuerpo, ni la base, se han roto al hacer este ensayo. Sin embargo, se ha llegado a una situación de crisis de la estructura. La fuerza que la produjo podría ser designada como carga crítica, H_{crit} .

Esta inestabilidad del equilibrio estático, del cuerpo supuesto totalmente indeformado, es una cuestión del tipo de vínculos entre los distintos elementos de la estructura.

En la fig. 5.7. se representa una barra similar, pero empotrada en la base. Si no hay deformaciones de la barra, cualesquiera sean los valores de P y H, los corrimientos serán nulos. El sistema goza de un equilibrio estático absolutamente estable.

Veamos ahora una barra esbelta, de un material que sufre deformaciones elásticas, el acero por ejemplo, fig. 5.8. Si suponemos la barra perfectamente recta y la carga perfec-

Figura 5.7. El empotramiento asegura totalmente la estabilidad del equilibrio de un cuerpo rígido.



Figura 5.9. Corrimiento δ impuesto a la barra. Esta hace fuerza sobre el apoyo.



Figura 5.11. Diagrama de momentos producido por la fuerza H generada por el corrimiento δ .

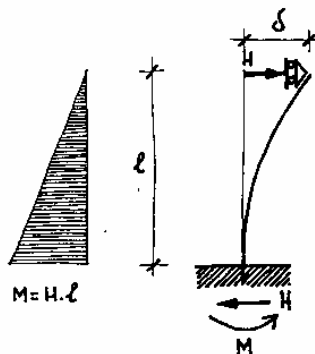


Figura 5.8. Si el cuerpo puede sufrir deformaciones elásticas su estabilidad no es absoluta.

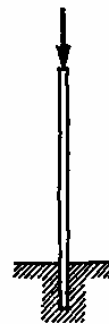


Figura 5.10. Si P crece llega un valor para el cual la barra comienza a despegarse del apoyo.

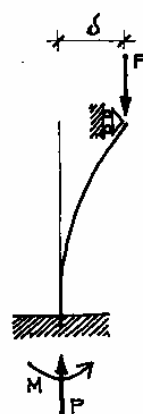
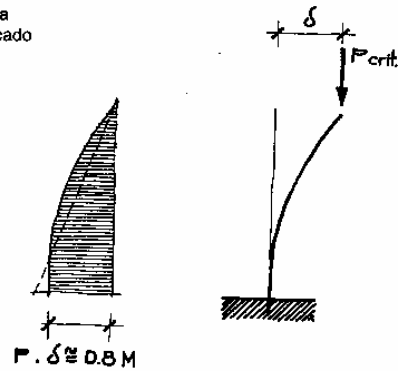


Figura 5.12. Diagrama de momentos producido por la fuerza P sobre la barra deformada. En trazos, diagrama simplificado equivalente.



tamente centrada, se producirán solamente acortamientos y no corrimientos horizontales.

Supongamos que al extremo superior de la barra descargada se le impone un corrimiento δ , no muy grande, fig. 5.9. Se produce una deformación elástica en la barra. Esta tiende a recuperar su forma original, pegándose al apoyo que le impuso el corrimiento. Si hacemos desaparecer el apoyo, la barra vuelve a su posición original y este proceso se puede repetir tantas veces como se quiera.

Ahora se aplica una fuerza P creciente, fig. 5.10. a la barra deformada. Esta fuerza produce, por su excentricidad con respecto al eje de la barra, flexiones que tienden a correr su extremo hacia la derecha, es decir, a despegarlo del apoyo.

Si la fuerza P es reducida, la tendencia a despegarse del apoyo será menor que la capacidad de recuperación elástica que tiene la barra. Al retirar el apoyo volverá a la posición original.

Si P es suficientemente grande, se despegará del apoyo corriéndose hacia la derecha. Al

aumentar el corrimiento aumenta la flexión, lo que aumenta el corrimiento, lo que aumenta la flexión, lo que... Se produce una reacción en cadena que acaba con el equilibrio.

El valor límite de P, o sea, aquel en el cual se anula la reacción sobre el apoyo, y se llega al equilibrio inestable, se denomina carga crítica.

Se puede demostrar que la carga crítica es independiente del valor inicial δ ; aún sin corrimiento el sistema es inestable.

