Cátedra de Matemática
Matemática

Facultad de Arquitectura, Diseño y Urbanismo
Universidad de la República

Examen
23 de enero de 2017

Cédula	Apellidos: ______________________
	Nombre: ______________________

TABLA DE RESPUESTAS

Pregunta	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Respuesta										

Instrucciones:

- Para cada pregunta que decidan contestar:
  - Colocar la letra de la opción seleccionada en la TABLA DE RESPUESTAS. **Sólo tomaremos en cuenta las respuestas marcadas en la tabla. Recuerden poner aquí TODAS las respuestas a las preguntas que quieran contestar**.
  - Transcribir una síntesis de su trabajo al espacio reservado (recomendamos utilizar esta instancia de resumir para repasar y verificar el trabajo hecho). **Sólo se tendrán en cuenta respuestas a preguntas que estén acompañadas en el espacio correspondiente de una argumentación que justifique la opción seleccionada**.
- Cada pregunta tiene una única opción correcta.
- Todas las preguntas tendrán igual valor.
- Durante el examen podrás consultar material de apoyo y usar calculadoras, de uso estrictamente personal.
- Esta instancia de evaluación es estrictamente individual.
- Los resultados serán publicados en la página web de la Cátedra.
- Te recomendamos trabajar en el cuaderno ordenadamente para tener registro de lo que hiciste en el examen.

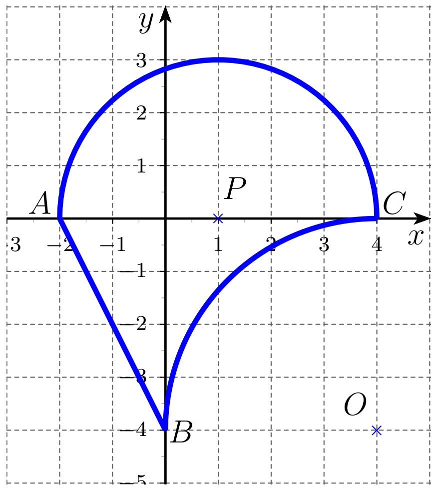
Pregunta 1. Las curvas AC y BC son arcos de circunferencia de centro $P = (1, 0)$ y $O = (4, -4)$, respectivamente. Calcular el **área** de la región de vértices ABC que se muestra en la figura.

A. $\frac{1}{2}\pi + 20.$

B. $\frac{17}{2}\pi - 20.$

C. $\frac{17}{2}\pi + 4.$

D. $\frac{1}{2}\pi + 12.$



Pregunta 2. Para $x > 0$ definimos

$$F(x) = \int_1^x \left(1 + \frac{1}{\sqrt{t}}\right) dt.$$

Hallar todos los valores de $x > 0$ tales que $F(x) = 5$.

Sugerencia: para resolver una ecuación de la forma $ax + b\sqrt{x} + c = 0$ puede ser útil considerar como variable $y = \sqrt{x}$ y trabajar con la ecuación cuadrática $ay^2 + by + c = 0$. Prestar atención a qué soluciones de la segunda ecuación en y son válidas para la ecuación original en x.

A. Solo $x = 2$.

B. Solo $x = 4$.

C. Solo $x = 1$ y $x = 9$.

D. Solo $x = 4$ y $x = 16$.

De las siguientes dos preguntas, ELEGIR UNA SOLA para responder.

Pregunta 3. - Opción 1.

Calcular la integral

$$\int_0^b 2xe^{x^2}\,dx.$$

A. $e^b - 1$.

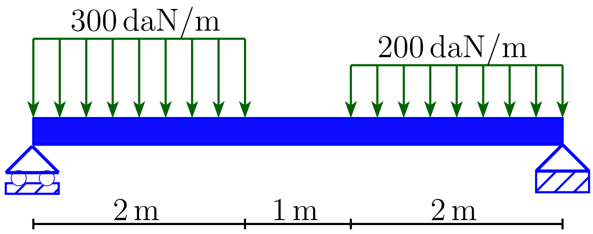
B. $e^{b^2} - 1$.

C. $b^2e^{b^2} - 1$.

D. $2be^{b^2}$.

Pregunta 3. - Opción 2.

Consideramos la viga apoyada que se muestra en la figura. Calcular $V(2{,}5)$, el esfuerzo cortante a 2,5 m del extremo izquierdo.



A. 0 daN.

B. − 40 daN.

C. −300 daN.

D. −600 daN.

Pregunta 4. Consideremos la función real definida por la fórmula

$$f(x) = 5(x+4)^2 - 1.$$

Hallar el cociente incremental $\dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ en $x = 2$ (siendo Δx genérico).

A. $5\Delta x$.

B. $10 + 5\Delta x$.

C. $40 + 5\Delta x$.

D. $60 + 5\Delta x$.

Pregunta 5. Sean r y s, respectivamente, las rectas de ecuaciones

$$r : \begin{cases} x = 0, \\ y = \lambda, \\ z = -2, \end{cases} \qquad s : \begin{cases} x + y = 3, \\ y - z = 1. \end{cases}$$

Sea α el plano que contiene a la recta r y es paralelo a la recta s, que admite una ecuación de la forma

$$\alpha : ax + by + cz = 1.$$

Determinar la ecuación del plano α y calcular la suma $a + b + c$ de los coeficientes de dicho plano.

A. La suma no queda determinada porque el plano α no queda determinado. Hay infinitas posibilidades.

B. -1.

C. $\dfrac{1}{2}$.

D. 1.

Pregunta 6. Consideremos los puntos $P = (2, 0, 3)$, $Q = (-1, -3, 4)$ y $R = (0, 5, 7)$ y el plano π de ecuación

$$3x - y + 2z - 5 = 0.$$

El plano π divide al espacio en dos semiespacios. Indicar cuál de las siguientes afirmaciones es la correcta.

A. Los puntos P, Q y R pertenecen al mismo semiespacio.

B. Los puntos P y Q pertenecen a un mismo semiespacio y R al otro.

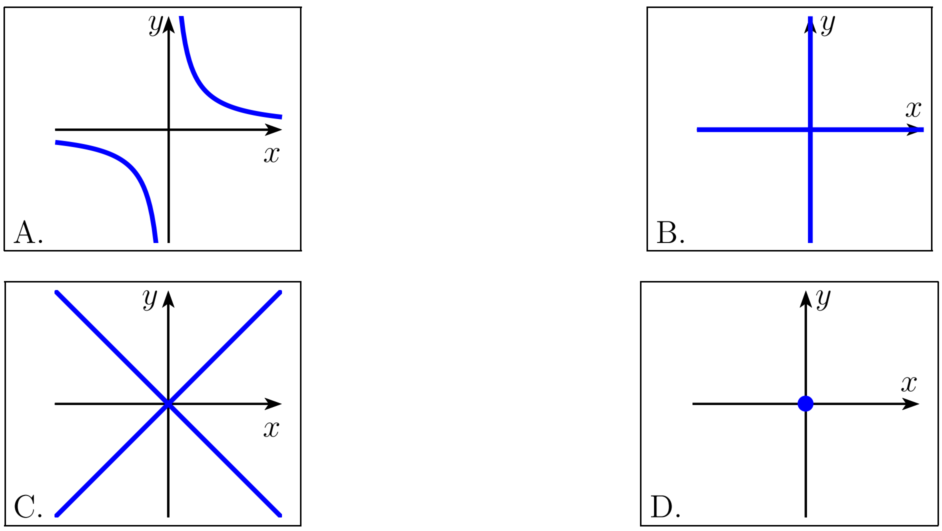
C. Los puntos P y R pertenecen a un mismo semiespacio y Q al otro.

D. Los puntos Q y R pertenecen a un mismo semiespacio y P al otro.

Pregunta 7. Identificar la figura que mejor representa en el plano $z = 0$ el corte de la superficie de ecuación

$$z = y^2 - x^2$$

con ese plano.



A. Figura A.

B. Figura B.

C. Figura C.

D. Figura D.

Para las siguientes dos preguntas consideraremos la integral doble

$$I = \int_{-1}^{4} \left(\int_{y+1}^{5} 8x(y+1)\, dx \right) dy.$$

Pregunta 8. Invertir el orden de integración de la integral doble I.

A. $\displaystyle\int_{0}^{5} \left(\int_{x-1}^{4} 8x(y+1)\, dy \right) dx.$

B. $\displaystyle\int_{0}^{5} \left(\int_{-1}^{4} 8x(y+1)\, dy \right) dx.$

C. $\displaystyle\int_{0}^{5} \left(\int_{-1}^{x-1} 8x(y+1)\, dy \right) dx.$

D. $\displaystyle\int_{0}^{5} \left(\int_{x-1}^{-1} 8x(y+1)\, dy \right) dx.$

Pregunta 9. La integral doble I (definida en la pregunta anterior) permite calcular el volumen de un sólido S, que tiene como base en el plano $z = 0$ la región de integración y está comprendido en el semiespacio $z \geq 0$. Calcular el área de la sección de este sólido S con el plano de ecuación $x = 3$.

A. 108.

B. 144.

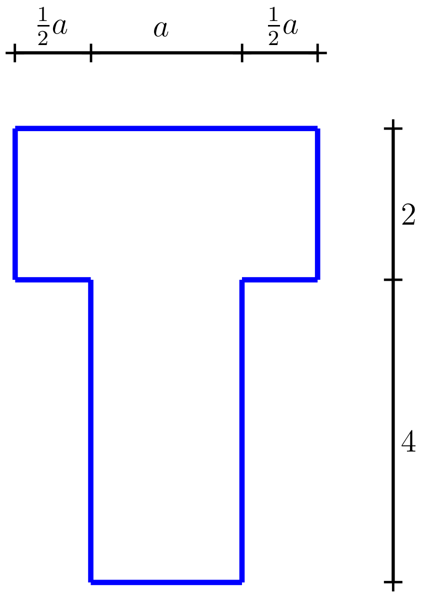
C. 540.

D. 625.

De las siguientes dos preguntas, ELEGIR UNA SOLA para responder.

Pregunta 10. - Opción 1.

Las medidas de la sección están indicadas en cm. Calcular el momento de inercia de la sección, en función del parámetro a, respecto a un eje horizontal que pasa por su baricentro, en cm^4.



A. $\dfrac{92}{3}a$.

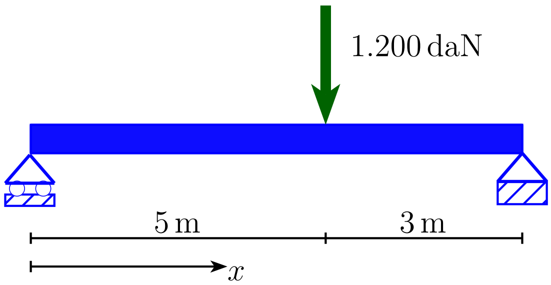
B. $\dfrac{80}{3}a$.

C. $\dfrac{74}{3}a$.

D. $\dfrac{20}{3}a$.

Pregunta 10. - Opción 2.

Se quiere diseñar la viga de la figura con una escuadría de madera de sección rectangular de base b y altura $h = 3b$. Elegir entre las opciones el **menor** valor de la altura h para que las tensiones normales producidas en la sección no superen la tensión admisible σ=90 daN/cm^2.



A. $h = 8$ cm.

B. $h = 12$ cm.

C. $h = 36$ cm.

D. $h = 50$ cm.