

PARCIAL 2 – 8 DE JUNIO DE 2013

COMENTARIOS PRELIMINARES

1. Una primitiva de $|x|$

Recordamos que

$$\int_0^x |t| dt = \frac{|x|x}{2}.$$

Hay una errata en el enunciado del ejercicio 14 de la hoja 7, falta un factor $1/2$ cuando se presenta allí una primitiva de la función valor absoluto. Aunque descontamos que descubrieron la errata al trabajar con la hoja, dado que en varios grupos aparecerán cálculos de integrales con valores absolutos, nos pareció oportuno refrescar esta información.

2. Formato de preguntas de integración por sustitución e integración por partes

Los ejercicios de estos temas que aparecen en las hojas apuntan fundamentalmente a calcular los resultados de ciertas integrales. Además de preguntas de cálculo, en el parcial podrán aparecer también preguntas que apuntan a evaluar pasos intermedios del proceso. Mostramos a continuación ejemplos de los formatos que podrán aparecer.

Pregunta 1 La integral

$$\int_1^2 \frac{x^2}{1+x^6} dx,$$

es igual a

A. $\int_1^2 \frac{x}{1+x^3} dx;$

B. $\frac{1}{2} \int_1^4 \frac{1}{1+x^3} dx;$

C. $\frac{1}{3} \int_1^8 \frac{1}{1+x^2} dx;$

D. $\int_1^8 \frac{1}{1+x^2} dx;$

Pregunta 2 Al introducir el cambio de variable

$$y = \log x$$

en la integral

$$\int_1^e x \, dx,$$

esta se transforma en

- A. $\int_1^e e^y \, dy.$
- B. $\int_1^e e^{2y} \, dy.$
- C. $\int_0^1 e^y \, dy;$
- D. $\int_0^1 e^{2y} \, dy;$

Pregunta 3 La integral

$$\int_0^\pi x \operatorname{sen} x \, dx,$$

es igual a

- A. $\pi - \frac{1}{2} \int_0^\pi x^2 \cos x \, dx;$
- B. $\pi + \int_0^\pi \cos x \, dx;$
- C. $\pi + \int_0^\pi x \cos x \, dx;$
- D. $\pi - \int_0^\pi x \cos x \, dx;$

Este formato de pregunta se concentra en el paso en que se aplica la técnica de cálculo que se haya elegido, que es inevitable cuando realmente se quiere calcular la integral. Al enfocarse en ese paso y no en el cálculo completo, reduce la carga de trabajo de la pregunta y el riesgo de errores de cálculo.

NOTA: las preguntas que se presentan aquí aparecen a título de ejemplo. Aunque se incluyen con la intención de que tengan una única opción correcta, como las preguntas de parcial, no han pasado por el proceso de revisión habitual al proponer parciales, por lo que es más probable que contengan errores o erratas. Si encuentran este tipo de fallos, por favor, comuníquelo a la Cátedra.

3. Funciones periódicas

Una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es periódica de período T si para cualquier x se cumple que

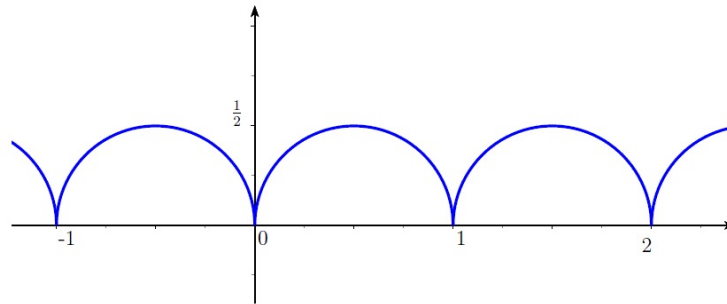
$$f(x + T) = f(x).$$

Es decir, que cada T unidades el comportamiento de f se repite. Las funciones periódicas modelan lo que en el lenguaje corriente llamamos *fenómenos periódicos*.

Ejemplo 1

- La función seno, que habitualmente indicamos por $\sin x$, es una función periódica de período 2π , pero no es periódica de período π .
- El valor absoluto de la función seno $|\sin x|$, es una función periódica de período π .
- El seno del valor absoluto, $\sin(|x|)$, no es una función periódica.

Ejemplo 2 La figura muestra el gráfico de una función periódica de período 2.



Ejemplo 3 Si f es una función periódica de período 12, entonces las funciones g y h definidas por

$$g(x) = f(3x), \quad h(x) = f(x/2),$$

son, respectivamente, funciones periódicas de períodos 4 y 24.