

# ESTRUCTURAS I

FACULTAD DE ARQUITECTURA, DISEÑO Y URBANISMO | UDELAR **2019**

# **FLEXIÓN COMPUESTA**

## **EN MATERIALES HOMOGÉNEOS**

# FLEXIÓN SIMPLE

**Solicitaciones:** M y V

**Verificaciones:** Tensiones Normales  
Tensiones Rasantes  
control de Deformaciones

# FLEXIÓN COMPUESTA

**Solicitaciones:** M, V y N

**Momentos** y **Axiles** generan **Tensiones Normales** en una sección perpendicular al eje de la pieza.

El **Cortante** genera **Tensiones Rasantes** en dichas secciones.

Se deben controlar las **deformaciones**.

La **compresión** puede generar **inestabilidad elástica**.

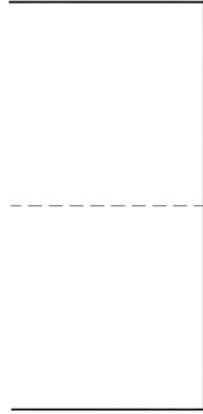
# **TENSIONES NORMALES: SUPERPOSICIÓN**

# MOMENTO

Ley de Navier-Bernoulli  
Ley de Hooke

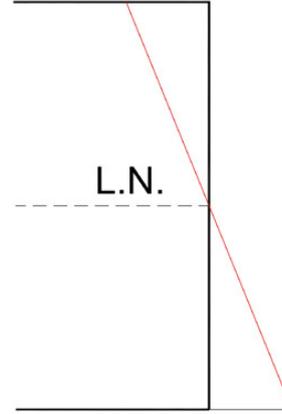
$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{M}{W_r}$$

$$W_r = \frac{I}{y_o}$$



DEFORMACIONES

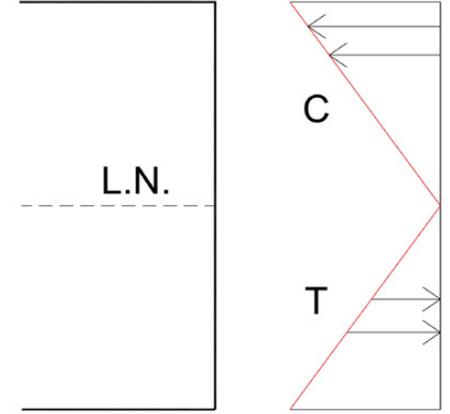
acortamiento



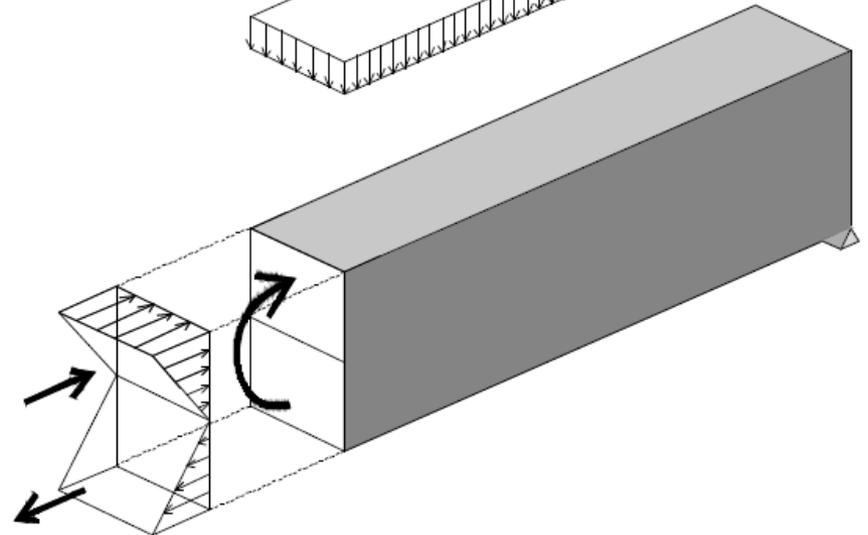
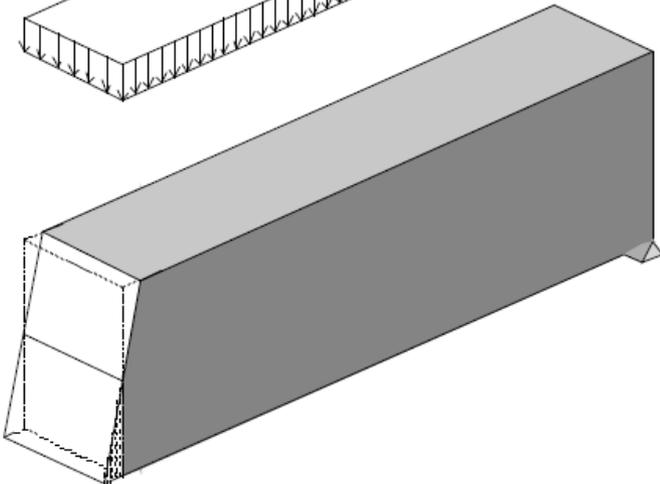
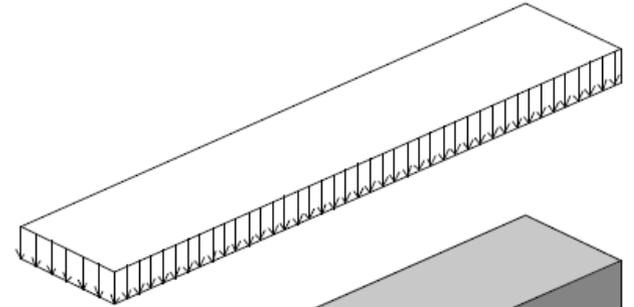
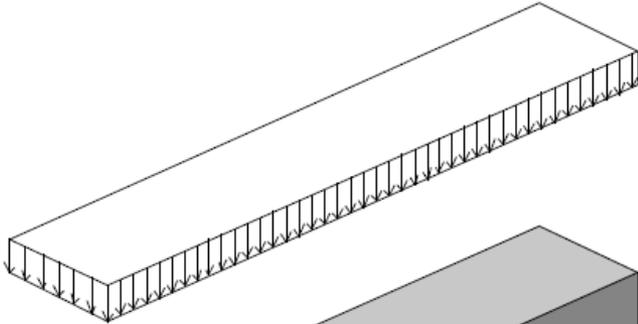
alargamiento

