Cátedra de Matemática
Matemática

Facultad de Arquitectura, Diseño y Urbanismo
Universidad de la República

Examen
8 de febrero de 2017

Cédula

Apellidos: ______________________

Nombre: ______________________

TABLA DE RESPUESTAS

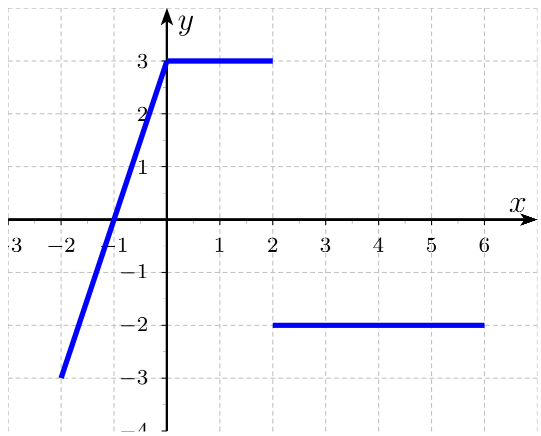
Pregunta	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Respuesta										

Instrucciones:

- Para cada pregunta que decidan contestar:
  - Colocar la letra de la opción seleccionada en la TABLA DE RESPUESTAS. **Sólo tomaremos en cuenta las respuestas marcadas en la tabla. Recuerden poner aquí TODAS las respuestas a las preguntas que quieran contestar**.
  - Transcribir una síntesis de su trabajo al espacio reservado (recomendamos utilizar esta instancia de resumir para repasar y verificar el trabajo hecho). **Sólo se tendrán en cuenta respuestas a preguntas que estén acompañadas en el espacio correspondiente de una argumentación que justifique la opción seleccionada**.
- Cada pregunta tiene una única opción correcta.
- Todas las preguntas tendrán igual valor.
- Durante el examen podrás consultar material de apoyo y usar calculadoras, de uso estrictamente personal.
- Esta instancia de evaluación es estrictamente individual.
- Los resultados serán publicados en la página web de la Cátedra.
- Te recomendamos trabajar en el cuaderno ordenadamente para tener registro de lo que hiciste en el examen.

Pregunta 1. La figura muestra el gráfico de cierta función f definida en el intervalo $[-2, 6]$. Calcular

$$\int_6^{-2} f(x)\,dx.$$



A. -2.

B. 0.

C. 2.

D. 10.

Pregunta 2. Sea F la función real definida por la fórmula

$$F(x) = \operatorname{sen}^2(\pi x) + \int_1^x \cos(\pi t)\,dt.$$

Calcular $F'(1/4)$, la derivada de F en $x = 1/4$.

A. $\frac{1}{2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{\pi}\right)$.

B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

C. $\pi + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\pi\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

De las siguientes dos preguntas, ELEGIR UNA SOLA para responder.

Pregunta 3. - Opción 1. La función

$$F(x) = \int_{-2}^{x} (|1-t| - t)\, dt.$$

admite para $x \geq 1$ una expresión

$$F(x) = ax^2 + bx + c,$$

en forma de un polinomio de grado menor o igual a 2. Determinar la suma $a+b+c$ de los coeficientes de ese polinomio.

A. 0.

B. 6.

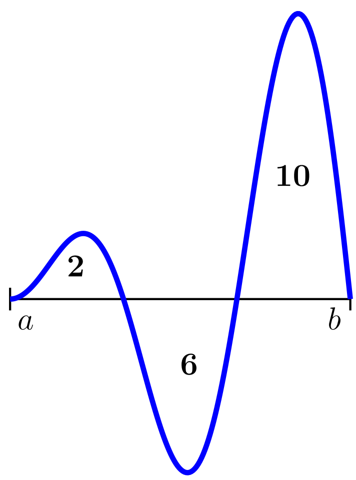
C. -1.

D. -3.

Pregunta 3. - Opción 2. Para la función f definida sobre el intervalo $[a, b]$ que se muestra en la figura, calcular

$$\int_a^b \frac{f(x) + |f(x)|}{2} dx.$$

Los números en la figura indican el área de cada región encerrada entre el gráfico de f y el eje Ox.



A. 6.

B. 12.

C. 18.

D. 24.

De las siguientes dos preguntas, ELEGIR UNA SOLA para responder.

Pregunta 4. - Opción 1.

Calcular la integral

$$\int_1^e \frac{\operatorname{sen}(\ln x)}{x}\, dx.$$

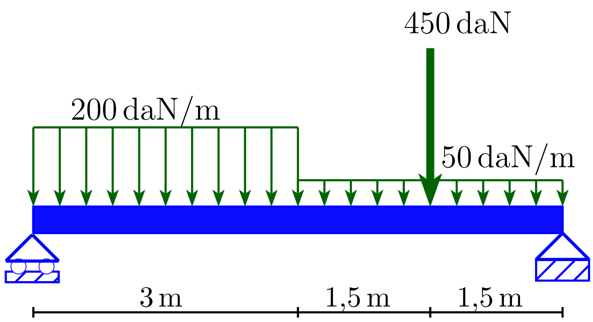
A. $\operatorname{sen}(1)$.

B. $-\operatorname{sen}(1)$.

C. $1-\cos(1)$.

D. $\cos(1)-1$.

Pregunta 4. - Opción 2. Consideramos la viga apoyada que se muestra en la figura. Calcular la distancia al extremo izquierdo de la sección de la viga que soporta el máximo momento flector.



