Capítulo 7

Tensiones en vigas sometidas a flexión

7.1. Un modelo para el cálculo de tensiones en vigas flexadas

El objetivo de esta sección es presentar un modelo para calcular los esfuerzos que los momentos flectores generan en el seno del material que forma una viga, que responde a los esfuerzos externos a través de un sistema de tensiones que aparecen en su interior. Estas tensiones se distribuyen de modo tal que cualquier porción del material está en equilibrio, y es esta condición de equilibrio la que nos permitirá calcularlas.

El diseño de una estructura debe evitar que estas tensiones superen ciertos valores críticos por encima de los cuales pueden producirse roturas o deformaciones excesivas.

El principal concepto que necesitamos introducir para modelar cómo se distribuyen los esfuerzos al interior de una pieza es el de tensión, una magnitud que representaremos con la letra griega σ (sigma) y que corresponde a una fuerza distribuida sobre una superficie.

Imaginemos entonces una cierta barra de longitud l, sometida a un sistema de cargas y equilibrada por las reacciones en sus vínculos (apoyos o empotramiento). Ya hemos visto las nociones de *cortante* y *momento flector* en una sección x de la barra, que tienen que ver con los esfuerzos que el tramo de la barra a la izquierda de x transmite al que está a la derecha de x para que toda la estructura permanezca en equilibrio. En nuestra descripción de este fenómeno, el mecanismo que hace esto es la aparición de una distribución de tensiones en la sección de la barra. Nos ocuparemos de las tensiones normales a la sección, que son las que transmiten el momento flector $M(x)$.

7.1.1. Tensiones y ley de Hooke

Imaginemos una barra comprimida o traccionada, o un material elástico, con la propiedad de que su longitud es mucho mayor que las dimensiones de su sección. En esta situación podemos asumir que la fuerza que actúa sobre el material se distribuye uniformemente en cada sección, generando en la sección una tensión uniforme.

Ejemplo 150 Una barra cuadrada de 2 cm de lado tiene una sección de 4 cm^2. Si de la barra cuelga un peso de 100 daN, la tensión σ en cada uno de sus puntos es

$$\sigma = \frac{100\,\mathrm{daN}}{4\,\mathrm{cm}^2} = 25\,\mathrm{daN/cm}^2.$$

El mismo cálculo puede expresarse en las unidades estándar del sistema internacional, que también son habituales. La tensión tiene unidades de

$$\frac{[\texttt{Fuerza}]}{[\texttt{Superficie}]},$$

por lo que la mediremos en pascales, o cualquiera de sus múltiplos, al igual que las presiones. El peso de 100 daN es equivalente a $1000 = 10^3\,\mathrm{N}$. La sección de la barra es de

$$4\,\mathrm{cm}^2 = 4 \times 10^{-4}\,\mathrm{m}^2.$$

La tensión es

$$\sigma = \frac{10^3\,\mathrm{N}}{4 \times 10^{-4}\,\mathrm{m}^2} = 2,5 \times 10^6\,\mathrm{Pa}.$$

En este rango de valores, es preferible expresar las presiones en megapascales, que equivalen a un millón de pascales y se indican con el símbolo MPa. En nuestro ejemplos, tendremos entonces que

$$\sigma = 2,5\,\mathrm{MPa}.$$

La conversión entre las dos unidades que hemos empleado es $1\,\mathrm{MPa} = 10\,\mathrm{daN/cm}^2$. ♣

Cuando las tensiones están uniformemente distribuidas sobre una superficie la tensión es una constante σ y la fuerza total que ejercen es igual al producto de la tensión σ por la superficie. Cuando la distribución de tensiones no es uniforme, para calcular su efecto acumulado hay que evaluar una integral doble sobre la superficie. La situación es similar a la que ya conocíamos para cargas distribuidas sobre una barra, pero cambiando las integrales simples –a lo largo de la barra, en una escala en la que la modelábamos como un objeto de una dimensión– por integrales dobles –sobre la sección de la barra, que modelaremos como un objeto bidimensional, una cierta figura plana–.

