Nombre y apellido:

Cátedra de Matemática

Facultad de Arquitectura
Universidad de la República

Matemática **2013**

VIOLETA
PRIMER PARCIAL: 5 DE OCTUBRE DE 2013
VERSIÓN: 22/09/2013

Dar las respuestas completando las casillas de este formulario. Entregar en hojas aparte una **síntesis** de los razonamientos y cálculos que conducen a ella, en el espacio reservado para ello.

Trabajar ordenadamente y **guardar registro del trabajo realizado**, para poder volver sobre él luego de finalizada la prueba.

1. Modelización

Pregunta 1 De una barra cilíndrica maciza se corta una porción de una cierta longitud l. Cuando se sumerge completamente en agua en una probeta de diámetro d, el nivel del agua aumenta 1 cm. Sabiendo que cuando se sumerge en agua una porción de longitud l' de la misma barra en una probeta de diámetro $3d/4$, el nivel del agua asciende 2 cm, hallar el cociente l'/l.

$$\frac{l'}{l} = \boxed{}.$$

Pregunta 2 Una losa con un peso de 10.000 daN y 20 m de longitud está sostenida en posición horizontal por un cable de acero de modo tal que el peso de la losa se distribuye uniformemente. En un sistema de coordenadas que tiene su origen en el punto medio de la losa, el cable adopta la forma de una parábola de ecuación

$$y = \frac{x^2}{20} + 5.$$

Hallar la máxima tensión de tracción T que soporta el cable.

$$T = \boxed{}.$$

Al cabo de una maniobra de 30 segundos la nave alienígena tocó tierra. Durante los primeros 10 segundos el sistema de propulsión de la nave simplemente mantuvo la velocidad del descenso constante, los siguientes 5 segundos dejó que la gravedad actuara y que la nave se acelerara hacia el suelo a razón de -10 m/s^2. Finalmente, durante los últimos 15 segundos se revirtió la aceleración a 10 m/s^2 y la nave terminó por tocar tierra con velocidad nula ($h(30) = 0$, $v(30) = 0$).

Pregunta 3 Determinar la velocidad inicial $v(0)$.

$$v(0) = \boxed{} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Pregunta 4 Determinar la velocidad inicial $v(t)$, sobre todo el intervalo $[0, 30]$. La velocidad quedará expresada en metros por segundo, y el tiempo en segundos.

$$v(t) = \begin{cases} \boxed{}\, t^2 + \boxed{}\, t + \boxed{}, & \boxed{} \leq t \leq \boxed{}; \\ \boxed{}\, t^2 + \boxed{}\, t + \boxed{}, & \boxed{} \leq t \leq \boxed{}; \\ \boxed{}\, t^2 + \boxed{}\, t + \boxed{}, & \boxed{} \leq t \leq \boxed{}; \end{cases}$$

Pregunta 5 Determinar la altura inicial $h(0)$.

$$h(0) = \boxed{} \text{ m}.$$

Pregunta 6 Determinar la altura $h(t)$ sobre todo el intervalo $[0, 30]$. La altura quedará expresada en metros, y los tiempos en segundos.

$$h(t) = \begin{cases} \boxed{}\, t^2 + \boxed{}\, t + \boxed{}, & \boxed{} \leq t \leq \boxed{}; \\ \boxed{}\, t^2 + \boxed{}\, t + \boxed{}, & \boxed{} \leq t \leq \boxed{}; \\ \boxed{}\, t^2 + \boxed{}\, t + \boxed{}, & \boxed{} \leq t \leq \boxed{}; \end{cases}$$