Tensiones NORMALES

M/Wr

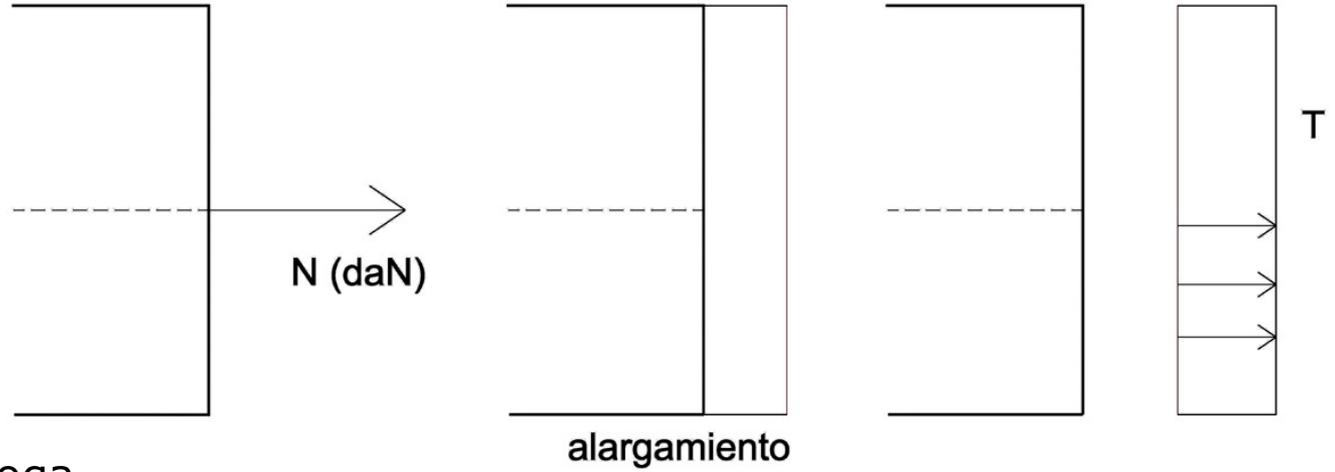


M/Wr

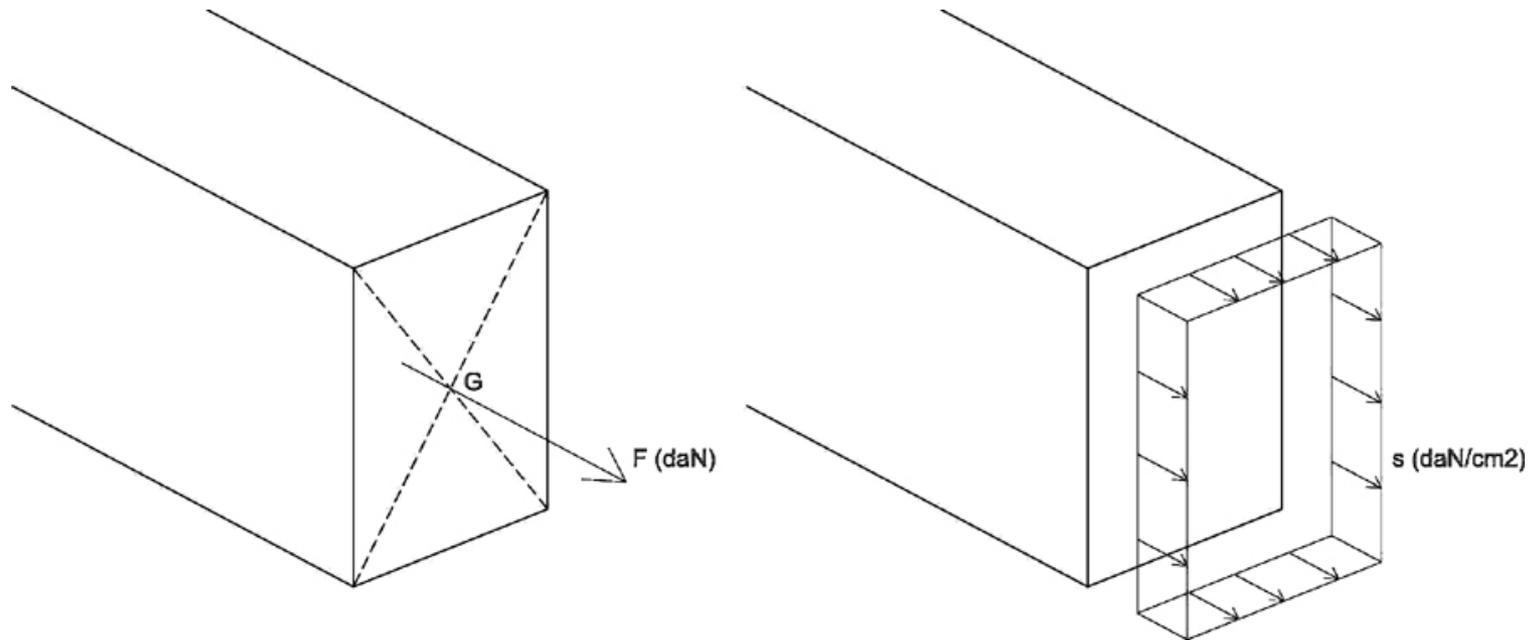


# AXIL

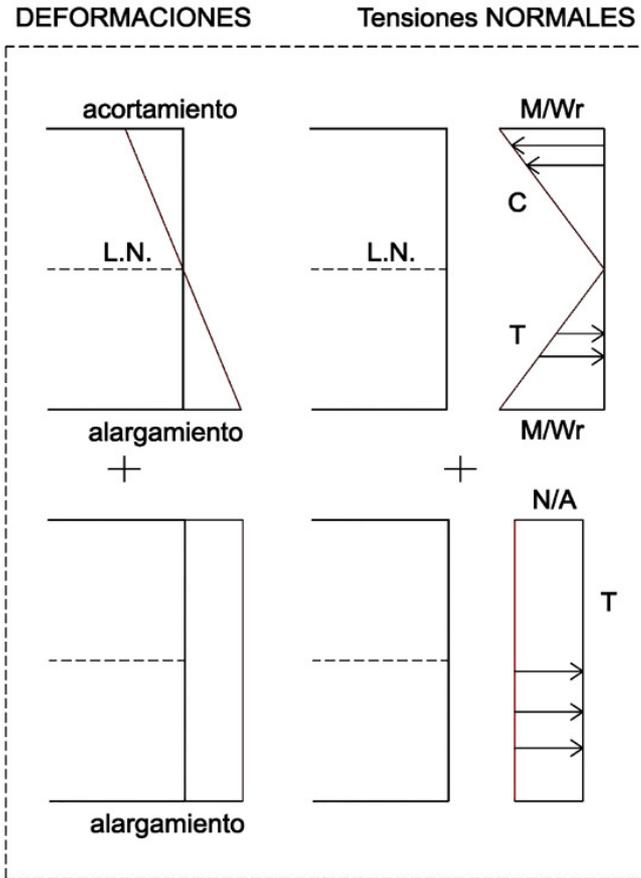
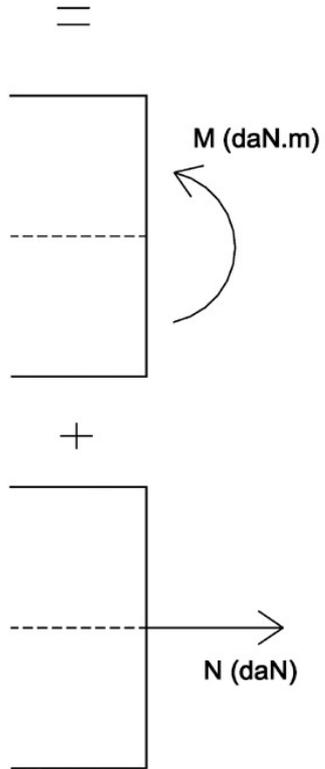
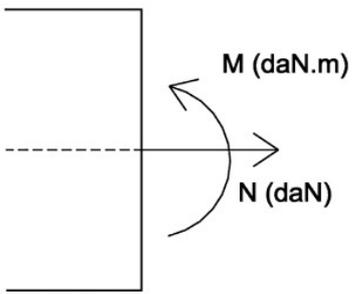
$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{N}{A}$$



La situación sería análoga para compresión



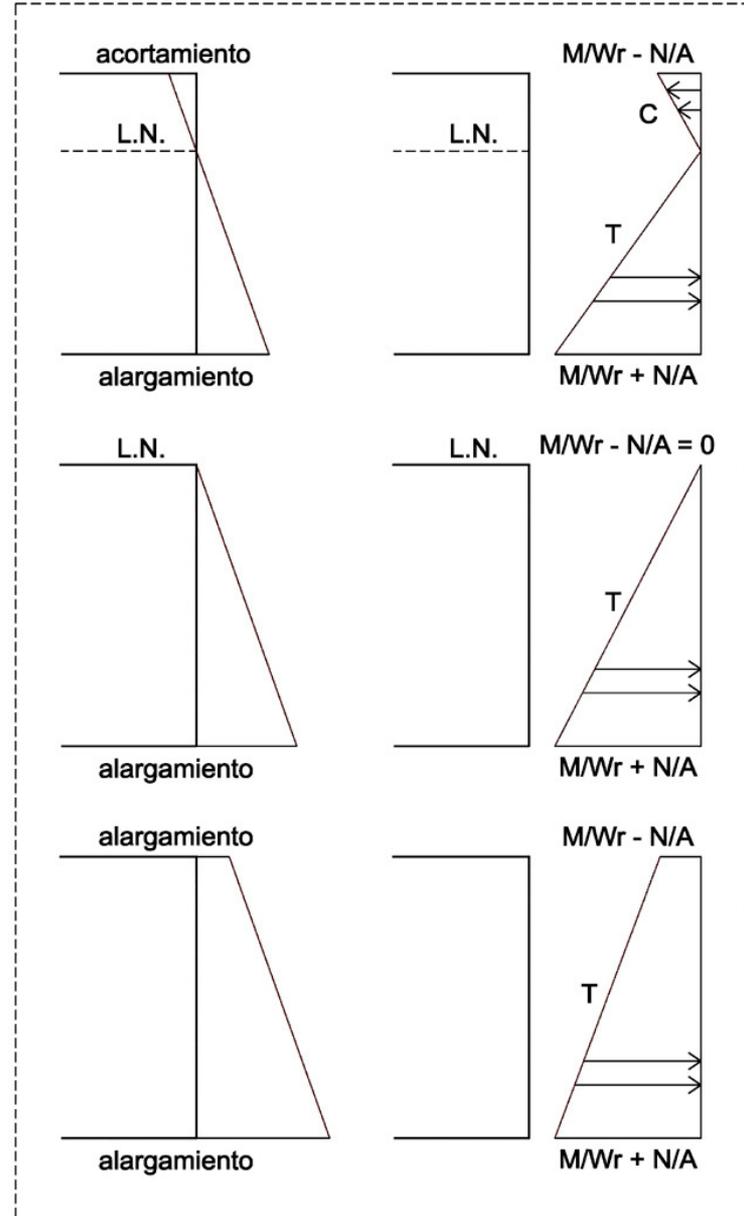
# MOMENTO+AXIL



$$f_d \geq \sigma_{\text{máx}} = \frac{M}{w_r} + \frac{N}{A} \quad [0]^*$$

DEFORMACIONES

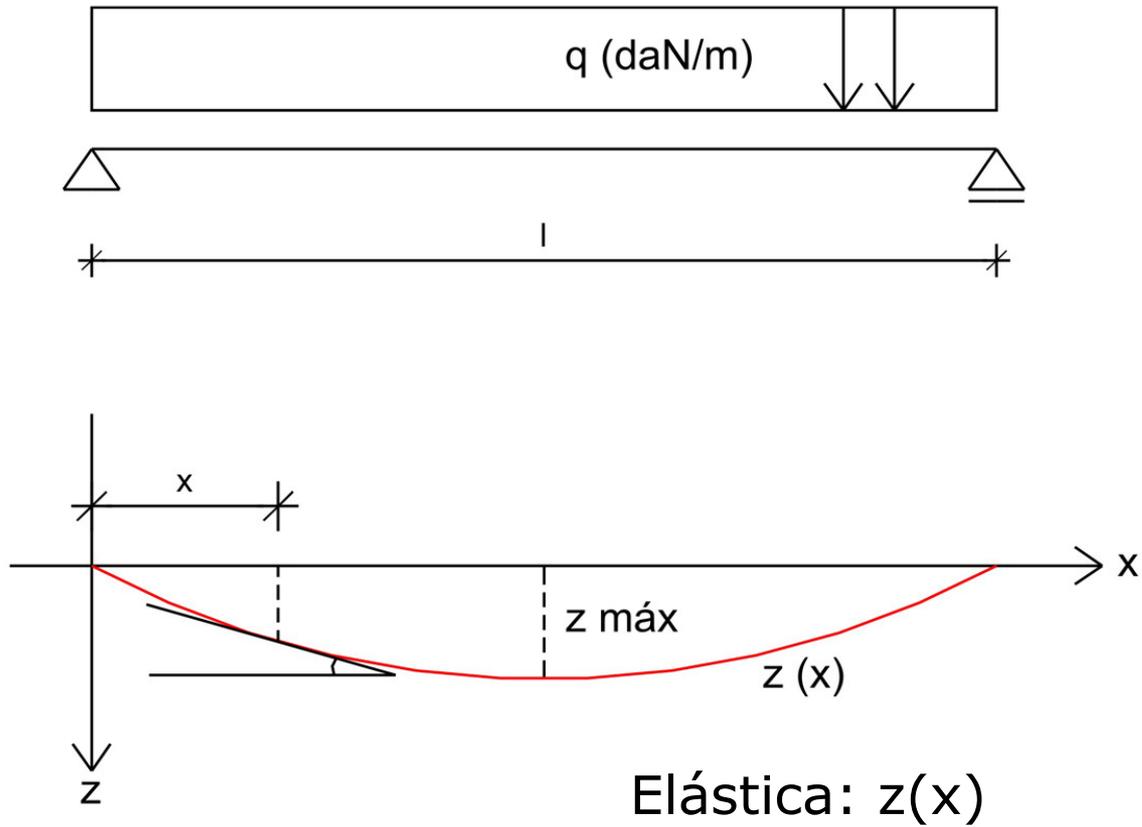
Tensiones NORMALES



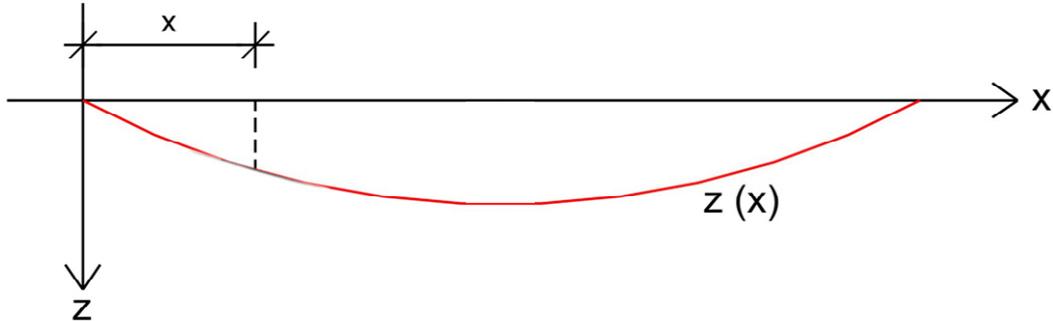
## TENSOFLEXIÓN:

$$f_d \geq \sigma_{\text{máx}} = \frac{M}{W_r} + \frac{N}{A}$$

# FLEXIÓN SIMPLE

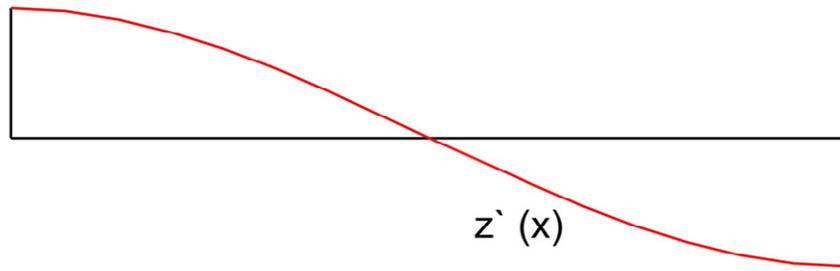


elástica



$$z(x)$$

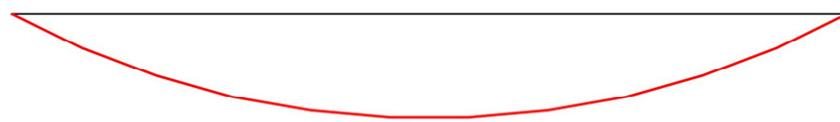
giro



$$\theta(x)$$

$$z'(x)$$

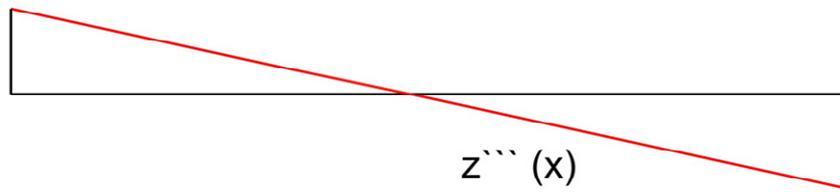
curvatura



$$K(x) = \frac{M(x)}{E.I}$$

$$z''(x)$$

cortante



$$\frac{V(x)}{E.I}$$

$$z'''(x)$$

carga



$$\frac{p(x)}{E.I}$$

$$z''''(x)$$

$$z''(x) \cong K(x) = \frac{M(x)}{E.I}$$

[1]\*

$$K(x) = \frac{1}{\rho(x)}$$

**Se puede aceptar para piezas poco curvadas que:**

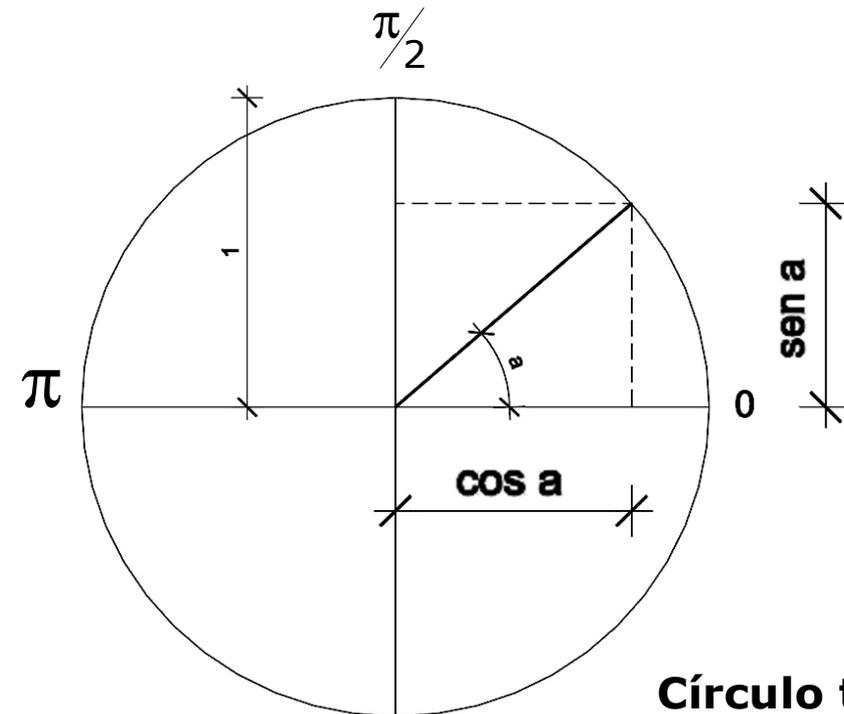
$$z(x) = z_{\text{máx}} \cdot \text{sen} \left( \frac{\pi \cdot x}{l} \right)$$

[2]

$$z(0) = z_{\text{máx}} \cdot \text{sen}(0) = 0$$

$$z(l) = z_{\text{máx}} \cdot \text{sen}(\pi) = 0$$

$$z(l/2) = z_{\text{máx}} \cdot \text{sen}(\pi/2) = z_{\text{máx}}$$



**Derivamos dos veces  $z(x)$  para llegar a una expresión del momento vinculada a la elástica:**

$$z(x) = z_{\text{máx}} \cdot \text{sen} \left( \frac{\pi \cdot x}{l} \right) \quad [2]$$

$$z'(x) = z_{\text{máx}} \cdot \left( \frac{\pi}{l} \right) \cdot \text{cos} \left( \frac{\pi \cdot x}{l} \right)$$

$$z''(x) = z_{\text{máx}} \cdot \left( \frac{\pi^2}{l^2} \right) \cdot \text{sen} \left( \frac{\pi \cdot x}{l} \right) \quad [3]$$

Recordar:

$$f(x) = \text{sen}(a \cdot x)$$

$$f'(x) = a \cdot \text{cos}(a \cdot x)$$

$$f''(x) = -a^2 \cdot \text{sen}(a \cdot x)$$

$$z''(x) = z_{\text{máx}} \cdot \left( \frac{\pi^2}{l^2} \right) \cdot \text{sen} \left( \frac{\pi \cdot x}{l} \right) \quad [3]$$

$$z''(x) \cong \frac{M(x)}{E \cdot I} \quad [1]$$

$$M(x) \cong z''(x) \cdot E \cdot I$$

$$M(x) \cong z_{\text{máx}} \left( \frac{\pi^2}{l^2} \right) \cdot \text{sen} \left( \frac{\pi \cdot x}{l} \right) \cdot E \cdot I \quad [4]$$

Sustituyendo [3] en [1]

Para  $x = \frac{\ell}{2}$  obtenemos el **valor máximo de Momento flector**:

$$M(x) \cong z_{\text{máx}} \left( \frac{\pi^2}{\ell^2} \right) \cdot \text{sen} \left( \frac{\pi \cdot x}{\ell} \right) \cdot E \cdot I \quad [4]$$

$$M(\ell/2) \cong z_{\text{máx}} \left( \frac{\pi^2}{\ell^2} \right) \cdot \text{sen} \left( \frac{\pi}{2} \right) \cdot E \cdot I$$

$$M(\ell/2) \cong z_{\text{máx}} \left( \frac{\pi^2}{\ell^2} \right) \cdot E \cdot I$$

$$M_{\text{máx}} \cong z_{\text{máx}} \left( \frac{\pi^2}{\ell^2} \right) \cdot E \cdot I$$

[5]\*

Máximo valor de Momento flector, para  $x = \frac{\ell}{2}$

# **FLEXIÓN COMPUESTA**

# FLEXIÓN COMPUESTA

## Definiciones previas

### **Análisis de Primer Orden:**

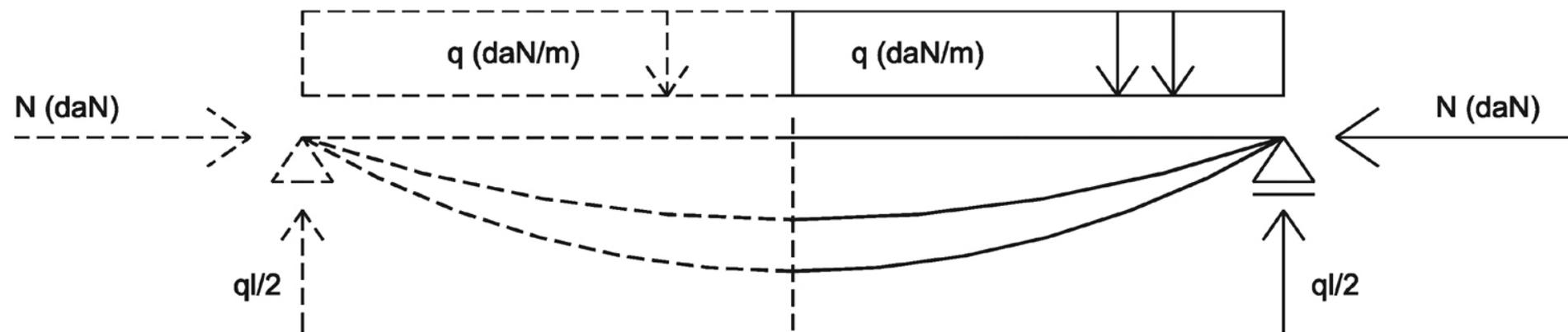
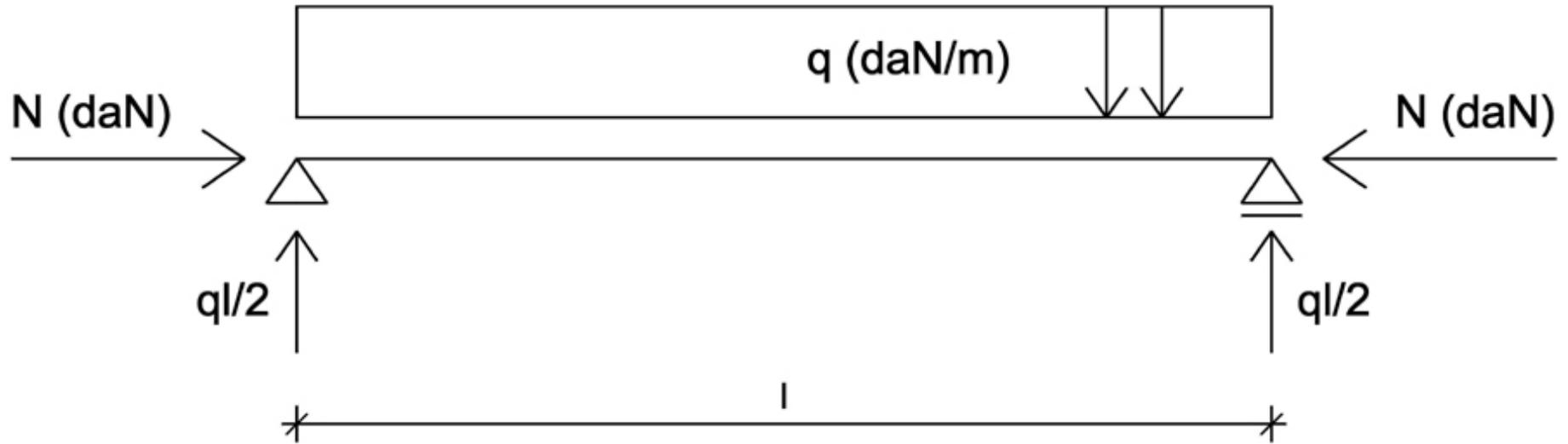
considera la pieza con la **configuración geométrica previa** a la **aplicación de las cargas**.

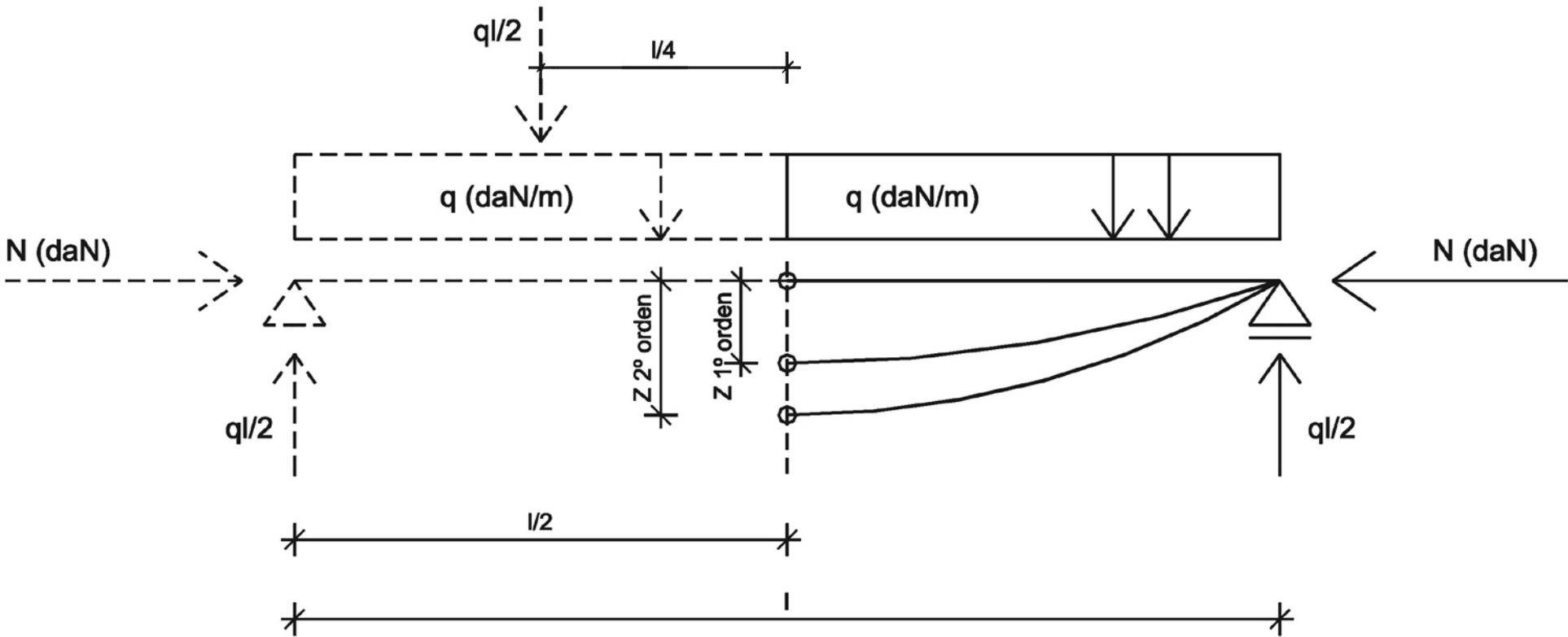
### **Análisis de Segundo Orden:**

una vez finalizado el análisis de primer orden, se vuelve a estudiar la pieza tantas veces como sea necesario, con la **configuración geométrica** que surge al **aplicar las cargas** (con la pieza deformada).