Para entender cómo se distribuyen las tensiones sobre cada sección de la viga, introduciremos ahora el segundo ingrediente importante del modelo, que describe cómo las tensiones se relacionan con las deformaciones. La situación es similar a la que describe la conocida *Ley de Hooke* para los resortes: las deformaciones son proporcionales a los esfuerzos, con una constante de proporcionalidad que depende del material que se esté considerando. Una fórmula que recoge este principio es

$$\text{Fuerza} = k \times \Delta l,$$

donde Δl es la variación en la longitud. Para las tensiones también vale un principio similar, que aplicaremos en nuestra próxima sección.

7.1.2. Estiramientos en una pieza sometida a flexión

El principal objetivo de esta sección es establecer el siguiente resultado: cuando una barra se dobla, el estiramiento que sufre cada una de sus fibras es proporcional a la altura que la separa del centro de la barra. Utilizaremos ahora el tercer supuesto básico de nuestro modelo: las secciones planas perpendiculares al eje de una barra sometida a flexión permanecen planas y perpendiculares a su eje. Vamos a analizar el efecto de esta hipótesis en una situación particular especialmente sencilla, que contiene lo esencial de la situación.

Ejemplo 151 Consideremos una barra recta de un material elástico, como goma, de 200π centímetros de longitud, de sección cuadrada de 2×2 cm, con la que fabricamos un anillo de 100 centímetros de radio. A los efectos de nuestros cálculos, nos será útil pensar una sección de la goma, transversal al eje del anillo, como el cuadrado

$$[-1, 1] \times [-1, 1]$$

del plano (u, v). Hemos puesto el origen de nuestro sistema de coordenadas Ouv en el centro de la sección. Para fijar ideas, digamos que los puntos de la sección con $v = 1$ están sobre la cara exterior del anillo, en tanto que los que tienen $v = -1$ están sobre la interior.

Dado que el anillo tiene un cierto espesor, cuando decimos 100 centímetros de radio nos estamos refiriendo a uno de los infinitos radios posibles: el que corresponde al centro del anillo. Por fuera o por dentro del anillo, los radios variarán, entre 99 y 101 centímetros. Por lo tanto tambien variarán las longitudes de las fibras de la barra correspondientes a cada radio. Lo harán en el intervalo

$$[2\pi \times 99, 2\pi \times 101] = [198\pi, 202\pi].$$

En general, la longitud de la fibra que corresponde al punto (u, v) de la sección, será, medida en centímetros,

$$2\pi(100 + v).$$

La coordenada u no aparece en este cálculo, porque la longitud de la fibra de no depende de u.

La longitud original de cada fibra es 200π, que es exactamente la longitud de las fibras en el centro del anillo. Todas las demás, variarán de longitud en una cantidad que depende de la distancia a la que estén del centro del anillo, según la siguiente fórmula:

$$\Delta l = 2(100 + v)\pi - 200\pi = 2\pi v. \tag{7.1}$$

Encontramos entonces que los estiramientos son proporcionales a la altura a la que está cada fibra, respecto al centro de la barra. Valores negativos de v corresponden a fibras comprimidas, valores positivos de v corresponden a fibras traccionadas.

Aunque hemos hecho el cálculo para un anillo circular perfecto, la situación general cuando una barra es sometida a flexión es análoga: los estiramientos que localmente sufre cada fibra son proporcionales a su altura respecto al centro de la sección. Consideraremos primero el caso de secciones con simetría, en las que es evidente donde está ubicado el centro de la sección. El caso general, de secciones con formas cualesquiera, será analizado en la sección **??**.

Podremos escribir entonces

$$\Delta l(u, v) = k_1 v,$$

donde k_1 es una constante que depende de que tan deformada esté la barra. El principio de que las tensiones son proporcionales a las deformaciones implica

$$\sigma(u, v) = k_2 \Delta l(u, v),$$

donde k_2 es una nueva constante. De estas expresiones deducimos

$$\sigma(u, v) = k_2 k_1 v = kv, \tag{7.2}$$

donde $k = k_2 k_1$ es una tercera constante

La relación lineal (7.2) entre las tensiones y la coordenada que mide la ubicación de la fibra en la sección, se repite sección a sección y es básica para modelar el comportamiento de las piezas sometidas a flexión, mientras estas se encuentren dentro del *rango elástico*, en el que las deformaciones y los esfuerzos son proporcionales.

La constante k depende de características geométricas de la sección y del momento flector $M(x)$ que está soportando. Es en realidad constante sobre una sección dada, pero varía de una sección a otra en función del valor de $M(x)$. Discutiremos esto con detalle en la sección 7.1.3. La constante k también puede determinarse a partir del conocimiento de las deformaciones y de las características físicas del material. Por lo tanto, su análisis permite relacionar las características geométricas de la sección, los momentos flectores a los que está sometida la pieza, las propiedades físicas del material y las deformaciones. Este hecho se discute en la sección **??**.

7.1.3. Distribución de tensiones en una pieza sometida a flexión

El objetivo de esta sección es relacionar las tensiones en la sección que está en una cierta posición x, con $M(x)$, la solicitación externa que representa el momento flector que la parte de la pieza que está a la izquierda de la sección x descarga sobre la parte que está a la derecha.

Observación 54 Cuando introdujimos el momento flector $M(x)$ despreciábamos las dismensiones transversales de la viga, que aparecía en el modelo descrita por un cierto segmento del eje Ox. A esta escala, cada sección se modela por un único punto. Cuando cambiamos la escala para tener en cuenta el tamaño y forma de la sección debemos especificar respecto a qué punto de la sección haremos los cálculos de momentos. Convendremos en hacerlo respecto al centro de la sección. De todos modos, esta convención no es esencial, porque en ausencia de esfuerzos en la dirección del eje de la barra el momento respecto a cualquier punto de la sección de las fuerza –cargas y reacciones– aplicadas a su izquierda, es el mismo, porque las fuerzas son paralelas a la cara. Bajo la hipótesis de que no hay esfuerzos axiles, cambiar de punto sobre la cara tampoco afecta el cálculo del momento del sistema de tensiones, porque este sistema tiene resultante nula.

El momento flector $M(x)$ se transmite de izquierda a derecha a través de las tensiones que se distribuyen sobre la sección S con coordenada x, por lo tanto $M(x)$ debe ser también el momento del sistema de tensiones respecto a cualquier punto en la sección. Tomaremos como referencia el centro de la sección, que en nuestro sistema de coordenadas (u, v) tiene coordenadas $(0, 0)$. Mantendremos las convenciones de signos que estamos usando: las tensiones son positivas cuando apuntan en el sentido creciente del eje Ox, el semieje positivo de la coordenada v apunta hacia arriba y consideraremos los momentos positivos cuando tienden a inducir un giro en sentido horario. Por lo tanto, si la tensión en un cierto punto con coordenadas (u, v) sobre la sección es $\sigma(u, v)$, produce una contribución

$$\sigma(u, v) \times v \tag{7.3}$$

al momento total. En esta fórmula, el factor $\sigma(u, v)$ representa la intensidad del esfuerzo, en tanto que el factor v representa el “brazo de palanca”. Subrayamos la analogía con las fórmulas `Fuerza` $\times$ `distancia` para cargas puntuales, o los integrandos $q(s)(x - s)$, para el cálculo del momento flector en vigas que soportan una carga distribuida $q(s)$

Introduciendo la fórmula 7.2 para σ, encontramos entonces que la expresión (7.3) se transforma en

$$kv^2,$$

de modo que el momento total es

$$M(x) = \iint_S kv^2 dudv = k \iint_S v^2 dudv. \tag{7.4}$$

Observemos que la integral de v^2 sobre la sección S depende pura y exclusivamente de la geometría de S. Es una cantidad suficientemente importante como para merecer un nombre y una definición: es el *momento de inercia* de la sección respecto al eje Ou, que designaremos con I_u.