2. Funciones lineales a trozos y sus integrales. Incrementos y derivadas

Para x real definimos

$$f(x) = 5 - x - |4 - 2x|, \qquad F(x) = \int_4^x f(s)ds.$$

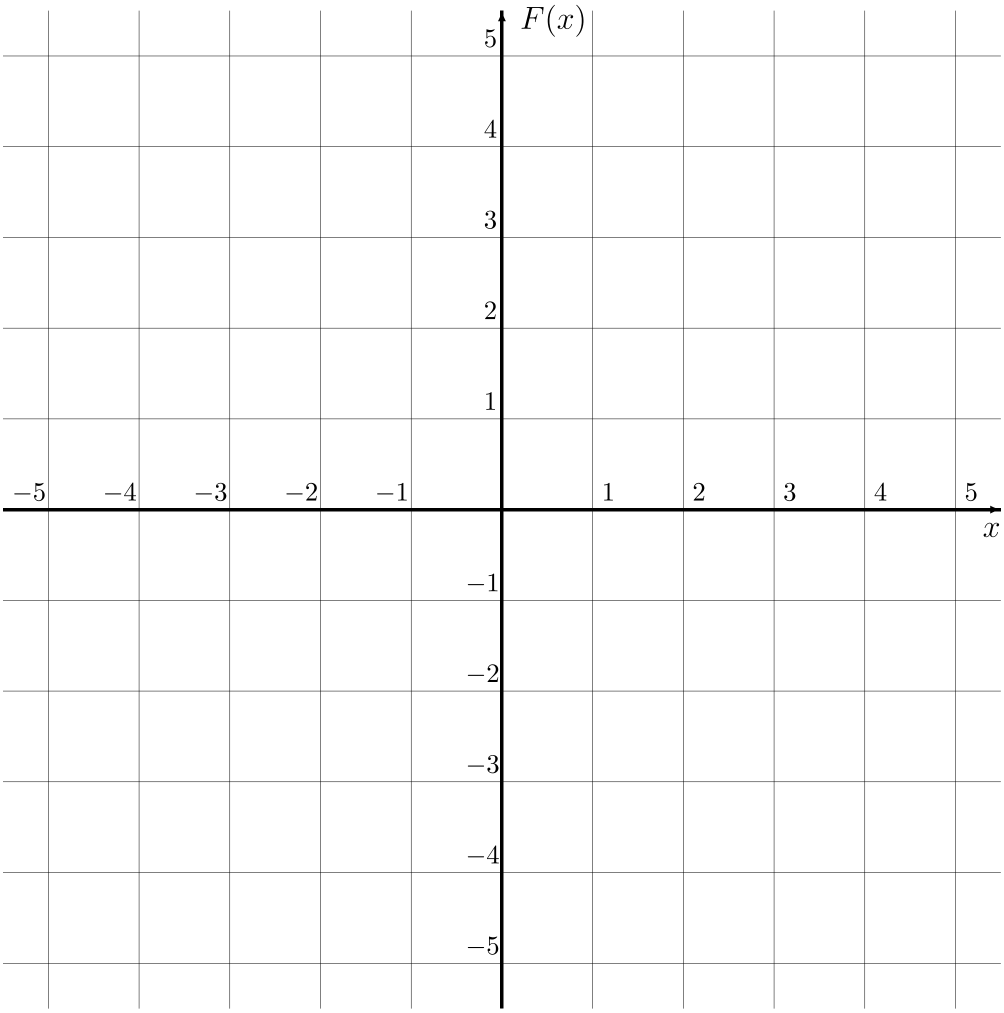
Pregunta 7 Calcular $F(-3)$.

$$F(-3) = \boxed{\qquad} \text{daN}.$$

Pregunta 8 Completar las casillas con los coeficientes adecuados para que las fórmulas sean correctas.

$$F(x) = \begin{cases} \boxed{\quad} x^2 + \boxed{\quad} x + \boxed{\quad}, & x \leq \boxed{\quad}; \\ \boxed{\quad} x^2 + \boxed{\quad} x + \boxed{\quad}, & x \geq \boxed{\quad}. \end{cases}$$

Pregunta 9 Representar en la figura los gráficos de f y F.



Pregunta 10 La función F se anula en $\boxed{}$ valores de x, que son

$$\boxed{}, \quad \boxed{}, \quad \boxed{}$$

Poner números en tantas casillas como ceros tenga F. En caso de que haya más casillas de las necesarias, anular las que sobren con una `X`.