A. 1,5 m.

B. 2,5 m.

C. 3,0 m.

D. 4,5 m.

Pregunta 5. Determinar la posición relativa de las rectas r y s dadas por las siguientes ecuaciones,

$$r : \begin{cases} x = 1 - \lambda, \\ y = 2 + \lambda, \\ z = 3, \end{cases} \qquad s : \begin{cases} x + y = 0, \\ x + y + z = -3. \end{cases}$$

A. r y s son rectas paralelas diferentes.

B. r y s se cruzan sin cortarse y no son ortogonales.

C. r y s se cruzan sin cortarse y son ortogonales.

D. r y s se cortan y son perpendiculares.

Pregunta 6. Determinar cuántos puntos en común tienen el hiperboloide de una hoja $\mathcal{H}$ y la recta r definidos por las ecuaciones

$$\mathcal{H} : x^2 + y^2 - z^2 = 1, \qquad r : \begin{cases} x = \sqrt{3} + \sqrt{3}\lambda, \\ y = 1 + \lambda, \\ z = 2 + 2\lambda. \end{cases}$$

A. Ninguno.

B. Exactamente uno.

C. Exactamente dos.

D. Infinitos, r está contenida en $\mathcal{H}$.

De las siguientes dos preguntas, ELEGIR UNA SOLA para responder.

Pregunta 7. - Opción 1. Consideremos una fuente puntual de luz ubicada en el punto $F = (3, 1, 3)$, el punto $P = (1, 5, -3)$ y el plano α de ecuación

$$x - 2y + 3z = 0.$$

Entonces,

A. P proyecta sombra sobre α.

B. P no proyecta sombra sobre α porque para la fuente F, el punto P está detrás de α.

C. P no proyecta sombra sobre α porque la fuente F está entre P y α.

D. P no proyecta sombra sobre α porque la fuente F y el punto P determinan una recta paralela a α.

Pregunta 7. - Opción 2. En este ejercicio consideraremos la proyección estereográfica en la que cada punto P del espacio (x, y, z), que no pertenezca semieje $z \geq 0$ del eje Oz, se proyecta primero sobre el punto P' que es el más próximo a P sobre la esfera de centro $O = (0, 0, 0)$ y radio 1. A continuación este punto P' se proyecta desde el **zenit** $Z = (0, 0, 1)$ sobre el plano Oxy de ecuación $z = 0$. Determinar la proyección P'' que corresponde a $P = (-1, 2, -2)$

A. $\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$.

B. $\left(-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right)$.

C. $(-1, 2)$.

D. $(1, -2)$.

Pregunta 8. La región acotada del plano (x, y) encerrada entre el eje Oy y la parábola de ecuación

$$x = y - y^2$$

se hace girar alrededor del eje Oy para generar un sólido de revolución. Determinar el volumen de este sólido.

A. $\dfrac{\pi}{30}$.

B. $\dfrac{2\pi}{15}$.

C. $\dfrac{\pi}{6}$.

D. $\dfrac{8\pi}{15}$.

Pregunta 9. Para calcular la integral de una cierta función f sobre la región acotada de menor área encerrada en el plano (x, y) entre la circunferencia de centro $(1, 0)$ y radio 1 y la parábola de ecuación $y = x^2$ se plantea la integral

$$\int_0^1 \left(\int_{x^2}^{\sqrt{1-(x-1)^2}} f(x,y)dy \right) dx.$$

Al invertir el orden de integración, para evaluar correctamente la integral, debe calcularse:

A. $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_{\sqrt{y}}^{1-\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx \right) dy.$

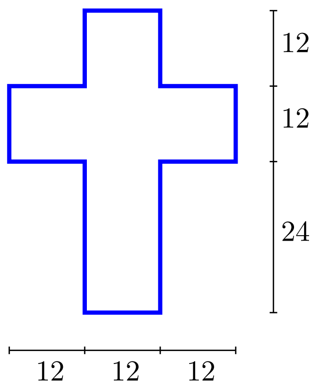
B. $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_{\sqrt{y}}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx \right) dy.$

C. $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{y}} f(x,y)dx \right) dy.$

D. $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_{1+\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{y}} f(x,y)dx \right) dy.$

De las siguientes dos preguntas, ELEGIR UNA SOLA para responder.

Pregunta 10. - Opción 1. Las medidas de la sección están indicadas en cm. Calcular, en cm^4, su momento de inercia respecto a un eje horizontal baricéntrico.



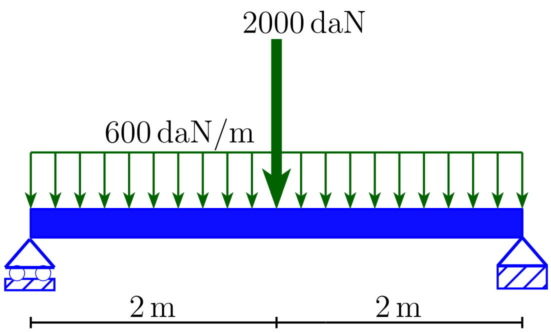
A. 20.736.

B. 120.960.

C. 134.784.

D. 300.672.

Pregunta 10. - Opción 2. La viga de la figura está construida con un perfil de acero normalizado `IPN 200`, colocado en la orientación que resiste mejor a la flexión. Calcular, en daN/cm^2 y con un error menor a 1, el valor máximo que alcanzan en la viga las tensiónes normales debidas a los momentos flectores. Sugerencia: tener en cuenta que es el valor de la máxima tensión normal en la sección que soporta el máximo momento flector.



A. 1.192.

B. 1.495.

C. 15.

D. 150.