Observación 55 La definición de inercia de una región R respecto a una recta r, ambas en el plano, fue introducida en la página 277 de la sección 6.4, ver la definición 13. La inercia I_r es la integral sobre R del cuadrado de la distancia de los puntos de R a la recta r. En el caso particular en que la recta r es un eje coordenado el cuadrado de la distancia toma una expresión especialmente sencilla, como en (7.4).

Las inercias de las secciones de una viga, igual que las de cualquier región del plano incluso, son características geométricas que se pueden calcular.

Ejemplo 152 La inercia de un rectángulo de base b y altura h respecto a un eje paralelo a su base que pase por su centro es
$$I_x = \frac{bh^3}{12}.$$
Ver el ejemplo 142 en la página 277 dse la sección 6.4.

La inercia de un disco de radio r respecto a cualquier eje que pase por su centro es
$$I = \frac{pi}{4}r^4. \tag{7.5}$$
Ver el ejercicio 6.4.4 en la página 278 de la misma sección. ♣

Otras secciones requieren argumentos más complicados, que en general pasan por la división en figuras sencillas y la aplicación del Teorema de Steiner (Ver el teorema 4, en la página 280 de la sección 6.4.1). ♠

La integral doble en el miembro de la derecha de la fórmula (7.4) es
$$\iint_\Omega v^2 du dv = I_u,$$
el momento de inercia respecto al eje Ou del plano (u, v). La fórmula (7.4) puede escribirse ahora de manera concisa, como
$$M(x) = kI_u.$$
El momento flector $M(x)$ depende de las cargas a las que está sometida la viga y la inercia I_u de sus características geométricas. Al despejar la constante k en términos de estos dos números que podemos calcular, encontramos
$$k = \frac{M}{I_u}.$$
Una vez conocido k, todo el perfil de tensiones σ queda determinado, como
$$\sigma(u, v) = \frac{M(x)}{I_u}v. \tag{7.6}$$
El valor máximo σ_M del módulo
$$|\sigma(u, v)| = \frac{|M(x)|}{I_u}|v|$$
de la tensión es un valor importante para el diseño. El máximo se alcanza en aquellos puntos donde el módulo $|v|$ de la coordenada v sobre la sección tome su valor máximo v_M. El valor correspondiente es
$$\sigma_M = \frac{|M(x)|}{I_u}v_M. \tag{7.7}$$
En secciones simétricas los dos valores de la coordenada $v = \pm v_M$ corresponden a máximos del módulo de la tensión. En uno de los casos la tensión corresponde a una compresión y en el otro a una tracción. Cuál es cuál, depende del signo del momento flector.

Observemos que tanto I_u, el momento de inercia, como v_M, el valor máximo de la coordenada v, son características geométricas de la sección, en tanto que $M(x)$ es el momento flector al que está sometida. Es cómodo reescribir (7.7) agrupando entre sí lo que puede determinarse a partir de la geometría, por lo que se define el *módulo resistente*
$$W_u = \frac{I_u}{v_M},$$

que permite expresar la tensión máxima en cada sección x como

$$\sigma_M = \frac{|M(x)|}{W_u}. \tag{7.8}$$

En esta fórmula $|M(x)|$ es el módulo del momento flector para esa sección, que depende de la sección que estemos considerando, y W_u es el módulo resistente de la sección, que en general es una constante para la barra.

Ejemplo 153 Si la sección de la barra es un rectángulo de base b y altura h, la inercia I_u respecto al eje horizontal Ou y el máximo valor v_M de la coordenada v son, respectivamente,

$$I_u = \frac{bh^3}{12}, \quad v_M = \times\frac{h}{2}.$$

Formando el cociente entre estas dos cantidades, encontramos el módulo resistente

$$W_u = \frac{I_u}{v_M} = \frac{bh^3}{12} \times \frac{2}{h} = \frac{bh^2}{6}$$

Por ejemplo, una barra rectangular de base $b = 4\,\mathrm{cm}$ y altura $h = 12\,\mathrm{cm}$ tiene un módulo resistente de $96\,\mathrm{cm}^3$. Si optáramos por girarla 90 grados, intercambiando el papel de la base y la altura, el módulo resistente sería igual a $32\,\mathrm{cm}^3$. Tal como la experiencia cotidiana nos indica, una sección rectangular resiste mejor la flexión por su lado más largo. ♠♣

Ejercicio 7.1.1 Determinar el módulo resistente de una barra de sección circular y radio r.