El corrimiento δ generado por una fuerza H, fig. 5.11, produce un diagrama de momentos lineal y la barra ejerce sobre el apoyo una fuerza H de valor

$$H = \frac{3EI \cdot \delta}{l^3}$$

y como $M = H \cdot l$ será:

$$M = \frac{3EI \cdot \delta}{l^2}$$

La carga crítica es aquella capaz de producir sobre la barra por ella curvada un corrimiento δ igual al impuesto, fig. 5.12. En este caso cesa el efecto que imponía la deformación y es como si el apoyo no existiera más.

Como el diagrama de momentos reproduce la curva de la deformación elástica, su valor máximo será algo menor que $H \cdot l$, digamos, para simplificar, un ochenta por ciento*.

Entonces

$$P_{crit} \cdot \delta = 0,8M$$

$$P_{crit} \delta = \frac{0,8 \cdot 3EI \delta}{l^2}$$

Figura 5.13: Variación de P en función de δ .

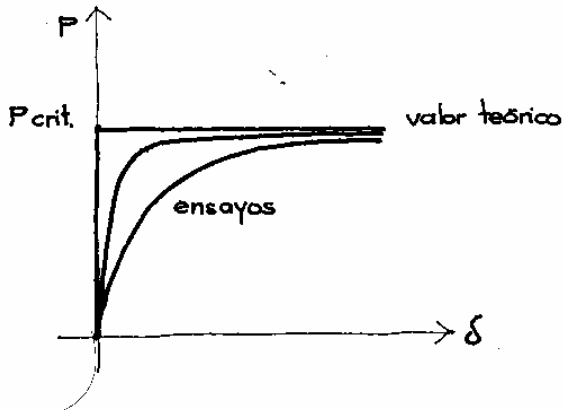
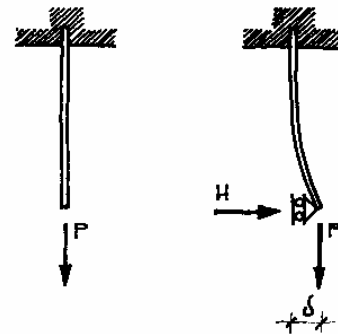


Figura 5.14. Una barra traccionada no puede pandear.



Aquí se ve que P_{crit} no depende de δ , y simplificando

$$P_{crit.} = \frac{2,4EI}{l^2}$$

El valor real del coeficiente que afecta al segundo miembro depende de la forma de la curva elástica de la barra deformada y fue estudiado por Euler hace ya más de doscientos años. En esta situación de vínculos es:

* Recuérdese que según los teoremas de Mohr (viga conjugada) el corrimiento δ es proporcional al momento con respecto al vértice, que produce el diagrama de momentos considerado como carga. Por eso se busca un diagrama simplificado equivalente.

$$P_{crit.} = \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{EI}{l^2}$$

La representación gráfica de lo que ocurre con la carga P creciente se ve en la fig. 5.13.

Los ensayos reales no dan nunca la línea quebrada teórica, sino curvas asintóticas a P_{crit} . Esto se debe a las imperfecciones en el centrado de la carga y en la rectitud de la barra. Cuanto más cuidadoso es el ensayo más se acerca a la curva teórica.

El pandeo es entonces una inestabilidad por deformaciones elásticas ya que estas aumentan la excentricidad de la carga y por consiguiente puede iniciarse la reacción en cadena que acaba con el equilibrio.

Figura 5.15. Esfuerzo de pretensado en una pieza recta.

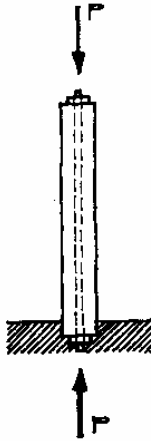


Figura 5.16. Esfuerzo de pretensado cuando se curva la barra. No aparecen excentricidades adicionales.

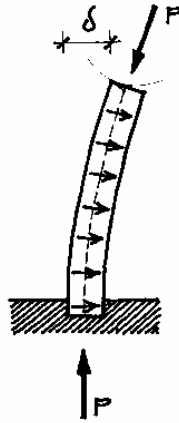
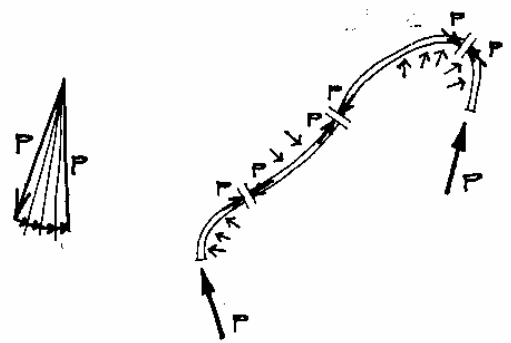


Figura 5.17. El cable interno de los frenos de una bicicleta no produce pandeo en el tubo externo.



Una barra traccionada como la de la fig. 5.14, estará siempre en equilibrio estable, porque tanto la recuperación elástica de la perturbación como la excentricidad de P tienden a volver la barra a su forma original.

Hay otro tipo de cargas que no modifican su excentricidad con respecto a las secciones, por más que se deforme elásticamente.

Una pieza pretensada en sus extremos por un cable que recorre su interior está comprimida por una fuerza P en cada extremo, fig. 5.15.

Una fuerza H producirá una curvatura general de la pieza como se ve en la fig. 5.16. El cable se curva junto con la barra produciendo sobre ella fuerzas radiales hacia el

centro, además de las fuerzas P extremas. En cualquier sección de la barra la resultante del esfuerzo de pretensado y las radiales sigue valiendo P y pasando por el mismo punto por donde pasaba antes de la deformación. No se producen excentricidades ni momentos adicionales. Al retirar H se volverá a la posición inicial.

El ejemplo más evidente, fig. 5.17, para mostrar la imposibilidad de producir pandeo comprimiendo un tubo por un cable que corre internamente, lo constituye el mecanismo de los frenos de una bicicleta. La vaina es extremadamente esbelta, puede ser curva incluso, pero cualquier sector del tubo exterior está sometido siempre a un esfuerzo P centrado. El pandeo es imposible.

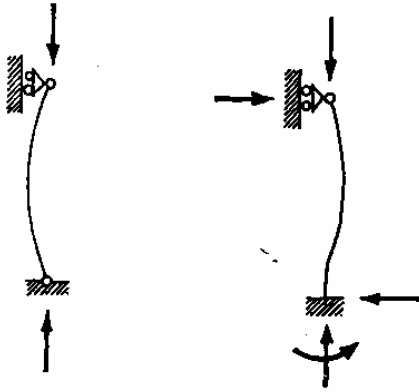


Figura 5.18. Barra con articulaciones en ambos extremos.

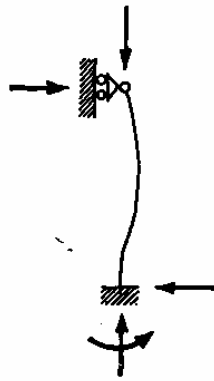


Figura 5.19. Barra con un extremo empotrado y otro articulado.

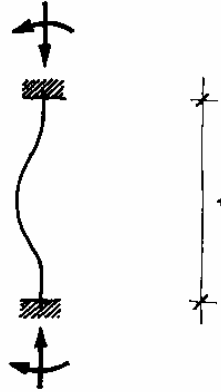


Figura 5.20. Barra con ambos extremos empotrados.

Para columnas con distintas condiciones de vínculo el coeficiente que multiplica a EI varía:

$$P_{crit.} = \pi^2 \cdot \frac{EI}{l^2} \text{ (fig. 5.18)}$$

$$P_{crit.} = 2\pi^2 \cdot \frac{EI}{l^2} \text{ (fig. 5.19)}$$

$$P_{crit.} = 4\pi^2 \cdot \frac{EI}{l^2} \text{ (fig. 5.20)}$$

Se ve que cuanto mayor es la restricción en los extremos de la barra, mayor es la carga crítica.

En los casos de pórticos articulados en las bases, fig. 5.21, con vigas de gran rigidez, se está en una situación similar a la inicialmente estudiada,

$$P_{crit.} = \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{EI}{l^2}$$

En cambio, si la rigidez de la viga disminuye, gira el nudo, y disminuye rápidamente la carga crítica, fig. 5.22.

El caso límite, fig. 5.23, es cuando la viga no impide el giro del nudo, ya sea por falta de rigidez o por articulación. En ese caso la carga crítica tiende a cero y el sistema es directamente inestable.

Para el diseñador interesado en optimizar el aprovechamiento del material conviene relacionar la carga crítica con el área de la sección propuesta. Entonces se hablará de tensiones críticas; por ejemplo, para la barra biarticulada:

$$\sigma_{crit.} = \frac{P_{crit.}}{A} = \pi^2 \cdot \frac{EI}{l^2 \cdot A}$$

Si la tensión crítica es mayor que la de fluencia, o de agotamiento, no se producirá el pandeo y se habrá aprovechado al máximo la capacidad resistente del material. En cambio, si la tensión crítica es inferior a la de fluencia, el colapso llegará por pandeo; si está muy por debajo de la tensión de fluencia el aprovechamiento será muy pobre y se trata de un mal uso del material. Es decir que la tensión crítica es un buen indicador de la eficiencia del diseño. La expresión anterior puede tomar otra forma haciendo la siguiente convención:

$$\frac{I}{A} = i^2$$

de donde

$$I = A \cdot i^2$$

Figura 5.21. Barra con extremo superior perfectamente empotrado pero permitido su corrimiento.

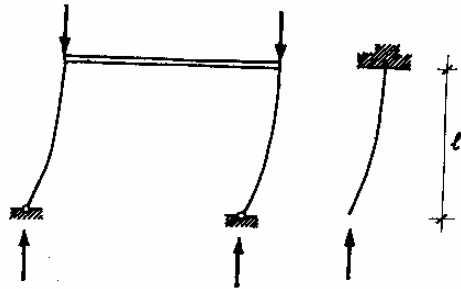


Figura 5.22. Barra con extremo superior elásticamente empotrado y con corrimiento permitido.

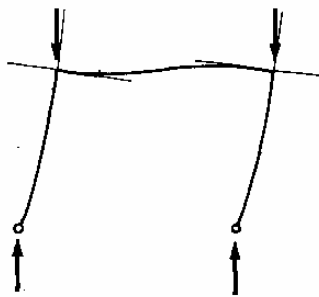


Figura 5.23. Si el extremo superior está articulado y tiene corrimiento libre el sistema es inestable.

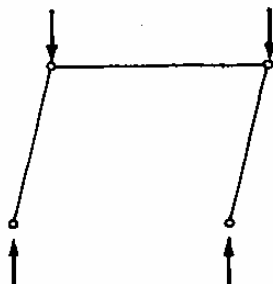
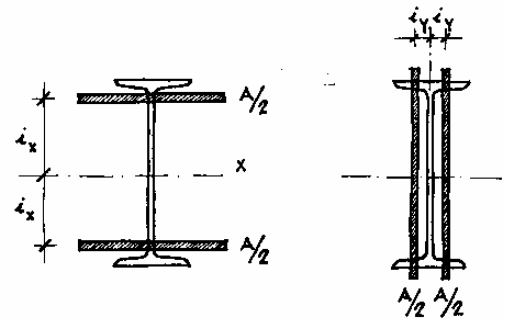


Figura 5.24. Distancia representativa de los radios de giro \$i_x\$ e \$i_y\$.



La longitud \$i\$, denominada radio de giro, representa la distancia constante a la que habría que colocar la totalidad del área para obtener el mismo momento de inercia $I = A \cdot i^2$.

En la fig. 5.24 se representan secciones de iguales áreas y momentos de inercia que un perfil doble T, donde se indican los radios de giro \$i_x\$ e \$i_y\$. Entonces reemplazando I/A por i^2 queda:

$$\sigma_{crit.} = \pi^2 E \cdot \frac{i^2}{l^2}$$

y haciendo $\frac{l}{i} = \lambda$, o sea $\frac{l^2}{i^2} = \lambda^2$

queda

$$\sigma_{crit.} = \pi^2 \cdot \frac{E}{\lambda^2}$$

La relación λ entre la longitud de la barra y el radio de giro se denomina esbeltez mecánica.

Esta sencilla expresión a la que se ha llegado nos permite ver cómo varía la tensión crítica y por ende la eficiencia del diseño de barras comprimidas.

La tensión crítica es proporcional al módulo de elasticidad del material y no a la tensión de fluencia. Esto es muy importante en los aceros que tienen prácticamente el mismo módulo de elasticidad, cualquiera sea su límite de fluencia. Es decir que en el diseño de piezas comprimidas esbeltas no tiene objeto utilizar aceros de alta resistencia porque pandean bajo igual carga que los de resistencia normal.

En lo que se refiere a los vínculos ya se ha visto que el coeficiente inicial varía desde cero, cuando el sistema es inestable, hasta $4\pi^2$ para doble empotramiento, sin corrimiento. Convendrá restringir al máximo las posibilidades de movimiento de los extremos para aumentar la eficiencia.