Pregunta 11 Para $x = 2$ y $\Delta x = 0{,}1$, calcular el cociente incremental $\dfrac{\Delta F}{\Delta x}$ de la función F.

$$\frac{\Delta F}{\Delta x} = \boxed{}.$$

Pregunta 12 Para $x = 2$ y $\Delta x = -0{,}1$, calcular el cociente incremental $\dfrac{\Delta F}{\Delta x}$ de la función F.

$$\frac{\Delta F}{\Delta x} = \boxed{}.$$

Pregunta 13 Para $x = 2$ y $\Delta x > 0$, calcular el cociente incremental $\dfrac{\Delta F}{\Delta x}$.

$$\frac{\Delta F}{\Delta x} = \boxed{}(\Delta x)^2 + \boxed{}\Delta x + \boxed{}.$$

Pregunta 14 Para $x = 2$ y $\Delta x < 0$, calcular el cociente incremental $\dfrac{\Delta F}{\Delta x}$.

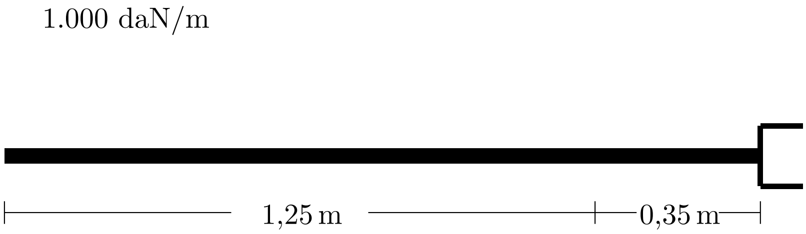
$$\frac{\Delta F}{\Delta x} = \boxed{}(\Delta x)^2 + \boxed{}\Delta x + \boxed{}.$$

Pregunta 15 Determinar si existe $F'(2)$. En caso de que exista calcularla (en caso de que no exista, marcar la casilla con `X`)

$$F'(2) = \boxed{}.$$

3. Cortantes y momentos

Una ménsula de $1,6$ m de longitud soporta una carga distribuida lineal a trozos. La variable x indica la distancia al extremo izquierdo de la barra, medida en metros. La distribución de carga decrece desde $1,000$ daN/m en el extremo izquierdo ($x = 0$) hasta el valor 0 en $x = 1,25$. Entre $x = 1,25$ y $x = 1,6$ no hay cargas aplicadas.



Pregunta 16 Determinar el valor de la carga distribuida $p(x)$ en cada punto x.

$$p(x) = \begin{cases} \boxed{\quad\quad} x + \boxed{\quad\quad} \text{ daN/m}, & x \leq \boxed{\quad} \text{ m}; \\ \boxed{\quad\quad} x + \boxed{\quad\quad} \text{ daN/m}, & x \geq \boxed{\quad} \text{ m}. \end{cases}$$

Pregunta 17 Calcular el cortante en $x = 1,5$.

$$V(1,5) = \boxed{\quad\quad} \text{daN}.$$

Pregunta 18 Calcular el cortante $V(x)$, para $0 \leq x < 1{,}6$.

$$V(x) = \begin{cases} \boxed{\quad\quad} x^2 + \boxed{\quad\quad} x + \boxed{\quad\quad} \text{ daN}, & x \leq \boxed{\quad} \text{ m}; \\ \boxed{\quad\quad} x^2 + \boxed{\quad\quad} x + \boxed{\quad\quad} \text{ daN}, & x \geq \boxed{\quad} \text{ m}. \end{cases}$$

Pregunta 19 Calcular el momento flector en $x = 1{,}5$.

$$M(1{,}5) = \boxed{\quad\quad} \text{daN m}$$

Pregunta 20 Calcular el momento flector $M(x)$, para $0 \leq x < 1{,}6$.

$$M(x) = \begin{cases} \boxed{\quad\quad} x^3 + \boxed{\quad\quad} x^2 + \boxed{\quad\quad} x + \boxed{\quad\quad} \text{ daN m}, & x \leq \boxed{\quad} \text{ m}; \\ \boxed{\quad\quad} x^3 + \boxed{\quad\quad} x^2 + \boxed{\quad\quad} x + \boxed{\quad\quad} \text{ daN m}, & x \geq \boxed{\quad} \text{ m}. \end{cases}$$

4. Cálculo de integrales por medio de primitivas

Pregunta 21 Calcular

$$\int_0^1 (x-a)^2 dx$$

Respuesta:

Pregunta 22 Calcular

$$\int_0^\pi \left(10x^3 + a\cos(x)\right) dx$$

Respuesta: