

Principios Matemáticos de la Estabilidad de las Construcciones

HOJA DE FÓRMULAS¹

Potencia

$$a^0 = 1, \quad a^m a^n = a^{m+n}, \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n},$$

$$(ab)^m = a^m b^m, \quad \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}, \quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}, \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}.$$

Logaritmo

$$\ln e = 1, \quad \ln 1 = 0, \quad \ln a \cdot b = \ln a + \ln b,$$

$$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b, \quad \ln a^n = n \ln a, \quad \ln \frac{1}{a} = -\ln a.$$

Productos Notables

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3, \quad (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3,$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b), \quad a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2).$$

Regla de Barrow

$$\int_a^b f(x) dx = G(x) \Big|_a^b = G(b) - G(a) \quad \text{siendo } G'(x) = f(x)$$

Cociente Incremental

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Caso $\Delta x = b - a$

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Teorema fundamental del cálculo

$$\left(\int_a^x f(t) dt \right)' = f(x)$$

Regla de la cadena

$$\left(\int_a^{u(x)} f(t) dt \right)' = f(u(x)) \cdot u'(x)$$

Momento de una carga puntual

$$M_O = F \cdot d$$

Momento de una distribución de carga

$$M_O = \int_0^d q(s)(d-s) ds$$

Cortante cargas puntuales

$$V(x) = \sum_{\text{izquierda}} F_{\text{puntuales}}$$

Cortante distribución de cargas

$$V(x) = - \int_0^x q(s) ds$$

Momento flector cargas puntuales

$$M(x) = \sum_{\text{izquierda}} F \cdot d_x$$

Momento flector distribución de carga

$$M(x) = - \int_0^x q(s)(x-s) ds$$

¹Las fórmulas son válidas mientras los parámetros tomen valores para los que todas las expresiones que aparecen estén definidas. Podrían no tener sentido para otros valores.

Derivadas y primitivas

$f(x)$	$f'(x)$	$\int f(x)dx$
K	0	$Kx + C$
Kx	K	$K\frac{x^2}{2} + C$
x^n con $n \neq -1$	nx^{n-1}	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\ln x + C$
$\frac{1}{x-a}$	$-\frac{1}{(x-a)^2}$	$\ln x-a + C$
e^x	e^x	$e^x + C$
$\text{sen}(x)$	$\text{cos}(x)$	$-\text{cos}(x) + C$
$\text{cos}(x)$	$-\text{sen}(x)$	$\text{sen}(x) + C$
$mf(x) + ng(x)$	$mf'(x) + ng'(x)$	$mF(x) + nG(x) + C$

Cálculo del baricentro por despieces

Cuando las piezas se suman

$$x_G = \frac{x_{G_1}A_1 + x_{G_2}A_2}{A_1 + A_2}$$

$$y_G = \frac{y_{G_1}A_1 + y_{G_2}A_2}{A_1 + A_2}$$

siendo A_1 y A_2 las áreas de las piezas

Cuando se restan

$$x_G = \frac{x_{G_1}A_1 - x_{G_2}A_2}{A_1 - A_2}$$

$$y_G = \frac{y_{G_1}A_1 - y_{G_2}A_2}{A_1 - A_2}$$

Teorema de Steiner

$$I_x = I_{x_G} + Ad^2$$

siendo d distancia entre los ejes x y x_G

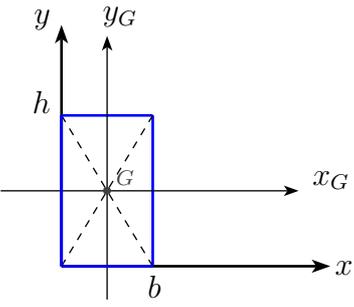
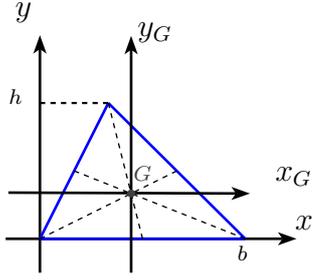
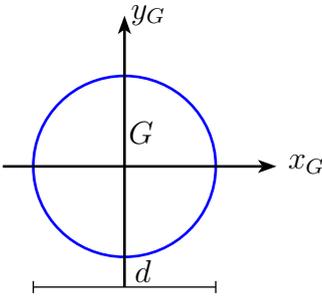
$$I_y = I_{y_G} + Ad^2$$

siendo d distancia entre los ejes y y y_G

En el caso general

$$\boxed{I_r = I_{r_G} + Ad^2}$$

siendo d la distancia entre los ejes paralelos r y r_G

TIPO DE SECCIÓN	MOMENTO DE INERCIA	MODULO RESISTENTE
	$I_x = \frac{bh^3}{3}$ $I_y = \frac{hb^3}{3}$ $I_{x_G} = \frac{bh^3}{12}$ $I_{y_G} = \frac{hb^3}{12}$	$W_{x_G} = \frac{bh^2}{6}$ $W_{y_G} = \frac{hb^2}{6}$
	$I_x = \frac{bh^3}{12}$ $I_{x_G} = \frac{bh^3}{36}$	$W_{x_G} = \frac{bh^2}{24}$
	$I_{x_G} = \frac{\pi d^4}{64}$ $I_{y_G} = \frac{\pi d^4}{64}$	$W_{x_G} = \frac{\pi d^3}{32}$

Diseño de secciones de vigas sometidas a flexión

Tensión en una sección

$$\sigma(x, y) = \frac{M}{I_x} y$$

Tensión máxima en una sección

$$\sigma_{\max} = \frac{|M|}{W_x}$$

Tensión admisible

$$\sigma_{ad} = \frac{|M|_{\max}}{W_x}$$

Ecuación general de la flecha

$$y = \frac{1}{E \cdot I} \int_0^x \left(\int_0^x M(x) dx + C_1 \right) dx + C_2$$

siendo M Momento flector, E Elasticidad
 I Inercia, C_1 y C_2 constantes de integración.