La variable que más incide y en la que el diseñador debe poner mayor empeño es la esbeltez λ . Es obvio que al estar elevada al cuadrado en el denominador, el crecimiento de λ hace bajar rápidamente la tensión crítica

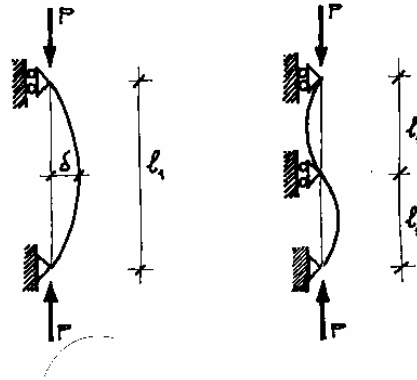


Figura 5.25. Variación de la deformación elástica de la barra al reducir la distancia entre puntos fijos.

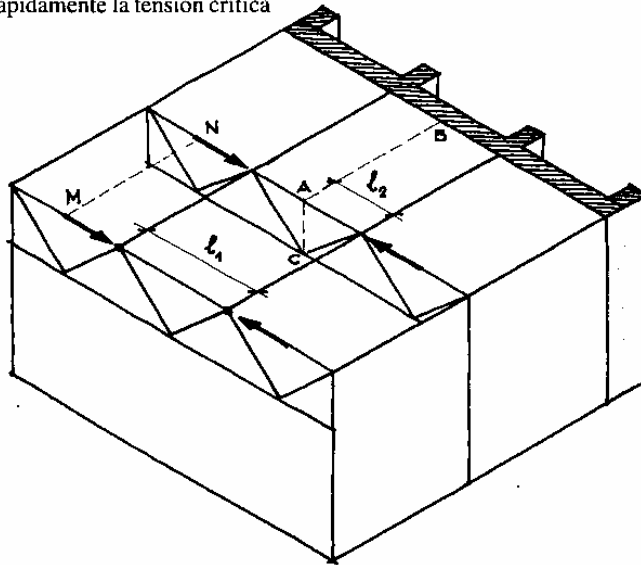


Figura 5.26. Los arriostramientos AB y AC reducen efectivamente la longitud de pandeo. No así el MN.

Figura 5.27. Los mecanismos (a), (b) y (c) son inestables. La existencia del muro da estabilidad a todo el conjunto (d).

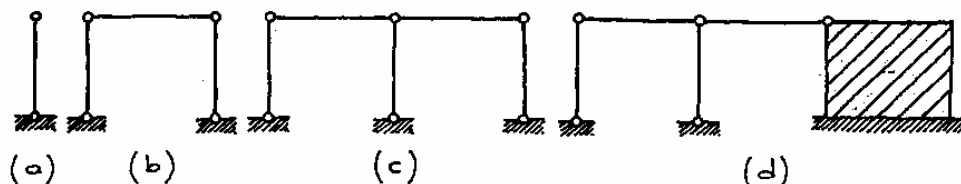
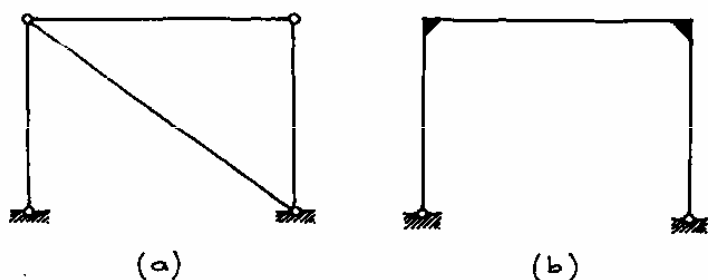


Figura 5.28. Otras formas de lograr sistemas estables.



un nudo de la viga reticulada y puede impedir los movimientos verticales.

En cambio, un arriostramiento como el MN es totalmente ineficaz. Un elemento inestable no gana estabilidad por unirse a otro tan ineficaz como él, a menos que se origine un nuevo mecanismo estable en sí mismo y diferente del anterior.

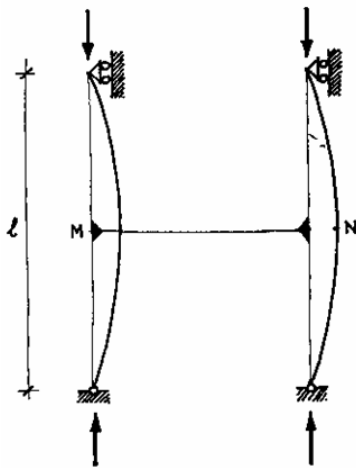
El mecanismo de la fig. 5.27.a es inestable y sigue siendo inestable en b y en c; es como pretender que un ciego guíe a otro ciego. Lo más que se puede lograr es que en vez de caer cada pieza sucesivamente en una dirección distinta, caigan todas simultáneamente en una misma dirección.