Ejemplo 154 Una barra de 3 m de longitud está apoyada en sus extremos y cargada en su punto medio con una fuerza de 600 daN. La sección de la barra es un rectángulo de 4 cm de base y 12 cm de altura. Vamos a determinar la tensión máxima debida a los momentos flectores. En esta situación, las reacciones en los apoyos son iguales entre sí e iguales a 300 daN, que es la mitad de la carga. El momento flector alcanz su valor máximo en el punto medio, y es igual a

$$M(1{,}5) = 450\,\mathrm{daNm}.$$

Es justamente en la sección sometida al mayor momento flector en que estarán las mayores tensiones, que podemos calcular aplicando la fórmula (7.8). El módulo resistente de la sección ya fue calculado en el ejemplo 153. Para que todo quede expresado en las mismas unidades de longitud escribimos

$$M(1{,}5) = 45000\,\mathrm{daNcm}$$

y luego calculamos

$$\sigma_{Max} = \frac{45000\,\mathrm{daNcm}}{96\,\mathrm{cm}^3} = 468,75\,\mathrm{daN/cm}^2.$$

En este caso el momento flector es positivo, la tensión máxima es una compresión, y se alcanza en el borde superior de la barra. La tensión mínima es de tracción, y se alcanza en el borde inferior. Las fibras traccionadas son las que están por debajo del eje de la pieza.

Ejercicio 7.1.2 Calcular la tensión máxima si la barra se gira 90 grados, para ubicarla de la forma en que ofrece menor resistencia a la flexión.

En muchos casos, el problema a resolver no es el de calcular la tensión máxima para una viga y estado de cargas dado, sino dimensionar una viga para que resista un sistema de cargas.

Ejemplo 155 Hallar la menor longitud del lado a de una barra de sección cuadrada que hace que la tensión de una barra de 3 metros de longitud, cargada en su punto medio como en el ejemplo 154, con una fuerza de 600 daN, no supere los 400 daN/cm^2.

Sabemos que el máximo momento flector en la barra será

$$M(1,5) = 45000\,\text{daNcm}.$$

El módulo resistente de una barra de sección cuadrada de lado a es

$$W = \frac{a^3}{6}.$$

Necesitamos que se satisfaga la condición

$$\sigma_{Max} = 45000\,\text{daNcm} \times \frac{6}{a^3} \leq 400\,\text{daN/cm}^2.$$

Por lo tanto

$$675\,\text{cm}^3 \leq a^3.$$

Tomando la raíz cúbica, concluimos que a tiene que ser mayor o igual que $8,78$ cm para que se satisfaga la condición que estamos imponiendo.

Ejercicio 7.1.3 En vez de una única carga puntual en su punto medio, la viga de este ejemplo recibirá una carga distribuida constante q a lo largo de toda su longitud. Determinar el máximo valor de q que puede soportar sin que la tensión máxima en la viga supere los 600 daN/cm^2. ♣

7.1.4. Secciones cualesquiera y centro de gravedad de una sección

Para secciones con simetría la fibra neutra, que no está comprimida ni traccionada, está en el plano horizontal de simetría. Cuando la sección no tiene simetría ya no es tan obvio donde está la fibra neutra y cuál es el origen de coordenadas adecuado para trabajar. Verems a continuación como el equilibrio de fuerzas en el sentido horizontal permite determinar dónde se encuentra la fibra neutra. Este análisis nos llevará nuevamente al concepto de *baricentro* o *centro de gravedad*. En el caso de piezas con simetría, el centro de gravedad coincide con el punto que intuitivamente identificamos como su centro.