Puede suceder que los sucesivos incrementos en la deformada tiendan a cero, es decir, que haya convergencia a un valor: la deformada de segundo orden, o que los sucesivos incrementos tiendan a infinito y la pieza colapsa al agotar su capacidad resistente.

# 1- Verificación de TENSIONES NORMALES:





Determinamos el valor del Momento en la sección media ( $M$  máx):

$$M_{1^{\circ}\text{orden}} = \frac{ql}{2} \cdot \frac{l}{2} - \frac{ql}{2} \cdot \frac{l}{4} = \frac{ql^2}{8}$$

$$M_{2^{\circ}\text{orden}} = \frac{ql^2}{8} + N \cdot z_{2^{\circ}\text{orden}}$$

$$M_{2^{\circ}\text{orden}} = M_{1^{\circ}\text{orden}} + N \cdot z_{2^{\circ}\text{orden}} \quad [6]$$

Si el axil fuera de **tracción** el Momento de Segundo Orden resultaría **menor**, por lo que nos interesaría únicamente el valor del Momento de Primer Orden.

Recordemos:

$$M_{\text{máx}} \cong Z_{\text{máx}} \left( \frac{\pi^2}{l^2} \right) \cdot E \cdot I \quad [5]$$

$$N_{\text{eu}} = E \cdot I \frac{\pi^2}{l_K^2}$$

O sea:

$$M_{\text{máx}} = N_{\text{eu}} \cdot Z_{\text{máx}}$$

## Recordemos:

$$M_{2^{\circ}\text{orden}} = M_{1^{\circ}\text{orden}} + N \cdot Z_{2^{\circ}\text{orden}} \quad [6]$$

Hallamos los valores máximos:

$$N_{\text{eu}} \cdot Z_{2^{\circ}\text{orden}} = N_{\text{eu}} \cdot Z_{1^{\circ}\text{orden}} + N \cdot Z_{2^{\circ}\text{orden}}$$

## Despejamos $Z_{2^{\circ}\text{orden}}$ :

$$N_{\text{eu}} \cdot Z_{2^{\circ}\text{orden}} - N \cdot Z_{2^{\circ}\text{orden}} = N_{\text{eu}} \cdot Z_{1^{\circ}\text{orden}}$$

$$Z_{2^{\circ}\text{orden}} (N_{\text{eu}} - N) = N_{\text{eu}} \cdot Z_{1^{\circ}\text{orden}}$$

$$Z_{2^{\circ}\text{orden}} = \frac{N_{\text{eu}} \cdot Z_{1^{\circ}\text{orden}}}{(N_{\text{eu}} - N)}$$

$$Z_{2^{\circ}\text{orden}} = \frac{Z_{1^{\circ}\text{orden}}}{\frac{(N_{\text{eu}} - N)}{N_{\text{eu}}}}$$

$$Z_{2^{\circ}\text{orden}} = \frac{Z_{1^{\circ}\text{orden}}}{1 - \left( \frac{N}{N_{\text{eu}}} \right)} \quad [7]$$

$$Z_{2^{\circ}\text{orden}} = \frac{Z_{1^{\circ}\text{orden}}}{1 - \left( \frac{N}{N_{eu}} \right)} \quad [7]$$

Si  $N$  tiende a  $N_{eu}$ ,  $Z_{2^{\circ}\text{orden}}$  tiende a infinito

$$\text{Si } N = \frac{N_{eu}}{2}, \quad Z_{2^{\circ}\text{orden}} = 2 \cdot Z_{1^{\circ}\text{orden}}$$

**Como existe proporcionalidad entre los valores de Momento flector y los de flecha:**

$$M_{2^{\circ}\text{orden}} = \frac{M_{1^{\circ}\text{orden}}}{1 - \left( \frac{N}{N_{eu}} \right)} \quad [8]^*$$

$$f_d \geq \sigma_{\text{máx}} = \frac{M_{2^{\circ}\text{orden}}}{W_r} + \frac{N}{A} \quad [9]^*$$

# 1- Verificación de TENSIONES NORMALES: SÍNTESIS DE DIMENSIONADO

## Casos de TENSOFLEXIÓN:

$$f_d \geq \sigma_{\text{máx}} = \frac{M}{W_r} + \frac{N}{A}$$

Análisis de primer orden

## Casos de PRESOFLEXIÓN:

$$f_d \geq \sigma_{\text{máx}} = \frac{M_{2^\circ \text{orden}}}{W_r} + \frac{N}{A}$$

Análisis de segundo orden

## 2- Verificación de TENSIONES RASANTES:

La verificación de las tensiones rasantes o de deslizamiento, se realiza de la **misma forma** que en **flexión simple**.

Se verifica para el **mayor valor de cortante** que aparece en toda la pieza estudiada, independientemente de que sección se consideró para verificar tensiones normales.

## 3- Control de las DEFORMACIONES:

Se mantiene el criterio general de que, en tanto se producen deformaciones en la pieza, las mismas deben ser **únicas, previsibles y controladas**.

Debe cumplirse que no superen los valores que establecemos como **deformación admisible**, la que se establece en función del **rol** del elemento estudiado en el conjunto de la estructura (analizar su modelo de funcionamiento), y del **uso** de la misma.

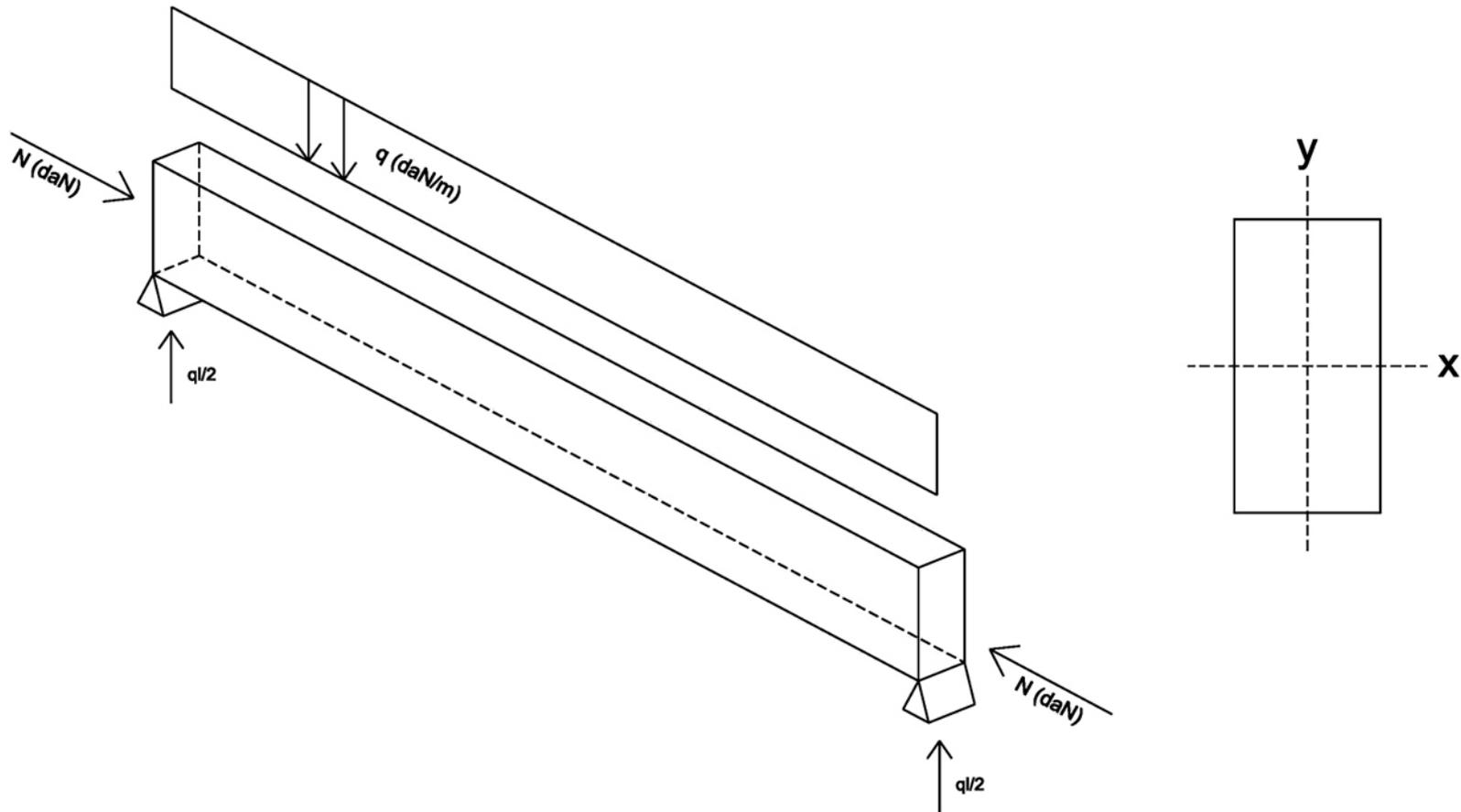
En general se trata de una verificación compleja, que requiere otras herramientas de cuantificación, por lo que en nuestro curso no se realiza.

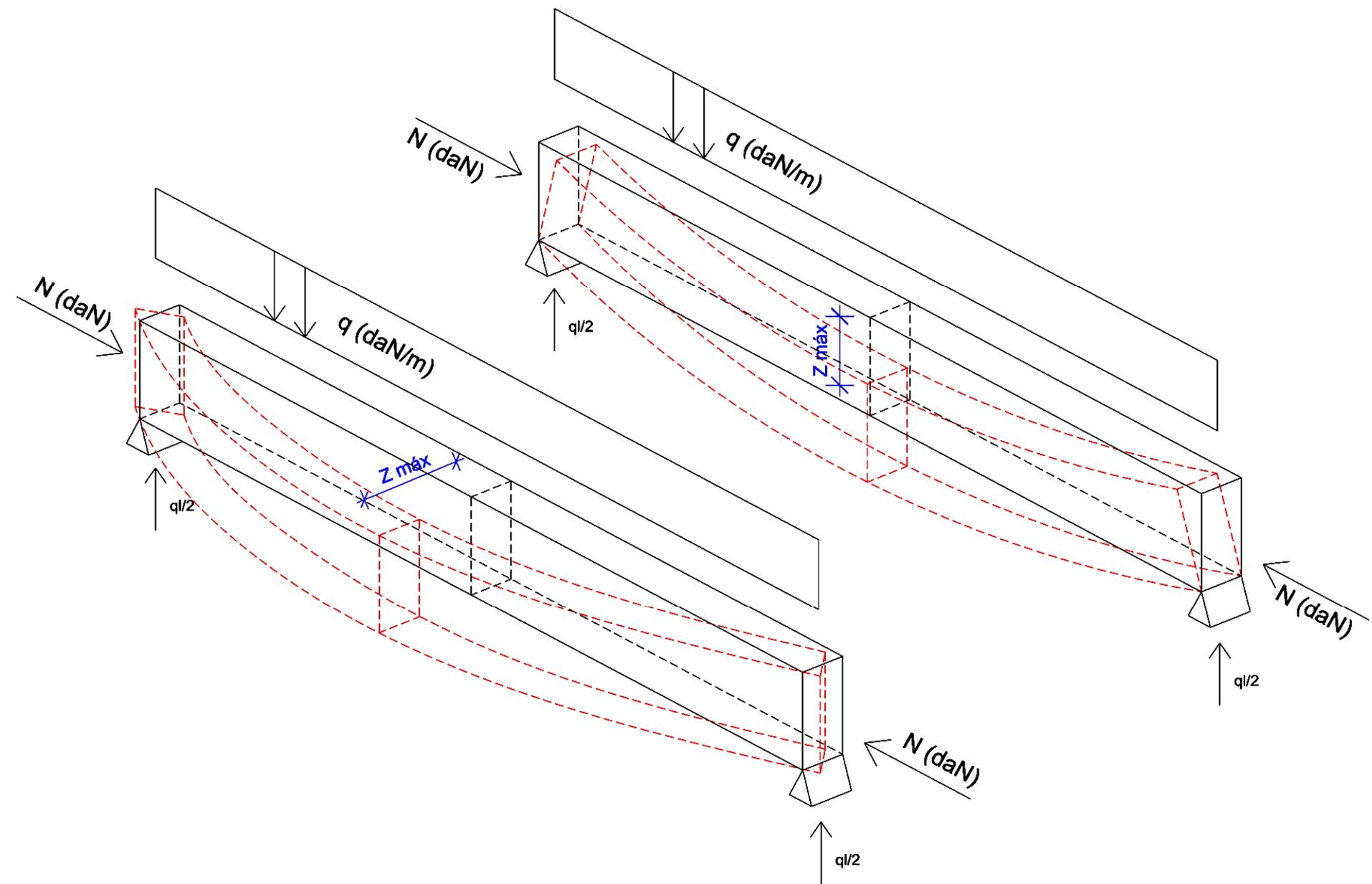
Recordar que el **análisis de 2º orden** (verificación de tensiones normales) se basa precisamente en tomar en consideración las **deformaciones** de la pieza. Por lo tanto, las podemos evaluar y asegurar que se mantengan por debajo de valores aceptables.

## 4- Compresión simple en el plano de menor inercia:

Debemos tener presente que, si bien analizamos generalmente las estructuras en un plano, las mismas se encuentran en el **espacio**.

En los casos en que aparezcan esfuerzos **axiales de compresión**, debemos recordar que este esfuerzo va a llevar a la estructura a una **situación crítica** en el **plano más débil**, de **menor inercia**.





# FLEXIÓN COMPUESTA

## Síntesis de verificaciones

1a- Tensiones Normales en Análisis de Primer Orden:

$$f_d \geq \sigma_{\text{máx}} = \frac{M_{1^\circ\text{orden}}}{W_r} + \frac{N}{A}$$

1b- Tensiones Normales en Análisis de Segundo Orden:

$$f_d \geq \sigma_{\text{máx}} = \frac{M_{2^\circ\text{orden}}}{W_r} + \frac{N}{A}$$

2- Tensiones Rasantes:

Se verifica con los valores de cortantes, análogamente a la flexión simple

3- Deformaciones:

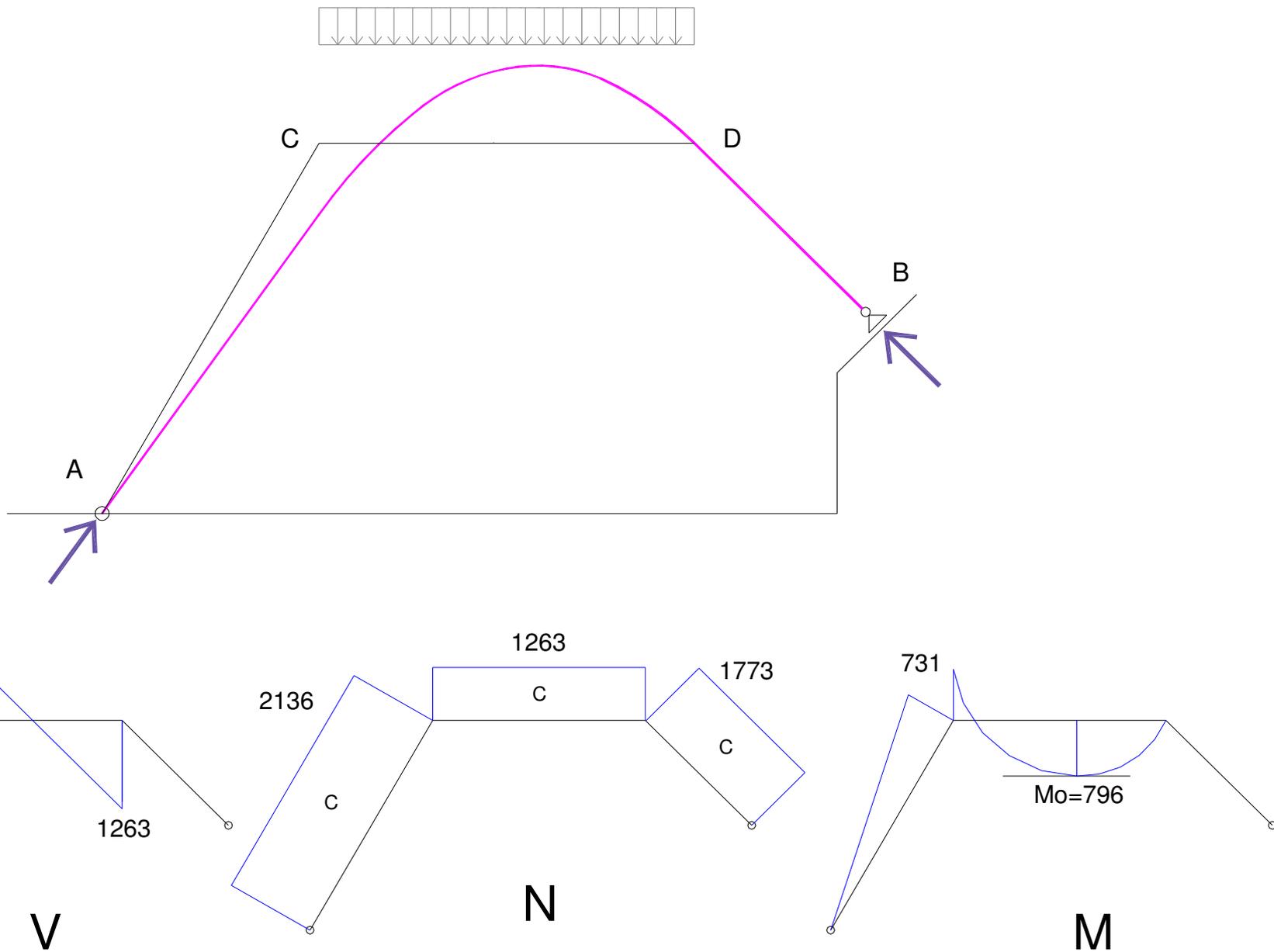
Si bien no se cuantifican en nuestro curso, deben verificarse.

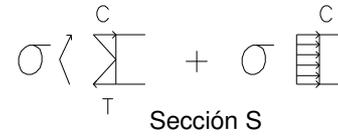
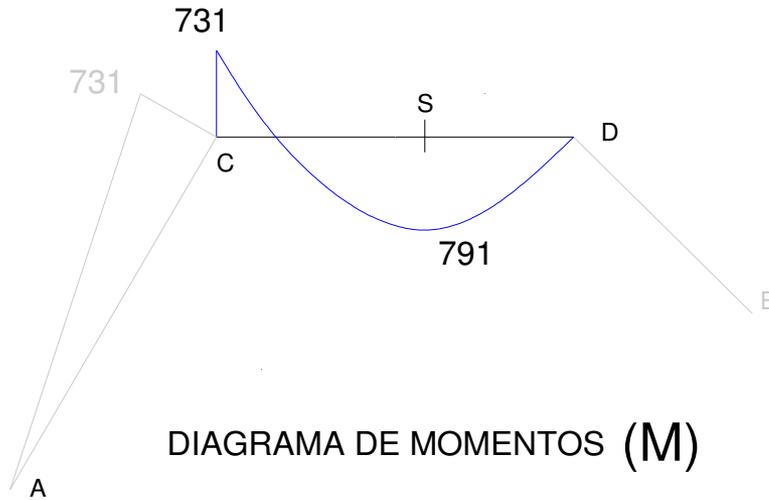
4- Compresión simple en el plano de menor inercia:

Debemos tomar en consideración el modelo en el espacio.

# **EJEMPLO PRÁCTICO**

# PORTICO BIARTICULADO - *Diagramas de Solicitaciones*



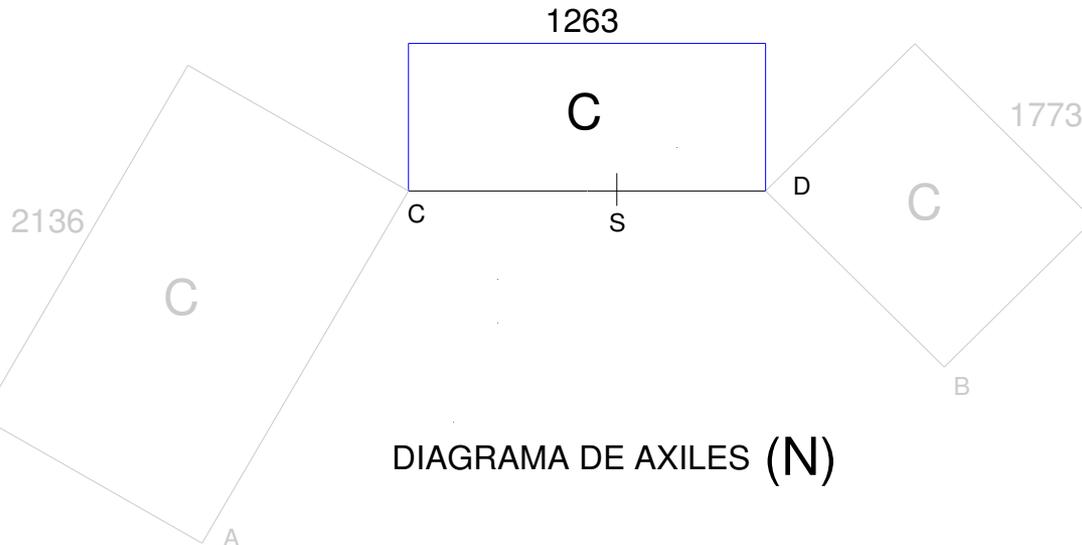


$$f_d \geq \sigma_{m\acute{o}x} = \frac{M}{W} + \frac{N}{A}$$

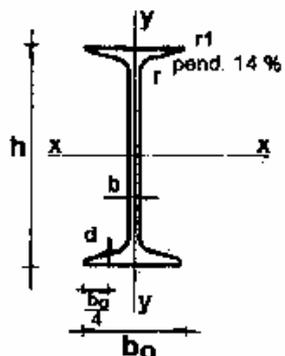
$$f_d \geq \frac{M}{W} \quad W \geq \frac{M}{f_d}$$

$$W \geq \frac{79100 \text{ daNcm}}{1400 \text{ daN/cm}^2}$$

$$W \geq 56,5 \text{ cm}^3$$



Características geométricas de elementos estructurales  
**PERFILES DE ACERO I**

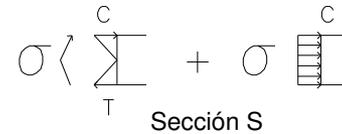
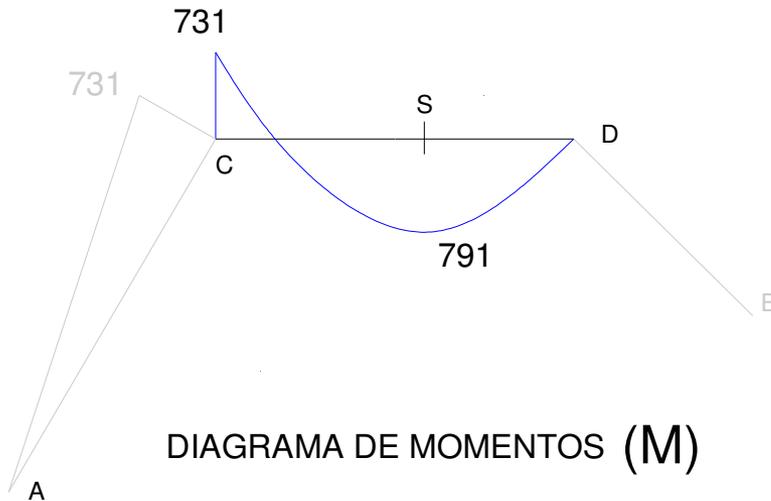


segun DIN 1025

largos normales: 4 a 15 m

- h,bo,b,r,r1,d**    mms
- A**                    cms2
- g**                     daN/m
- Iy,Ix**                cms4
- Wx,Wy**            cms3
- ix,iy**               cms
- SLn**                cms3