En cambio, el arriostramiento, o unión al muro estable de la fig. 5.27.d confiere estabilidad a todo el sistema.

La estructura de la fig 5.28.a es estable porque la barra diagonal forma una triangulación inexistente en la fig. 5.27.b. El pórtico de la fig. 5.28.b es estable porque la viga rígida, unida rígidamente a las columnas, les impide el giro en el nudo superior. La posibilidad de deformación del pórtico de la fig. 5.28.b es totalmente distinta a la del mecanismo cinemático de la fig. 5.27.b.

y el consiguiente aprovechamiento del material. Para reducir la esbeltez a veces se puede disminuir la longitud de la pieza buscando fijar puntos intermedios, fig. 5.25.

Esto es muy frecuente en barras comprimidas de reticulados, fig. 5.26. Las barras AB y AC, llamadas de arriostramiento, son efectivas porque hacen que la longitud de pandeo pase de l_1 a l_2 . Eso es cierto porque B pertenece al mecanismo estructural formado por el muro con contrafuertes capaz de impedir los movimientos horizontales. El punto C es



La barra MN, figura 5.29, aún estando rígidamente unida a las columnas no modifica su posibilidad de deformarse y la longitud de pandeo sigue siendo l . No se ha modificado la esbeltez; no significa ninguna mejoría.

La otra manera de reducir la esbeltez consiste en aumentar el radio de giro, i .

Como

$$i = \sqrt{\frac{I}{F}}$$

es fácil advertir que, manteniendo el área de la sección, será necesario aumentar el momento de inercia I , es decir distribuir el material lo más alejado posible del centro.

Si la barra comprimida está vinculada nada más que en los extremos el pandeo se producirá según el plano de menor rigidez. Para el perfil doble T de la fig. 5.30 será el plano Y el de menor rigidez

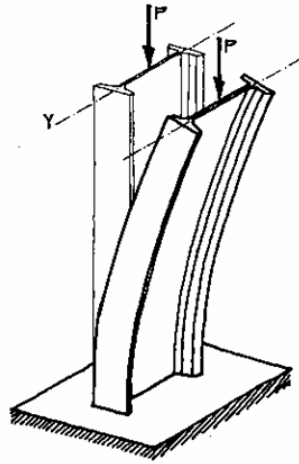
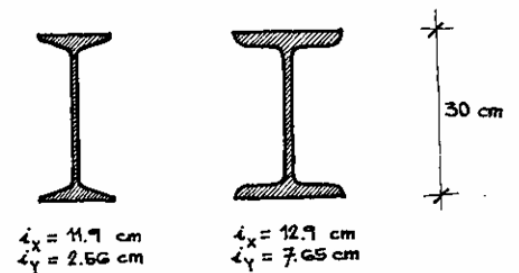


Figura 5.29. La barra MN no cambia la deformación ni reduce la longitud de pandeo.

Figura 5.30. El plano de pandeo es el Y, para esta situación de vínculos y relación de momentos de inercia.

Figura 5.31. Los perfiles de ala ancha aumentan su radio de giro mínimo para evitar el pandeo.



$$I_{\min} = I_y \ll I_x = I_{\max}$$

En elementos comprimidos de ese tipo hay que poner especial atención en el valor del I_{\min} , que es el que da la esbeltez máxima. La eficiencia aumenta cuando I_{\min} tiende a igualar a I_{\max} , o bien cuando I_{\min} tiende a I_{\max} .

Con ese objeto se fabrican los perfiles doble T de alas anchas. En la fig. 5.31 se compara un perfil normal con uno de ala ancha. Se puede apreciar que el mayor cambio se produce en el valor de i_y , que es el que gobierna el pandeo.

Otra forma de aumentar el radio de giro mínimo, fig. 5.32, es armar secciones compuestas por dos o más perfiles. En estos casos, se hace que I_y del conjunto sea algo mayor que I_x para compensar la mayor deformabilidad que se produce por la discontinuidad de las uniones.

Figura 5.32. Las secciones compuestas logran que I_y supere a I_x .

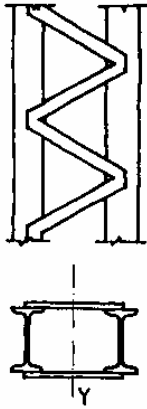


Figura 5.34. Las cargas muy grandes requieren secciones muy robustas que no pueden pandear.