A los efectos de determinar las tensiones en la sección, la altura de la fibra neutra tiene el mismo rol que antes tenía el nivel cero de la coordenada v. Si ponemos la sección S en un sistema de coordenadas (u, v) cualquiera, la fibra neutra estará a una altura v_G, en principio desconocida para nosotros. En el caso de secciones con simetr}´a ubicábamos el sistema de coordenadas con origen en el centro de simetría de la pieza, por lo que $v_G = 0$, pero ahora ya no podemos introducir esta simplificación. Según el modelo lineal en el que las tensiones crecen en función de la altura que las separa de la fibra neutra, las tensiones $\sigma(u, v)$ satisfacen

$$\sigma(u, v) = k(v - v_G),$$

para alguna constante k.

Dado que no hay fuerzas aplicadas en la dirección horizontal, la resultante de este sistema de tensiones debe ser nula. La resultante se calcula integrando las tensiones sobre la sección S, de modo que

$$0 = \iint_S k(v - v_G)\,dudv.$$

Salvo en el caso trivial en el que no hay tensiones, la constante k es no nula. Por lo tanto

$$0 = \iint_S (v - v_G)dudv.$$

Usando la linealidad de la integral concluimos que

$$\iint_S vdudv = v_G \iint_S dudv = v_G|S|,$$

donde $|S|$ indica el área de S. Despejamos entonces

$$v_G = \frac{1}{|S|} \iint_S vdudv.$$

Esta valor v_G de la coordenada v es una suerte de valor promedio de la coordenada v sobre el área S. Es la coordenada de un punto destacada de S, su *baricentro* o *centro de gravedad*. La definición de baricentro aparece en la página 269 de la sección 6.3.

A partir de aquí, podemos continuar como en el caso simétrico, calculando el momento total del sistema de tensiones respecto a un eje que pase por el baricentro. Este momento debe ser al momento flector $M(x)$ en la sección. Planteamos entonces

$$M(x) = \iint_S k(v - v_G) \times (v - v_G)dudv = k \iint_S (v - v_G)^2 dudv, \tag{7.9}$$

que es el análogo de (7.4) en el caso general en que el baricentro de la sección puede estar ubicado en cualquier parte. Si indicamos con la notación $I_{G,u}$ la inercia de la sección S respecto a un eje horizontal que pase por su baricentro, podemos reescribir (7.9) en la forma más concisa

$$M(x) = kI_{G,u}$$

para luego despejar

$$k = \frac{M(x)}{I_{G,u}}$$

y concluir que las tensiones en la sección satisfacen

$$\sigma(u, v) = \frac{M(x)}{I_{G,u}}(v - v_G).$$

Las máximas tensiones se encuentran en los extremos superior e inferior de la sección, pero en este caso sus módulos no tienen por qué coincidir y la máxima tracción puede diferir de la máxima compresión.

En la próxima sección estudiremos este tipo de problemas y el dimensionado de vigas para que resiste los esfuezos causados por los momentos flectores.

7.2. Dimensionado de vigas

En esta sección proponemos al lector la consideración sistemática del dimensionado de vigas, a partir de la determinación de los momentos flectores que se estudió en el capítulo 2, el modelo que discutimos en la sección 7.1 y el cálculo sistemáticos de los momentos de inercia que desarrollamos en la sección 6.4.

Ejercicio 7.2.1 Calcular el módulo resistente W para los caños del ejercicio 6.4.10 en la página 284 de la sección 6.4 y para las piezas del ejercicio 6.4.11. Ordenar las piezas de las figuras de este último ejercicio en orden creciente de momentos de inercia y en orden creciente de módulos resistentes.

Ejercicio 7.2.2 Si para cada una de las piezas del 6.4.11, la unidad de longitud equivale a a cm, calcular en función de a los momentos de inercia y los módulos resistentes.

Ejercicio 7.2.3 Un perfil en forma de `I`, con una sección como la que aparece en la figura 6.148 del ejercicio 6.4.11 y 16 cm de altura (observar que la unidad de longitud que se utiliza en ese ejercicio corresponde aquí a 4 cm), debe soportar un momento flector de 2000 daNm. Calcular la tensión máxima que este momento produce en el material. Repetir el cálculo para las otras secciones propuestas en el mismo ejercicio (manteniendo 4 cm como unidad de longitud). En las piezas que no son simétricas, distinguir entre la máxima tensión de compresión y de tracción, dependiendo de cómo se coloque la pieza.