I	h	bo	b=r	d	rt	A	g	Ix	Wx	ix	Iy	Wy	iy	SLN
8	80	42	3.9	5.9	2.3	7.54	5.94	77.8	19.5	3.20	6.3	3.00	0.91	11.4
10	100	50	4.5	6.8	2.7	10.6	8.34	171	34.2	4.01	12.2	4.88	1.07	19.9
12	120	58	5.1	7.7	3.1	14.2	11.1	328	54.7	4.81	21.5	7.41	1.23	31.8
14	140	66	5.7	8.6	3.4	18.2	14.3	573	81.09	5.61	35.2	10.70	1.40	47.7
16	160	74	6.3	9.5	3.8	22.8	17.9	935	117	6.40	54.7	14.80	1.55	68.0
18	180	82	6.9	10.4	4.1	27.9	21.9	1450	161	7.20	81.3	19.80	1.71	93.4
20	200	90	7.5	11.3	4.5	33.4	26.2	2140	214	8.00	117	26.00	1.87	125
22	220	98	8.1	12.2	4.9	39.5	31.1	3060	278	8.80	162	33.10	2.02	162
24	240	106	8.7	13.1	5.2	46.1	36.2	4250	354	9.59	221	41.70	2.20	206

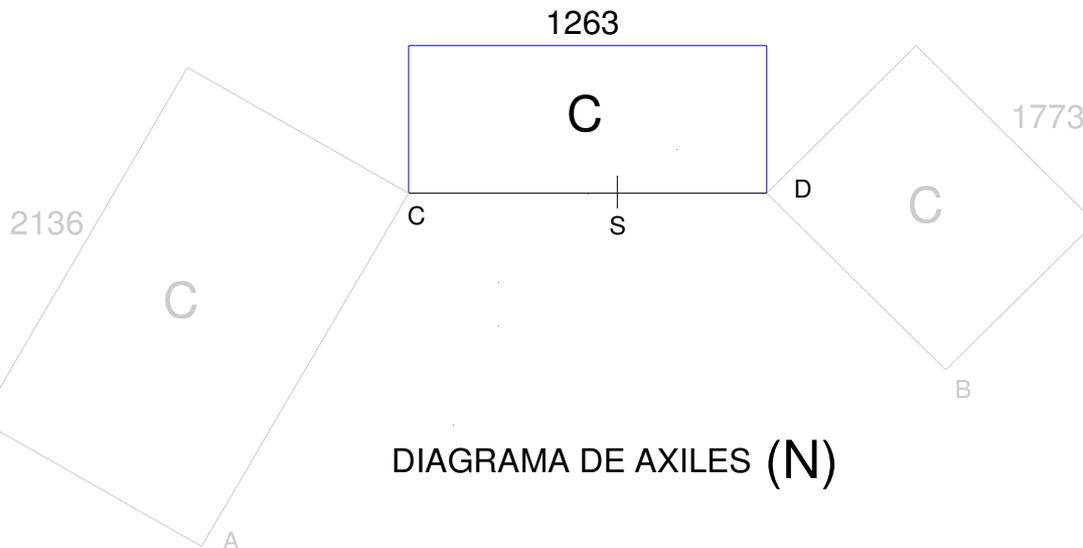


$$f_d \geq \sigma_{\text{máx}} = \frac{M}{W} + \frac{N}{A}$$

$$f_d \geq \frac{M}{W} \quad W \geq \frac{M}{f_d}$$

$$W \geq \frac{79100 \text{ daNcm}}{1400 \text{ daN/cm}^2}$$

$$W \geq 56,5 \text{ cm}^3$$



**PNI N°14**

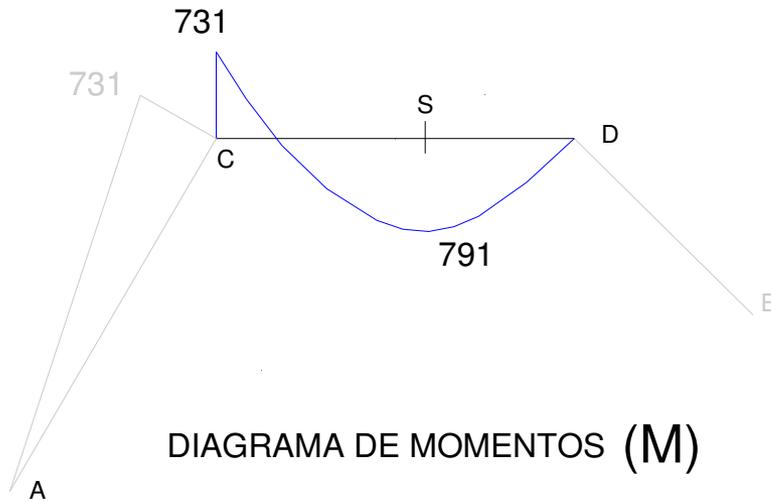
$$W = 81,09 \text{ cm}^3$$

$$A = 18,2 \text{ cm}^2$$

$$f_d \geq \sigma_{\text{máx}} = \frac{79100}{81,09} + \frac{1263}{18,2}$$

$$f_d \geq \sigma_{\text{máx}} = 975 + 69$$

$$f_d \geq \sigma_{\text{máx}} = 1044 \text{ daN/cm}^2$$



$$\sigma \left\langle \begin{array}{c} C \\ \Sigma \\ T \end{array} \right\rangle + \sigma \begin{array}{c} C \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ T \end{array}$$

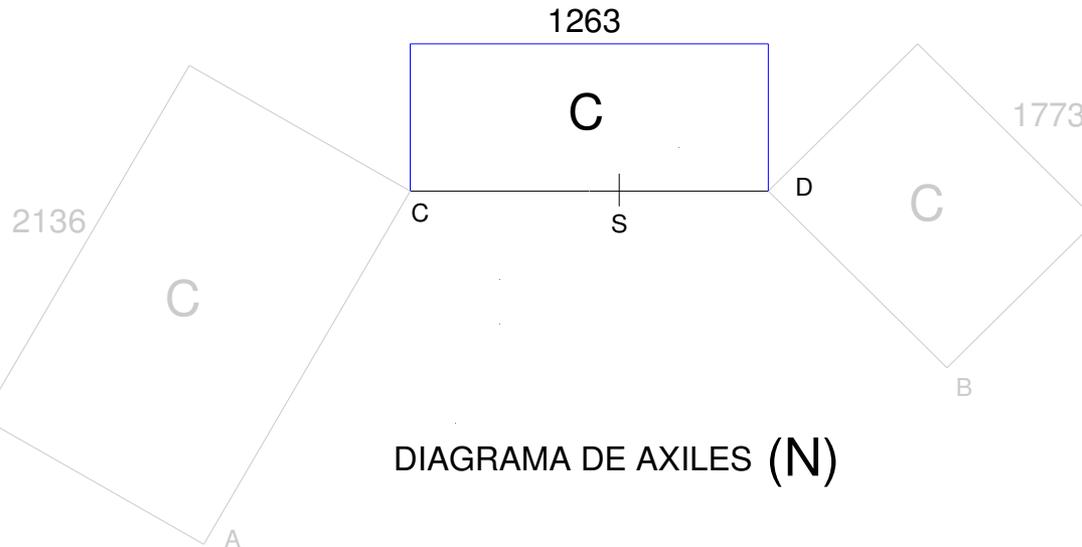
Sección S

$$M_2 = \frac{M_1}{1 - \frac{N}{N_{EULER}}}$$

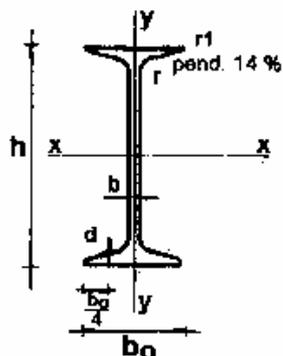
$$f_d \geq \sigma_{m\acute{o}x} = \frac{M_2}{W} + \frac{N}{A}$$

$$N_{EULER} = \frac{\pi^2}{l_0^2} E \cdot I$$

$$l_0 = l \times \alpha$$



**Características geométricas de elementos estructurales  
PERFILES DE ACERO I**

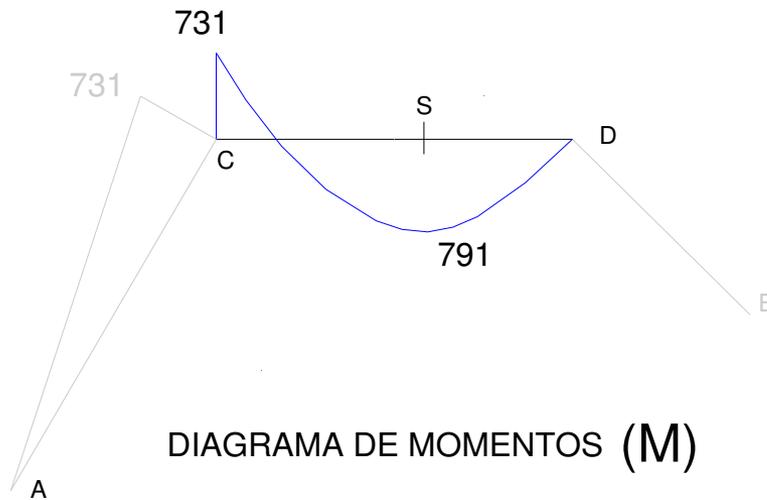


segun DIN 1025

h,bo,b,r,r1,d    mms  
**A**                cms2  
**g**                  daN/m  
**Iy,Ix**              cms4  
**Wx,Wy**          cms3  
**ix,iy**             cms  
**SLn**               cms3

largos normales: 4 a 15 m

<b>I</b>	<b>h</b>	<b>bo</b>	<b>b=r</b>	<b>d</b>	<b>r1</b>	<b>A</b>	<b>g</b>	<b>Ix</b>	<b>Wx</b>	<b>ix</b>	<b>Iy</b>	<b>Wy</b>	<b>iy</b>	<b>SLn</b>
8	80	42	3.9	5.9	2.3	7.54	5.94	77.8	19.5	3.20	6.3	3.00	0.91	11.4
10	100	50	4.5	6.8	2.7	10.6	8.34	171	34.2	4.01	12.2	4.88	1.07	19.9
12	120	58	5.1	7.7	3.1	14.2	11.1	328	54.7	4.81	21.5	7.41	1.23	31.8
14	140	66	5.7	8.6	3.4	18.2	14.3	573	81.09	5.61	35.2	10.70	1.40	47.7
16	160	74	6.3	9.5	3.8	22.8	17.9	935	117	6.40	54.7	14.80	1.55	68.0
18	180	82	6.9	10.4	4.1	27.9	21.9	1450	161	7.20	81.3	19.80	1.71	93.4
20	200	90	7.5	11.3	4.5	33.4	26.2	2140	214	8.00	117	26.00	1.87	125
22	220	98	8.1	12.2	4.9	39.5	31.1	3060	278	8.80	162	33.10	2.02	162
24	240	106	8.7	13.1	5.2	46.1	36.2	4250	354	9.59	221	41.70	2.20	206



$$\sigma \left( \begin{array}{c} C \\ \hline T \end{array} \right) + \sigma \left( \begin{array}{c} C \\ \hline C \end{array} \right)$$

Sección S

$$M_2 = \frac{M_1}{1 - \frac{N}{N_{EULER}}}$$

$$f_d \geq \sigma_{m\acute{a}x} = \frac{M_2}{W} + \frac{N}{A}$$

$$N_{EULER} = \frac{\pi^2}{l_0^2} E \cdot I$$

$$l_0 = l \times \alpha$$

**PNI N°14**

$$W = 81,09 \text{ cm}^3$$

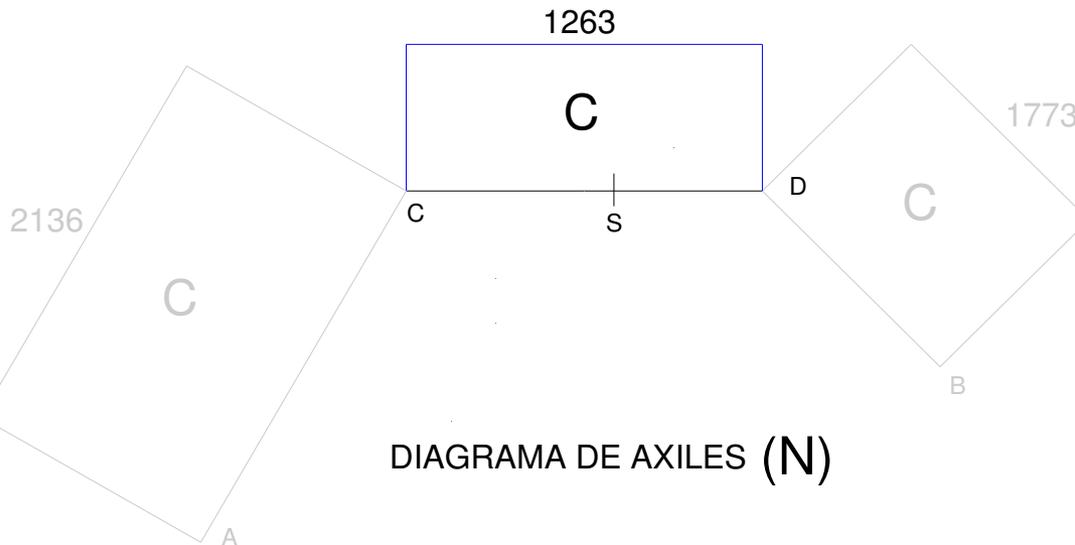
$$A = 18,2 \text{ cm}^2$$

$$I = 573 \text{ cm}^4$$

$$N_{EULER} = \frac{\pi^2}{(225 \times 0.8)^2} 2100000 \times 573$$

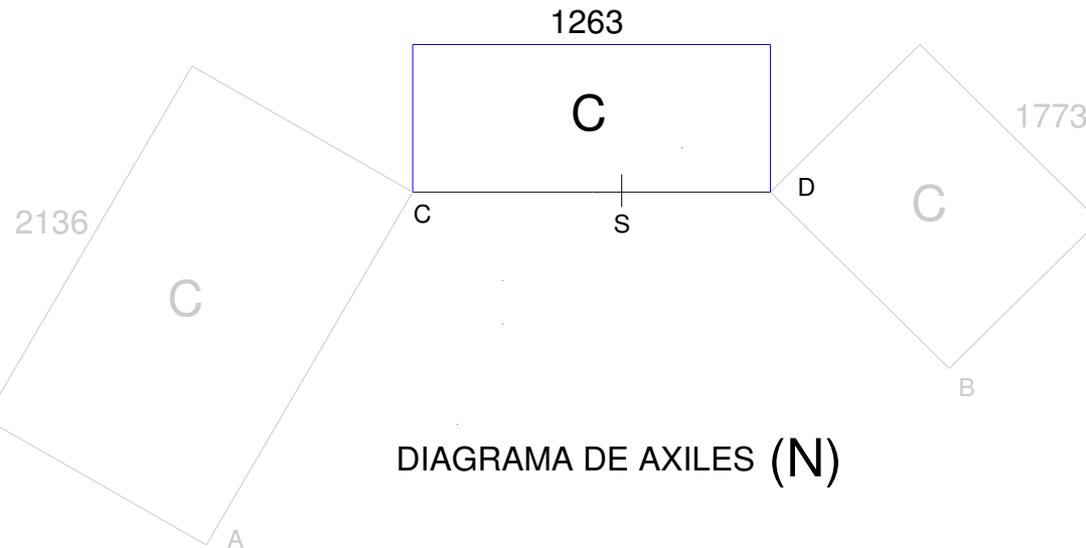
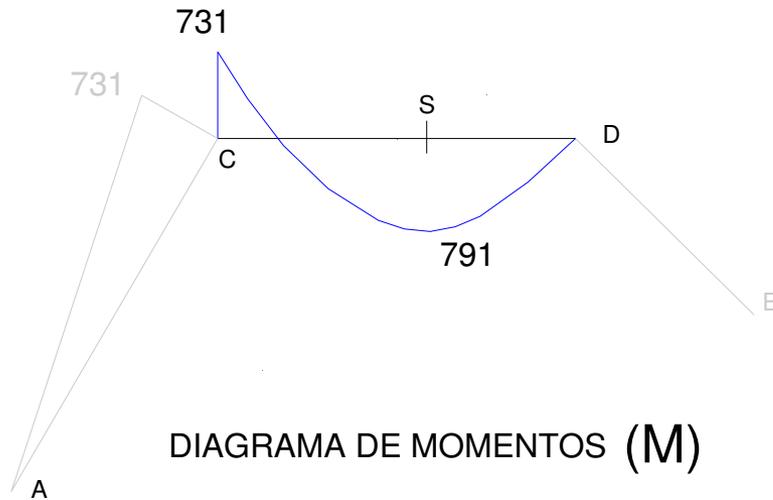
$$N_{EULER} = 366.548 \text{ daN}$$

$$M_2 = \frac{79100}{1 - \frac{1263}{366548}} = 79373 \text{ daNcm}$$



# DIMENSIONADO DE LA BARRA CD

# Tensiones Normales - 2do. Orden



$$\sigma \left\langle \begin{array}{c} C \\ \hline T \end{array} \right\rangle + \sigma \begin{array}{c} C \\ \hline C \end{array}$$

Sección S

$$M_2 = \frac{M_1}{1 - \frac{N}{N_{EULER}}}$$

$$f_d \geq \sigma_{m\acute{a}x} = \frac{M_2}{W} + \frac{N}{A}$$

$$N_{EULER} = \frac{\pi^2}{l_0^2} E \cdot I$$

$$l_0 = l \times \alpha$$

**PNI N°14**

- W = 81,09 cm<sup>3</sup>
- A = 18,2 cm<sup>2</sup>
- I = 573 cm<sup>4</sup>

$$N_{EULER} = \frac{\pi^2}{(225 \times 0.8)^2} 2100000 \times 573$$

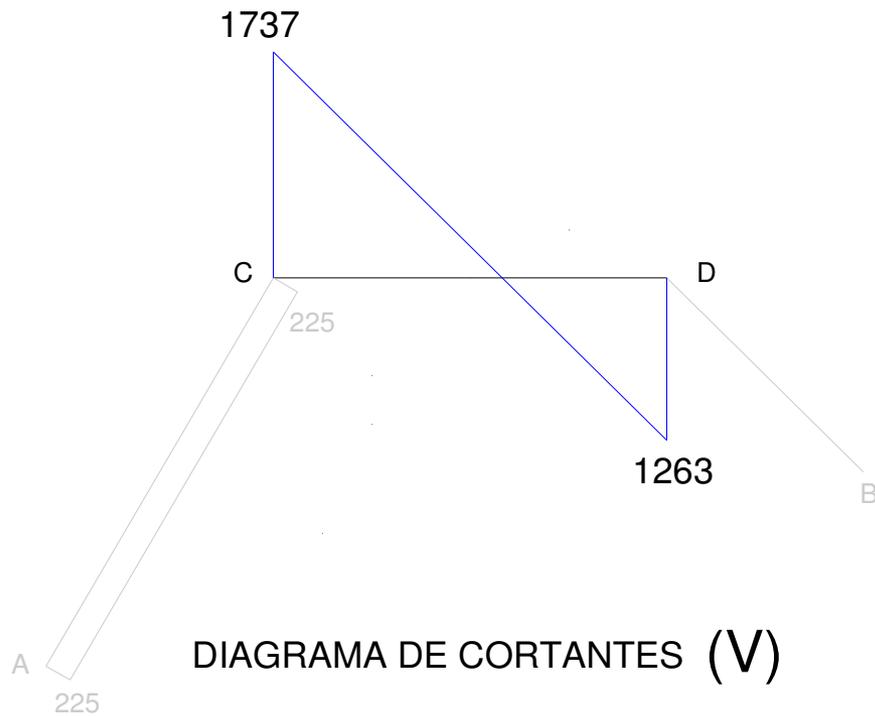
$$N_{EULER} = 366.548 \text{ daN}$$

$$M_2 = \frac{79100}{1 - \frac{1263}{366548}} = 79373 \text{ daNcm}$$

$$f_d \geq \sigma_{m\acute{a}x} = \frac{79373}{81,09} + \frac{1263}{18,2}$$

$$f_d \geq \sigma_{m\acute{a}x} = 979 + 69$$

$$f_d \geq \sigma_{m\acute{a}x} = 1048 \text{ daN/cm}^2$$



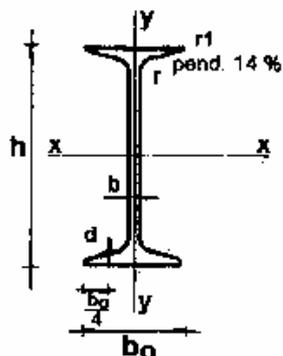
$\tau$

$$\tau_d \geq \tau_{\text{máx}} = \frac{V}{A_{\text{alma}}}$$

ACERO

$$A_{\text{alma}} = b(h - 2d)$$

**Características geométricas de elementos estructurales  
PERFILES DE ACERO I**



segun DIN 1025

- h,bo,b,r,r1,d**    mms
- A**                    cms2
- g**                     daN/m
- ly,lx**                cms4
- Wx,Wy**             cms3
- ix,iy**                cms
- SLn**                 cms3

largos normales: 4 a 15 m

I	h	bo	b=r	d	r1	A	g	Ix	Wx	ix	Iy	Wy	iy	SLN
8	80	42	3.9	5.9	2.3	7.54	5.94	77.8	19.5	3.20	6.3	3.00	0.91	11.4
10	100	50	4.5	6.8	2.7	10.6	8.34	171	34.2	4.01	12.2	4.88	1.07	19.9
12	120	58	5.1	7.7	3.1	14.2	11.1	328	54.7	4.81	21.5	7.41	1.23	31.8
14	140	66	5.7	8.6	3.4	18.2	14.3	573	81.09	5.61	35.2	10.70	1.40	47.7
16	160	74	6.3	9.5	3.8	22.8	17.9	935	117	6.40	54.7	14.80	1.55	68.0
18	180	82	6.9	10.4	4.1	27.9	21.9	1450	161	7.20	81.3	19.80	1.71	93.4
20	200	90	7.5	11.3	4.5	33.4	26.2	2140	214	8.00	117	26.00	1.87	125
22	220	98	8.1	12.2	4.9	39.5	31.1	3060	278	8.80	162	33.10	2.02	162
24	240	106	8.7	13.1	5.2	48.1	36.2	4250	354	9.59	221	41.70	2.20	206

$\tau$

$$\tau_d \geq \tau_{\text{máx}} = \frac{V}{A_{\text{alma}}}$$

ACERO

$$A_{\text{alma}} = b(h - 2d)$$

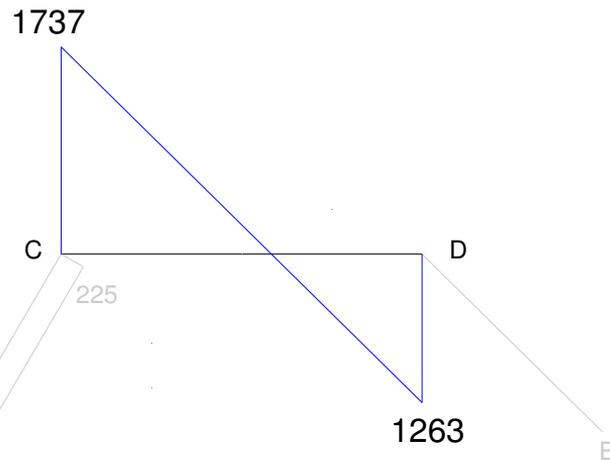


DIAGRAMA DE CORTANTES (V)

PNI N°14

$$h = 14 \text{ cm}$$

$$b = 0.57 \text{ cm}$$

$$d = 0.86 \text{ cm}$$

$$A_{\text{alma}} = 0.57 \cdot (14 - 2 \cdot 0.86) = 6.99 \text{ cm}^2$$

$$\tau_d \geq \tau_{\text{máx}} = \frac{1737}{6.99} = 248.5 \text{ daN/cm}^2$$

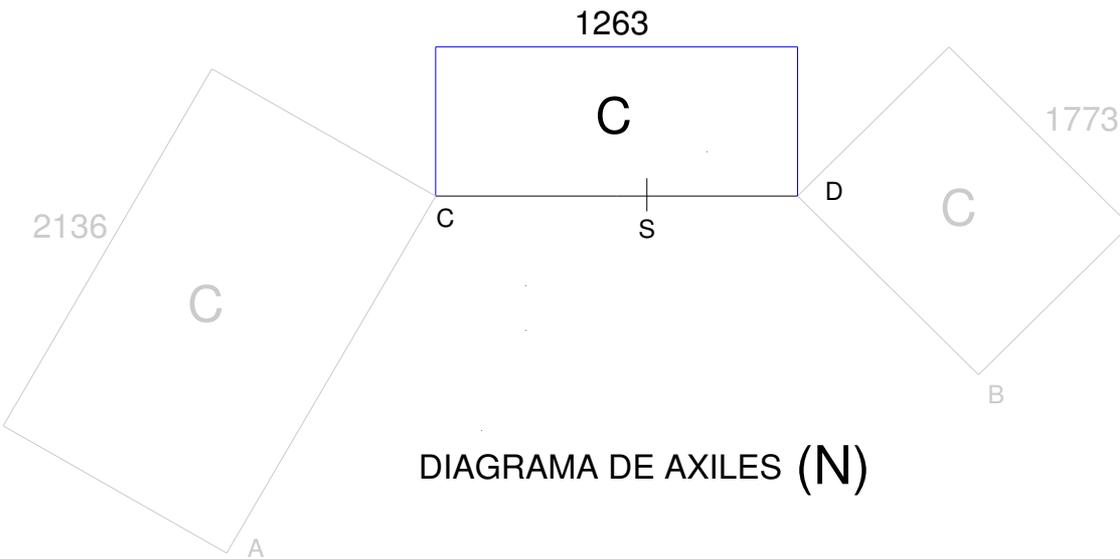
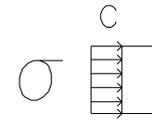


DIAGRAMA DE AXILES (N)



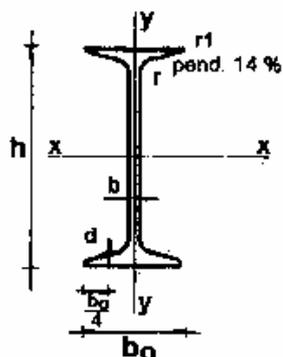
$$f_d \geq \sigma_{\text{máx}} = \frac{N}{A}$$

$$f_d \geq \sigma_{d \text{ EULER}} > \sigma_{\text{máx}}$$

$$\sigma_{d \text{ EULER}} = \frac{f_d}{\omega}$$

$$\lambda = \frac{l_0}{i_{\text{min}}} \quad l_0 = l \times \alpha$$

**Características geométricas de elementos estructurales  
PERFILES DE ACERO I**

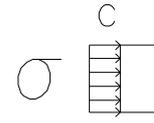


segun DIN 1025

- h,bo,b,r,r1,d**    mms
- A**                cms2
- g**                 daN/m
- ly,lx**            cms4
- Wx,Wy**         cms3
- ix,iy**            cms
- SLn**             cms3

largos normales: 4 a 15 m

I	h	bo	b=r	d	rt	A	g	lx	Wx	ix	ly	Wy	iy	SLN
8	80	42	3.9	5.9	2.3	7.54	5.94	77.8	19.5	3.20	6.3	3.00	0.91	11.4
10	100	50	4.5	6.8	2.7	10.6	8.34	171	34.2	4.01	12.2	4.88	1.07	19.9
12	120	58	5.1	7.7	3.1	14.2	11.1	328	54.7	4.81	21.5	7.41	1.23	31.8
14	140	66	5.7	8.6	3.4	18.2	14.3	573	81.09	5.61	35.2	10.70	1.40	47.7
16	160	74	6.3	9.5	3.8	22.8	17.9	935	117	6.40	54.7	14.80	1.55	68.0
18	180	82	6.9	10.4	4.1	27.9	21.9	1450	161	7.20	81.3	19.80	1.71	93.4
20	200	90	7.5	11.3	4.5	33.4	26.2	2140	214	8.00	117	26.00	1.87	125
22	220	98	8.1	12.2	4.9	39.5	31.1	3060	278	8.80	162	33.10	2.02	162
24	240	106	8.7	13.1	5.2	46.1	36.2	4250	354	9.59	221	41.70	2.20	206

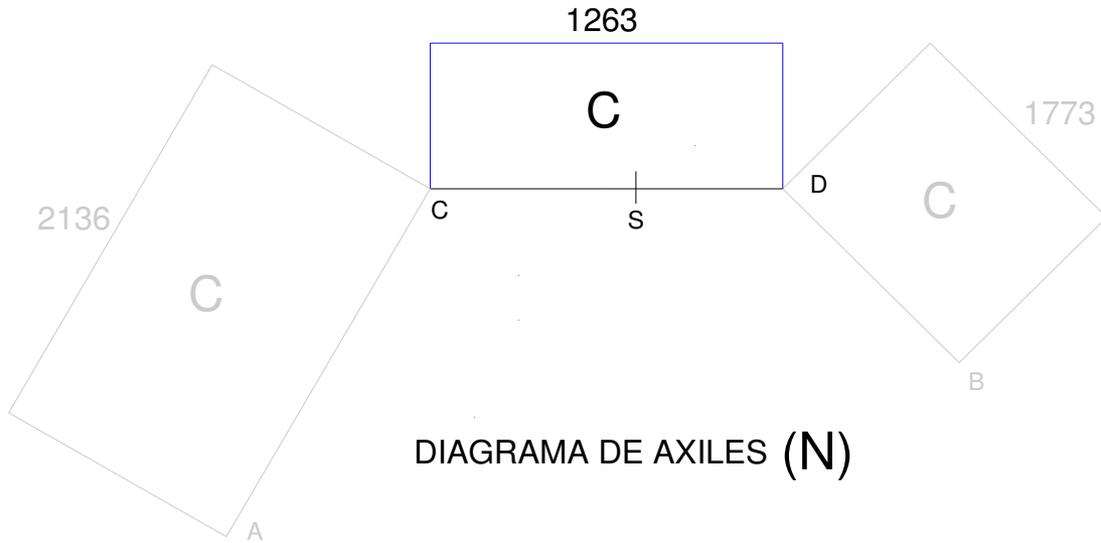


$$f_d \geq \sigma_{\text{máx}} = \frac{N}{A}$$

$$f_d \geq \sigma_{d \text{ EULER}} > \sigma_{\text{máx}}$$

$$\sigma_{d \text{ EULER}} = \frac{f_d}{\omega}$$

$$\lambda = \frac{l_0}{i_{\text{min}}} \quad l_0 = l \times \alpha$$



PNI N°14      $A = 18,2 \text{ cm}^2$   
 $i = 1,40 \text{ cm}$

$$\lambda = \frac{(225 \times 0.8)}{1.40} = 129$$

# COEFICIENTE DE PANDEO W PARA ACERO

BARRAS DE SECCION CONSTANTE

según DIN 1050

acero St 00.12; acero de calidad corriente y St 37.12

unidades

si se trabaja con  $\sigma_k$   $\frac{1}{cm^2}$

$$\lambda = \frac{l_k}{\rho_{\min}}$$

$$A \geq \frac{WF}{\sigma_{ad}}$$

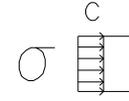
F : k

A :  $cm^2$

$\lambda$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
10	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.02	1.02	1.02
20	1.02	1.03	1.03	1.03	1.03	1.04	1.04	1.04	1.05	1.05
30	1.05	1.06	1.06	1.07	1.07	1.08	1.08	1.09	1.09	1.10
40	1.10	1.11	1.11	1.12	1.13	1.13	1.14	1.15	1.15	1.16
50	1.17	1.18	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25
60	1.26	1.27	1.29	1.30	1.31	1.32	1.34	1.35	1.36	1.38
70	1.39	1.41	1.43	1.44	1.46	1.48	1.50	1.52	1.54	1.56
80	1.59	1.61	1.63	1.66	1.69	1.71	1.74	1.78	1.81	1.84
90	1.88	1.92	1.95	2.00	2.04	2.09	2.14	2.19	2.24	2.30
100	2.36	2.41	2.46	2.51	2.56	2.61	2.66	2.71	2.76	2.81
110	2.86	2.91	2.97	3.02	3.07	3.13	3.18	3.24	3.29	3.35
120	3.40	3.46	3.52	3.58	3.64	3.69	3.75	3.81	3.87	3.93
130	4.00	4.06	4.12	4.18	4.25	4.31	4.37	4.44	4.50	4.57
140	4.63	4.70	4.77	4.83	4.90	4.97	5.04	5.11	5.18	5.25
150	5.32	5.39	5.46	5.53	5.61	5.68	5.75	5.83	5.90	5.98

# DIMENSIONADO DE LA BARRA CD

## Tensiones Normales – Plano de menor inercia



$$f_d \geq \sigma_{\text{máx}} = \frac{N}{A}$$

$$f_d \geq \sigma_{d \text{ EULER}} > \sigma_{\text{máx}}$$

$$\sigma_{d \text{ EULER}} = \frac{f_d}{\omega}$$

$$\lambda = \frac{l_0}{i_{\text{min}}} \quad l_0 = l \times \alpha$$

PNI N°14     $A = 18,2 \text{ cm}^2$   
 $i = 1,40 \text{ cm}$

$$\lambda = \frac{(225 \times 0.8)}{1.40} = 129$$

$$\omega = 3.93$$

$$f_d \geq \frac{1400 \text{ daN/cm}^2}{3.93} > \frac{1263 \text{ daN}}{18.2 \text{ cm}^2}$$

$$f_d \geq 356 \text{ daN/cm}^2 > 69 \text{ daN/cm}^2$$

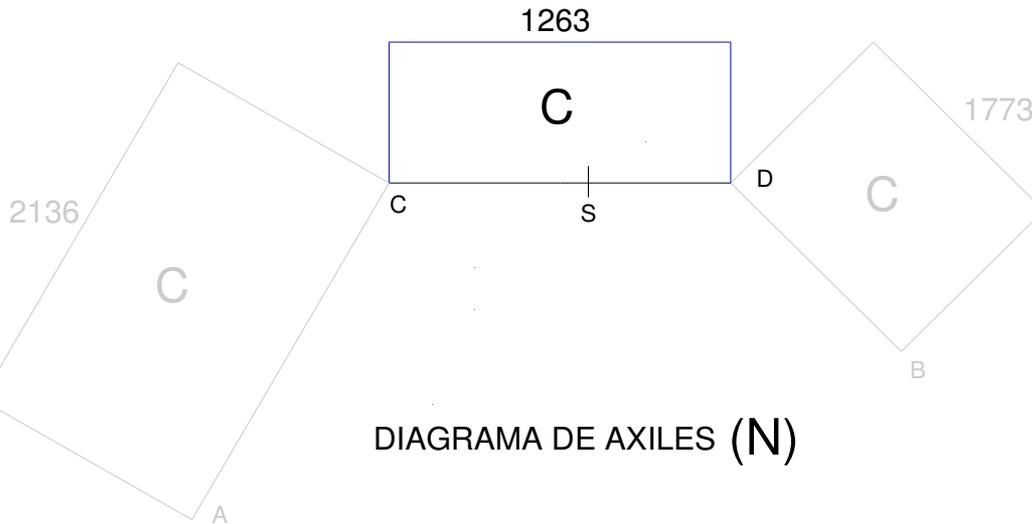


DIAGRAMA DE AXILES (N)

# FLEXIÓN COMPUESTA

## Síntesis de verificaciones

1a- Tensiones Normales en Análisis de Primer Orden:

$$f_d \geq \sigma_{\text{máx}} = \frac{M_{1^\circ\text{orden}}}{W_r} + \frac{N}{A}$$

1b- Tensiones Normales en Análisis de Segundo Orden:

$$f_d \geq \sigma_{\text{máx}} = \frac{M_{2^\circ\text{orden}}}{W_r} + \frac{N}{A}$$

2- Tensiones Rasantes:

Se verifica con los valores de cortantes, análogamente a la flexión simple

3- Deformaciones:

Si bien no se cuantifica en nuestro curso, debe verificarse.

4- Compresión simple en el plano de menor inercia:

Debemos tomar en consideración el modelo en el espacio.