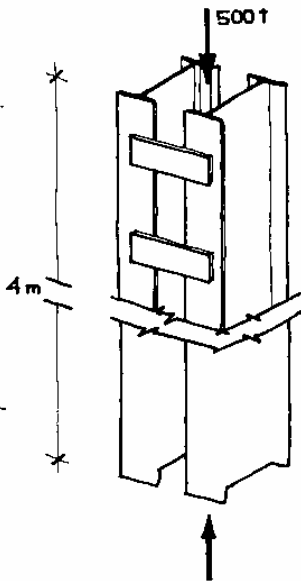
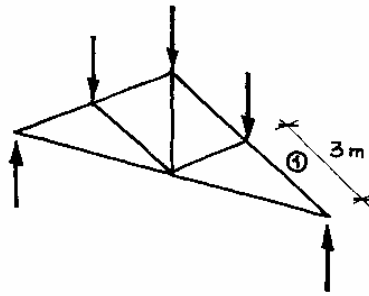


Figura 5.33. Abollamiento local de un tubo de pared delgada, p. ej. un cilindro de papel.



Figura 5.35. Para esfuerzos reducidos se obtienen piezas muy esbeltas que deben diseñarse esencialmente para evitar el pandeo.



En esta búsqueda de aumento de momento de inercia, manteniendo siempre la sección, se llega a las secciones tubulares. De todas ellas la más eficiente sería el tubo circular, aún cuando muchas veces puedan preferirse los tubos cuadrados por facilidad constructiva. Para aumentar el momento de inercia conviene disminuir el espesor de la pared del tubo y aumentar su diámetro. Pero esto tiene un límite que es el pandeo localizado de la pared, fig. 5.33. Hágase la prueba con un tubo formado por una hoja de papel y se podrá comprobar el abollamiento de la lámina.

De todos modos, la utilidad de aumentar el momento de inercia y reducir la esbeltez tiene un límite práctico. Cuando la esbeltez baja lo suficiente como para que la carga crítica supere ampliamente a la carga última de fluencia, es evidente que el colapso no puede producirse por pandeo. No es un problema de estabilidad del equilibrio sino de resistencia del material. Esta situación se da en los elementos que reciben cargas muy grandes en relación a su longitud. Por ejemplo, fig. 5.34, una columna metálica de planta baja de 4 m de altura y 500 t de carga, resulta de una robustez tal que no puede fallar por pandeo. En cambio, en el reticulado de la fig. 5.35, la barra del cordón que tiene 3 m de longitud y un esfuerzo de compresión de sólo 2 t, será tan esbelta que deberá diseñarse fundamentalmente a pandeo y procurar por todos los medios la reducción de esbeltez. Los reglamentos establecen esbelteces máximas que no deben sobrepasarse, aún cuando la carga sea insignificante.

En general, resulta más eficiente concentrar las cargas en pocos elementos más robustos que dispersarla en muchos pero más esbeltos.

A veces ocurre que las posibilidades de arriostramiento son diferentes según las distintas direcciones principales. En la fig. 5.36 se indica una situación de ese tipo. En cada dirección varía la posible configuración de pandeo, fig. 5.37. En un perfil doble T el radio de giro i_x es de tres a cinco veces mayor que i_y , pero la longitud equivalente de pandeo es $2h$ para i_x y se reduce a solamente $h/3$ para i_y . En estas circunstancias se justifica ampliamente la utilización de una sección con momentos de inercia y radios de giro muy distintos según las direcciones principales.

La inestabilidad elástica propia del pandeo se produce no sólo en barras rectas, como columnas o piezas de un reticulado. Pueden pandear barras curvas comprimidas como son los arcos. Pueden pandear placas o láminas enteras, como las bóvedas delgadas, o más frecuentemente las almas en vigas metálicas de poco espesor.

Es muy peligroso también el pandeo de vigas muy esbeltas, fig. 5.38. El cordón comprimido puede desviarse lateralmente produciendo también una torsión; por esto es que la carga crítica depende no sólo de la rigidez flexional lateral sino también de la rigidez torsional.