Ejercicio 7.2.4 La disposición en forma de `I` en las vigas tiene como propósito aumentar el módulo resistente y disminuir las tensiones en el interior de las piezas. Calcular el porcentaje de reducción de la tensión máxima en una pieza, cuando en vez de distribuir el material que la compone en la forma de la figura 6.145 del ejercicio 6.4.11, se hace en la forma de la figura 6.148.

Ejercicio 7.2.5 Una barra de sección circular de radio r está sometida a un momento flector que produce en el material una tensión máxima de 10 MPa. Si la barra de sección circular se sustituye por un caño de diámetro interior r y un diámetro exterior tal que la sección del caño tenga la misma área que una sección circular de radio r, ¿cuál es la tensión máxima que se observará?

Ejercicio 7.2.6 Considerar a como un parámetro, tal como se propone en el ejercicio 7.2.2 de esta hoja. Para una viga de 2 metros de longitud apoyada en sus extremos y sometida a

- una única carga puntual de 200 daN;
- una carga distribuida constante de 100 daN/m;
- una carga triangular con una intensidad nula en el apoyo izquierdo y un máximo de intensidad de 200 daN/m en el dercho,

calcular el menor valor de a que hace que la tensión máxima debida a flexión no sobrepase los 1000 daN/cm^2, cuando la barra tiene la forma de `I` en la figura 6.148 del ejercicio 6.4.11. ¿Cómo se modifica el valor de a si, para las mismas cargas, se requiere que la tensión máxima no sobrepase los 500 daN/cm^2.

Ejercicio 7.2.7 Repetir el ejercicio anterior, para caños cuadrados de espesor a y lado exterior $4a$.

Ejercicio 7.2.8 Una ménsula de 2 metros construida con una barra cuadrada de 10 cm de lado está empotrada en el extremo de la derecha y soporta una distribución uniforme de carga de 200 daN/m. Hallar el valor máximo que puede tener una carga puntual que se agrega en el punto medio de la ménsula, si se desea que en ningún punto de la barra la tensión supere los 100 daN/cm^2.

Ejercicio 7.2.9 Una viga de 3 metros de longitud construida con una barra que tiene una sección en forma de `I`, como en la la figura 6.148 del ejercicio 6.4.11, con unidad de longitud igual a 4 cm, está apoyada en sus extremos. Hallar el mayor valor de a que hace que en ningún punto de la barra la tensión debida a los momentos flectores supere los 20 MPa, en las tres situaciones siguientes:

1. cuando la viga soporta una carga distribuida constante de a daN/m;

2. cuando la viga soporta una carga distribuida triangular que va creciendo linealmente desde 0 en el extremo de la izquierda hasta un valor de a daN/m en el de la derecha;

3. cuando la viga soporta la carga de la parte anterior, y una carga puntual de 500 daN en su punto medio.

Ejercicio 7.2.10 Una barra debe resistir un momento flector de 2000 daN m. Se desea que la máxima tensión no supere los 250 daN/cm^2. Seleccionar el perfil IPN más pequeño que cumple esta condición de diseño. Identificar el valor de la tensión máxima que el modelo que estamos usando predice para ese perfil.

Nota: una tabla con las características geométricas de perfiles normalizados IPN está disponible en la sección de material de estudio de la página web de la Cátedra:
`http://www.farq.edu.uy/matematicas/matematicas/material-de-estudio-2/`.

Ejercicio 7.2.11 Una barra de 3 m de longitud, con una sección en forma de `C` irregular como la que se muestra en la figura tiene un apoyos en su extremo izquierdo y a un metro de su extremo derecho. Soiporta una carga distribuida constante de 2000 daNm. Calcular las máximas tensiones de compresión y de tracción en la pieza.