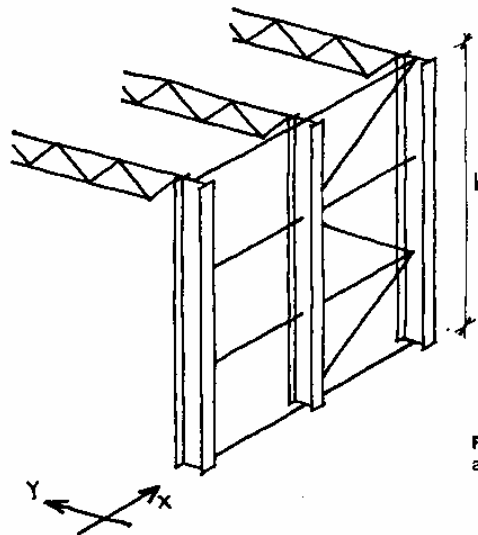


Figura 5.36. Distintas posibilidades de arriostramiento en las direcciones X y Y.

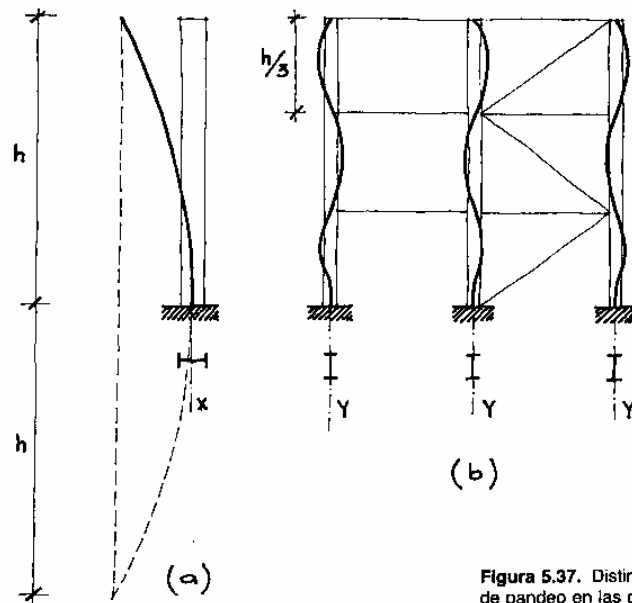


Figura 5.37. Distintas configuraciones de pandeo en las direcciones X y Y.

Í N D I C E

Capítulo 1. Estructuras analizables en el plano	1	
1. Piezas.....	1	
2. Nudos.....	2	
3. Naturaleza de sus apoyos.....	2	
4. Configuración geométrica.....	8	
5. Modelos.....	9	
6. Análisis del equilibrio de una unidad geométrica elemental	10	
 Métodos del análisis de los esfuerzos internos		
7. Métodos de análisis de equilibrio nodal.....	12	
A. Método de los Nudos.....	12	
B. Método de Cremona.....	12	
Diseño de las secciones.....	15	
8. Método de las secciones.....	20	
A. Método gráfico.....	20	
B. Método analítico.....	21	
 Capítulo 2. Estructuras espaciales de bielas		24
1. Definiciones y principios.....	25	
2. Combinaciones de las vigas reticuladas planas.....	26	
A. Propiedades fundamentales de las vigas reticuladas.....	26	
B. Filigranas triangulares.....	27	
C. Superficies planas. Vigas reticuladas cruzadas.....	29	
3. Sistemas de reticulados espaciales.....	41	
4. Determinación de los esfuerzos en las barras.....	43	
5. Ventajas y desventajas.....	44	
 Anexo 1. Primer acercamiento al estudio de la compresión	45	
 Anexo 2. Tablas de perfiles y coeficientes de pandeo	49	
 Anexo 3. La compresión simple y la inestabilidad según Daniel Moisset	59	

B I B L I O G R A F Í A

- COURS DE CONSTRUCTION MÉTALLIQUE - L. Fruitet
- ESTABILIDAD 1 - Fliess
- INTUICIÓN Y RAZONAMIENTO - Daniel Moisset De Espanés
- SISTEMAS DE ESTRUCTURAS - Heinrich Engels
- FORMAS ESTRUCTURALES EN LA ARQUITECTURA - Siegel
- RAZÓN DE SER DE LOS TIPOS ESTRUCTURALES - Torroja
- ESTRUCTURAS PARA ARQUITECTOS - Salvadori Heller
- CÁLCULO DE ESTRUCTURAS DE ACERO - V. Cudós
- FICHAS DE LA CÁTEDRA

COORDINACIÓN: ING. CÉSAR FERNÁNDES

REALIZACIÓN: ARQ. VIRGINIA VILA

BASADO EN LA PUBLICACIÓN DE RETICULADOS DE LA ARQ. FELICIA GILBOA Y EL ING. CÉSAR FERNÁNDES.