

## Ficha A

TRABAJO REALIZADO  
POR LA CÁTEDRA DE  
ESTABILIDAD DE LAS  
CONSTRUCCIONES I



ESTABILIDAD I

Ficha A

EI

CÁTEDRA DE ESTABILIDAD DE LAS  
CONSTRUCCIONES I

Ing. Julio César Frenández  
Arq. Ricardo Vidart  
Bach. Jesús Arguñarena  
Arq. Silvia Delgado (reg. norte)  
Arq. Laura Moya  
Arq. Ma. Virginia Casañas  
Arq. Juan José Fontana  
Arq. Ángel Gallino (reg. norte)  
Arq. Pablo Laurino  
Arq. Claudio Varela  
Arq. Ma. Virginia Vila

Arq. Jorge Talín  
Bach. Brunetta Osóres

## CONCEPTOS PRIMARIOS ESENCIALES

Este material simplemente recopila dos capítulos del libro "Intuición y razonamiento en el diseño estructural" del arquitecto Daniel Moisset de Espanés, uno de "Resistencia de materiales" de Feodosiev, y algunos materiales breves de la cátedra junto a tablas de uso en el curso, varias de ellas de "Tablas para proyecto de estructuras" del IC.

Los conceptos que en estos materiales se manejan son esenciales. Ellos se trabajarán explícitamente en las tres primeras semanas del curso y nos acompañarán luego durante todo el semestre. El primero de los libros realiza un acercamiento a los temas, con fuerte apoyo en la intuición, el segundo lo hace en forma más teórica y puramente abstracta. El curso transita entre los dos lenguajes y consideramos que estos capítulos resultará un buen material de estudio.

En la selección y ordenamiento de los materiales, por veces, intencionalmente, se retoma un concepto que se ha manejado antes. Naturalmente, entonces, hay una superposición de temas, a veces con diferencias de lenguaje, aunque el orden en que se recopila intenta organizar medianamente los contenidos.

Esencialmente, esperamos que este material, resulte un incentivo para tomar contacto con los libros mencionados.

### A- INTUICIÓN Y RAZONAMIENTO

Daniel Moisset de Espanés

#### \* CAP. II

- \* EL EQUILIBRIO
- \* LOS VÍNCULOS

#### \* CAP. III

- \* LA SOLICITACIÓN
- \* LA RESISTENCIA

### B- RESISTENCIA DE MATERIALES

Feodosiev

#### \* CAP. I

##### \* INTRODUCCIÓN

- \* 1. Problemas y métodos de la resistencia de materiales.
- \* 2. Sistema real y esquema de cálculo.
- \* 3. Fuerzas exteriores e interiores.
- \* 4. Tensiones.
- \* 5. Desplazamientos y deformaciones.
- \* 6. Ley de Hooke y principio de superposición de las fuerzas.

### C- DIVERSOS MATERIALES DEL IC

- \* Dos definiciones: Estructura, y equilibrio estable (Cátedra)
- \* Equilibrio estable (Cátedra)
- \* Vínculos para análisis en el plano (Cátedra)
- \* Isostaticidad – Hiperestaticidad (Cátedra)

- \* Tensiones (Cátedra)
- \* Modelo del material (Cátedra)
- \* El uso de modelos en el proceso de diseño estructural en Arquitectura (Cátedra – Arq. R. Vidart)
- \* Posición del Centro de Gravedad y Áreas (IC)
- \* Momentos de Inercia y Módulos resistentes (IC)
- \* Acciones a considerar en el estudio de una estructura (IC)
- \* Peso propio de muros de mampostería (IC)
- \* Peso propio de entresijos y cubiertas (IC)
- \* Norma para Cargas a utilizar en el proyecto de edificios - UNIT 33-91 -
- \* Acción del viento sobre construcciones (Cátedra – Noma UNIT 50 – 84)

### **BIBLIOGRAFÍA:**

- \* INTUICIÓN Y RAZONAMIENTO - *DANIEL MOISSET DE ESPANÉS*
- \* RESISTENCIA DE MATERIALES - *FEODOSIEV*
- \* ESTRUCTURAS - *F. ENGELS*
- \* FORMAS ESTRUCTURALES EN LA ARQUITECTURA - *SIEGEL*
- \* RAZÓN DE SER DE LOS TIPOS ESTRUCTURALES - *TORROJA*
- \* ESTRUCTURAS PARA ARQUITECTOS - *SALVADORI HELLER*
- \* CÁLCULO DE ESTRUCTURAS DE ACERO - *V. CUDÓS*
- \* Norma UNIT 50 - 84
- \* FICHAS DE LA CÁTEDRA

# A- INTUICIÓN Y RAZONAMIENTO

Cap. II

- EL EQUILIBRIO
- LOS VÍNCULOS

Texto extraído de: *INTUICIÓN Y RAZONAMIENTO*, Cáp. II, de Daniel Moisset de  
Espanés.

Hay muchas partes de una construcción que se diseñan para permitir su propio movimiento como puertas, ventanas, etc. Otras, no sólo se mueven, sino que producen movimientos de personas y cosas, como ascensores, escaleras mecánicas, ventiladores, bombas, etc.

Sin embargo, lo que llamamos estructura resistente está destinado a permanecer siempre en una situación de reposo que decimos de equilibrio estático.

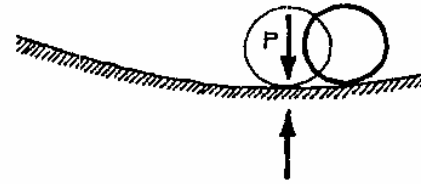
En física se habla de tres tipos de equilibrio: estable, indiferente e inestable. Se lo representa por la situación de una esfera sobre distintas superficies, fig. 2.1.

En el equilibrio estable una pequeña alteración de las fuerzas con respecto a la situación original, produce sólo un pequeño corrimiento y al finalizar la alteración, se vuelve a la posición original. Ese proceso puede repetirse tantas veces como se quiera.

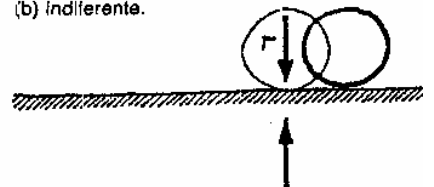
En el equilibrio indiferente una alteración, por breve que sea, produce un corrimiento que no se recupera, quedando en una posición final distinta de la inicial.

En el equilibrio inestable, cualquier pequeñísima alteración destruye el equilibrio siendo imposible su recuperación, al menos dentro del entorno considerado.

Figura 2.1. Distintos tipos de equilibrio, Esquema teórico.  
(a) estable.



(b) indiferente.



(c) inestable.

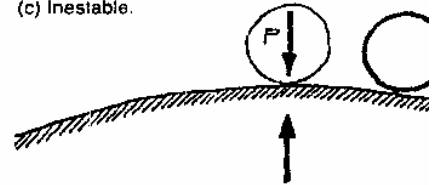


Figura 2.2. Distintos tipos de equilibrio.  
Ejemplos prácticos.  
(a) estable.

Un pórtico como el de la fig. 2.2.a es un sistema estable porque admite cualquier conjunto de cargas en el plano y siempre logrará el equilibrio. El mismo pórtico, colocado en una pista de hielo como lo muestra la fig. 2.2.b, estará en equilibrio sólo con cargas verticales; cualquier componente horizontal produce un corrimiento, pero al desaparecer vuelve a otra posición de equilibrio; es una situación de equilibrio indiferente. En cambio la construcción de la fig. 2.2.c es un típico caso de equilibrio inestable. Una vez que comienza la transformación geométrica no hay manera de detenerla.

Es difícil que en la práctica del diseño estructural se presenten problemas con el equilibrio indiferente. Pero sí hay que ser muy cuidadoso con la inestabilidad del equilibrio y asegurarse que siempre lo propuesto se encuentre en situación de equilibrio estable.

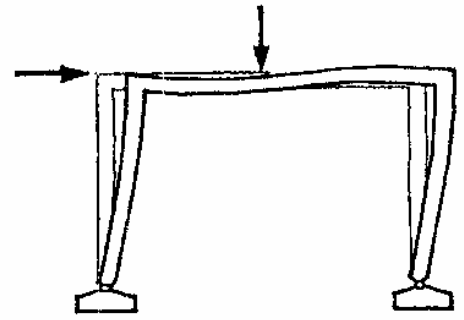
En realidad, los cuerpos construídos son entidades tridimensionales y los movimientos que hay que impedir se dan en el espacio.

Cualquier corrimiento puede ser descompuesto según tres direcciones del espacio. X, Y, Z.

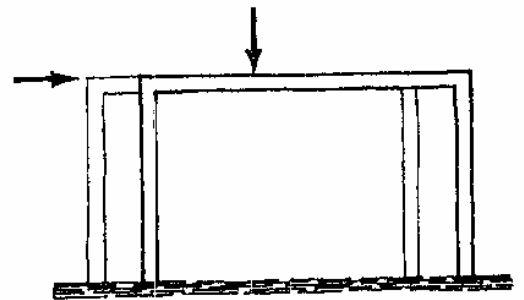
Se puede asegurar que no hay ningún corrimiento si, y sólo si, no lo hay en ninguna de las tres direcciones de referencia.

Igualmente, cualquier giro en el espacio puede descomponerse en tres giros según los planos XY, XZ e YZ.

Para asegurar el total equilibrio será necesario y suficiente lograr que no se produzca ninguno de los seis movimientos anteriores. Esto explica por qué muchas veces se habla de los seis grados de libertad, o seis posibi-



(b) indiferente.



(c) inestable.

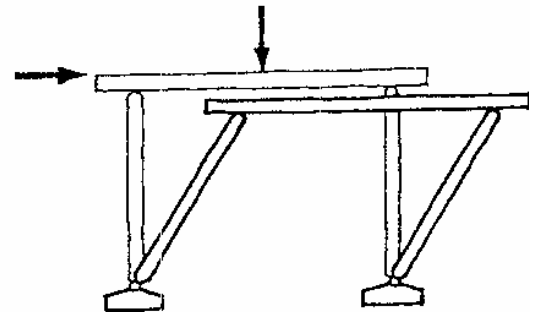
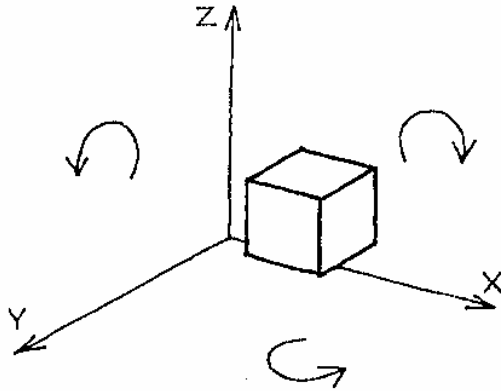


Figura 2.3. Las seis posibles componentes de movimiento de un cuerpo en el espacio.



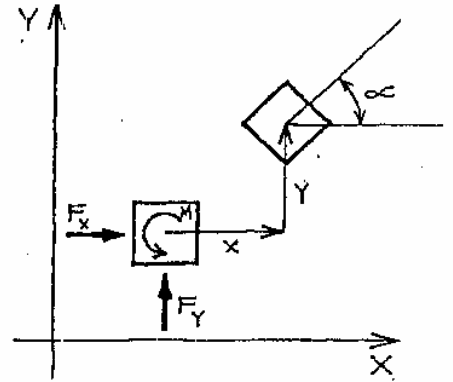
lidades de movimiento de un cuerpo en el espacio.

Sin embargo, por razones de simplicidad, casi siempre se prefiere descomponer cualquier acción espacial y estudiarla paso a paso, por sus proyecciones sobre cada uno de los tres planos de referencia XY, XZ, YZ.

Esto se justifica especialmente cuando los elementos constitutivos de la estructura tales como muros, losas, pórticos, arcos, etc., son aproximadamente planos. Estos elementos constructivamente planos deben además tener todas las fuerzas actuantes también en el mismo plano. De esta manera, la estática se dedica al estudio del equilibrio de sistemas planos, pero no debe olvidarse que el conjunto es siempre espacial.

Dentro de cada plano, por ejemplo el X-Y, las posibilidades de movimiento son sola-

Figura 2.4. Las tres posibles componentes del movimiento en un plano.



mente tres, dos de traslación y una de rotación.

Para asegurar el equilibrio debe lograrse que las tres componentes del movimiento sean cero.

Como los corrimientos son producidos por fuerzas y los giros por momentos, deberá asegurarse que todos sean nulos y esto se expresa de la siguiente manera:

$\Sigma X = 0$  (suma de proyecciones de fuerzas sobre el eje x).

$\Sigma Y = 0$  (suma de proyecciones de fuerzas sobre el eje y).

$\Sigma M = 0$  (suma de momentos).

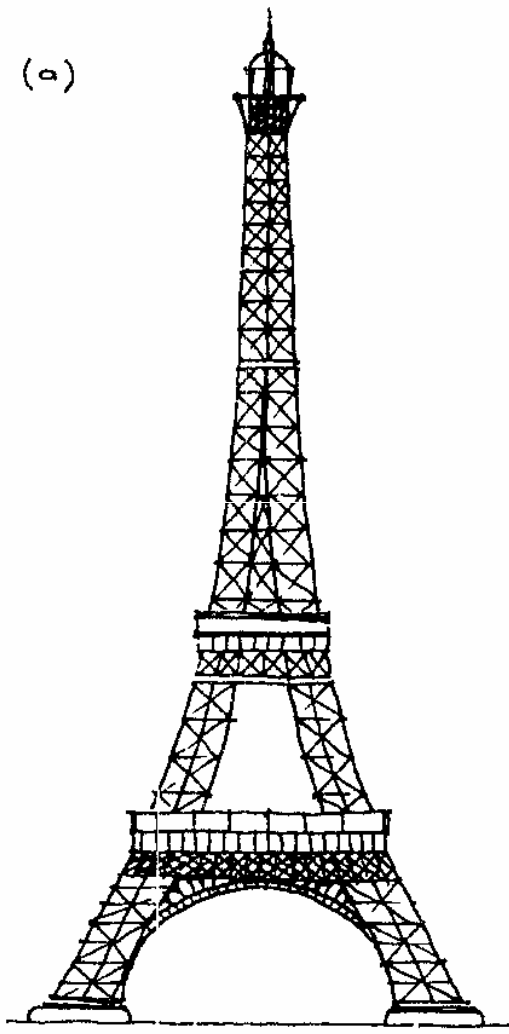
Estas son las tres ecuaciones fundamentales de la estática y son la base de todo razonamiento que haga al equilibrio plano.



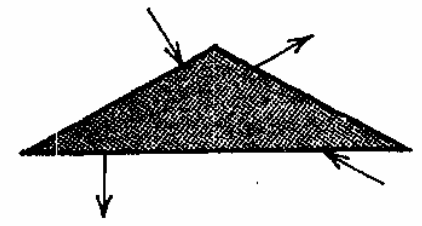
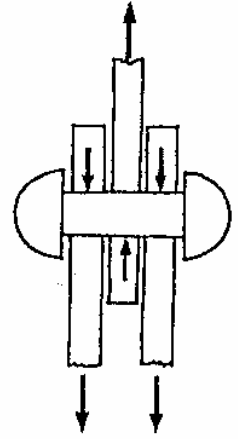
Figura 2.5. El equilibrio se debe cumplir en el conjunto y en todas las partes.

Figura 2.6. Equilibrio de un cuerpo aislado.

(a)



(b)



Por ejemplo, en la torre Eiffel, se verificará el equilibrio desde el conjunto, fig. 2.5.a, hasta el último remache, fig. 2.5.b.

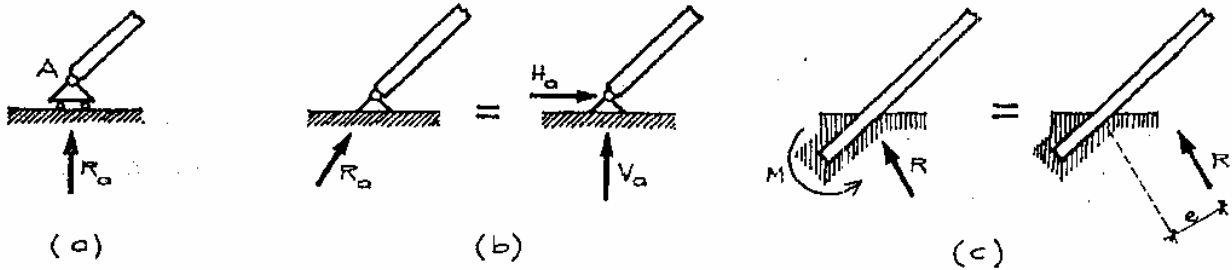
A pesar de la contradicción preferimos seguir hablando del equilibrio de cuerpos en el plano; muchos autores hablan de chapas reduciendo la tercera dimensión perpendicular al plano considerado.

En el caso de cuerpos aislados o libres, fig. 2.6, el equilibrio es una cuestión de las fuerzas actuantes, que obviamente deben cumplir las tres condiciones fundamentales.

Pero si cambia una sola de las fuerzas permaneciendo las otras constantes, se rompe la situación de equilibrio. Los elementos estructurales no son nunca cuerpos libres sino que están vinculados a otros elementos estructurales, y así sucesivamente hasta llegar al terreno de fundación. Así nace la idea de vínculo, o apoyo, como elemento capaz de impedir determinado movimiento del cuerpo.

Hay que tener en cuenta que en cualquier estructura, de la más simple a la más compleja, el equilibrio debe cumplirse para el conjunto y para todas y cada una de las partes.

Figura 2.7. Los distintos tipos de vínculos se diferencian por su capacidad de reaccionar e impedir movimientos.



A partir de este instante se deben distinguir dos tipos de fuerzas, las acciones y las reacciones de apoyo. Las acciones dependen de factores externos a la estructura; atracción de la gravedad, viento, usuarios, equipos, etc. Los vínculos deben ser tales que permitan que, para cualquier combinación de acciones, aparezcan reacciones de apoyo que logren el equilibrio.

Los vínculos se caracterizan por la, o las, restricciones que imponen al movimiento.

Los vínculos clásicos son los de la fig. 2.7. El primero, articulación móvil, impide solamente movimientos perpendiculares al plano de apoyo y para lograr el equilibrio la reacción sólo podrá tener esa dirección y pasar por el punto A. Cualquier componente paralela al plano de apoyo produciría un corrimiento. Cualquier excentricidad con respecto al punto A produciría un giro.

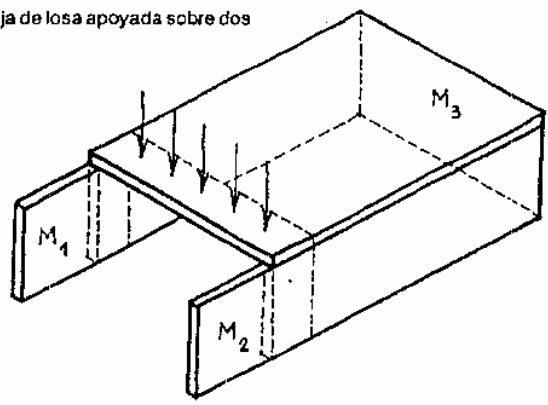
El de la fig. 2.7.b representa una articulación fija. Para impedir los movimientos en cualquier dirección, el apoyo debe ser capaz de

reaccionar también en cualquier dirección.  $R_a$  podrá tener entonces componentes en las dos direcciones de referencia. Lo que no puede tener es excentricidad, ya que si la hubiera se produciría un giro con respecto al punto A.

El apoyo de la fig. 2.7.c es un empotramiento e impide cualquier movimiento y giro. La reacción puede tener cualquier dirección y además aparecerá un momento reactivo, o lo que es lo mismo, la reacción será excéntrica con respecto al punto A.

Estos vínculos son abstracciones representativas de la realidad, pero no la realidad misma. Es imposible construir un apoyo deslizante como el de la fig. 2.7.a en el que no haya frotamiento según el plano de apoyo de los rodillos. Lo que ocurre es que cuando una de las restricciones al movimiento es muy débil y la consiguiente reacción muy pequeña, simplificamos nuestro esquema y admitimos que no hay restricción y que la reacción es nula.

Figura 2.8. Faja de losa apoyada sobre dos muros.



Veamos algunos casos concretos. Consideremos una de las fajas de la losa que cubre la construcción de la fig. 2.8. La representación plana de la faja de losa y de los muros  $M_1$  y  $M_2$  se ve en la fig. 2.9. Como no hay continuidad, ni empotramiento de los muros en la losa ni en los cimientos esos vínculos pueden considerarse articulaciones y se llega al esquema estático de la fig. 2.10.

Este mecanismo así representado es inestable. Cualquier fuerza  $H$  produciría una transformación geométrica imposible de detener.

Sin embargo la losa misma está impedida de moverse horizontalmente por la restricción del muro  $M_3$ . Esta restricción debe aparecer como un apoyo adicional según se ve en la fig. 2.11.

Si se estudia entonces la losa se la representa simbólicamente como en la fig. 2.12, con un apoyo móvil y uno fijo.

Como no hay ninguna razón especial para que el apoyo fijo sea el de la derecha, o al revés, se podría usar la simbología de la fig. 2.13, algo más analítica pero también más insólita.

Figura 2.9. Los muros sólo pueden reaccionar verticalmente.

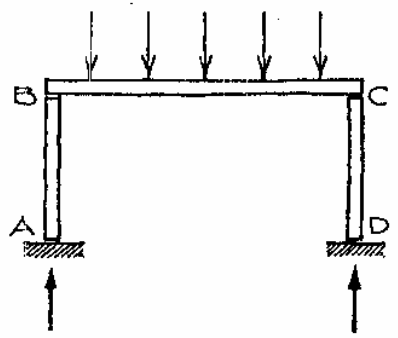


Figura 2.10. El sistema visto aisladamente en ese plano vertical resulta inestable.

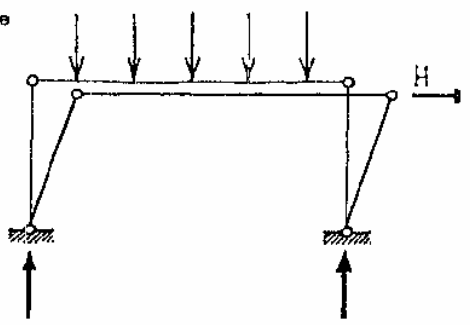


Figura 2.11. La losa y el muro  $M_3$  impiden el movimiento horizontal y completan la estabilidad del sistema.

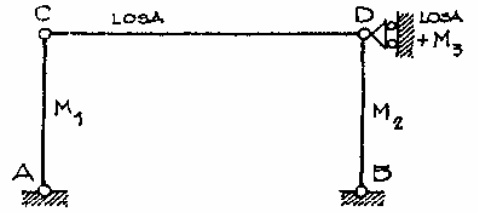


Figura 2.12. Representación simbólica de los vínculos.



Figura 2.14. La fuerza H necesita reaccionar en  $M_1$  y  $M_2$  para evitar rotaciones, además de en  $M_3$  para evitar traslaciones.

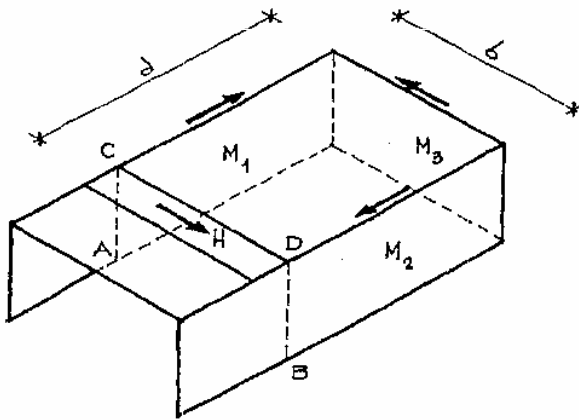
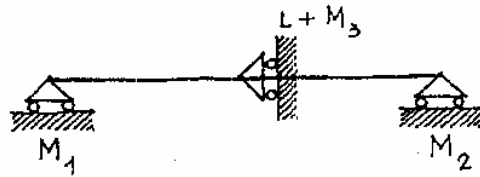


Figura 2.15. Representación simbólica plana de un fenómeno tridimensional.



Figura 2.13. Otra representación de los vínculos.



En realidad, para equilibrar la fuerza H sobre la losa, no basta la reacción de  $M_3$ , ya que como tienen un brazo d, no hay equilibrio de momentos. Faltan reacciones en  $M_1$  y  $M_2$  que generen un momento equilibrante. De este modo el esquema definitivo sería el de la fig. 2.14.

Lo importante es que el equilibrio del plano vertical ABCD que contiene al eje de la faja de losa en estudio no puede hacerse en forma aislada. Son fundamentales para evitar movimientos horizontales el plano de la losa y los planos  $M_1$ ,  $M_2$  y  $M_3$ , fig. 2.15.

Las representaciones planas son muy útiles, pero no debe olvidarse nunca que el equilibrio es realmente espacial y que ciertos efectos sobre un determinado plano provienen de la acción conjunta de otros planos a él conectados.

Volviendo a las figs. 2.8, 2.9 y 2.10, se ve que allí se hizo la hipótesis que un muro vertical es absolutamente incapaz de equilibrar fuerzas no verticales. Esto no es estrictamente cierto. Cualquier muro tiene un cierto espesor y aunque no sea capaz de resistir ningún esfuerzo de tracción, no comenzará el vuelco del muro mientras la resultante de las cargas todavía pase por dentro de la sección.

Figura 2.16. La capacidad de resistir fuerzas horizontales es proporcional al espesor de los muros.

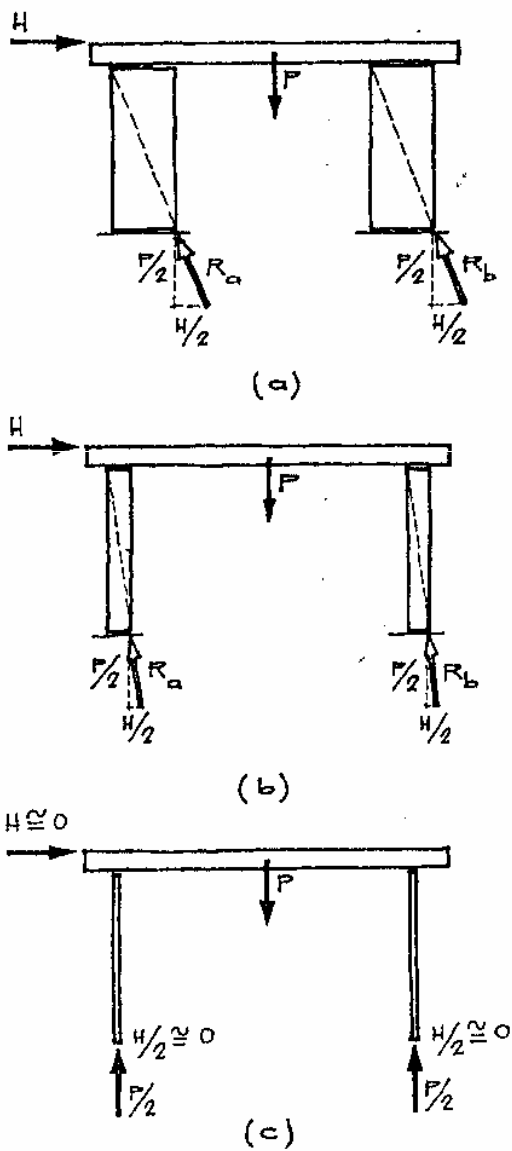
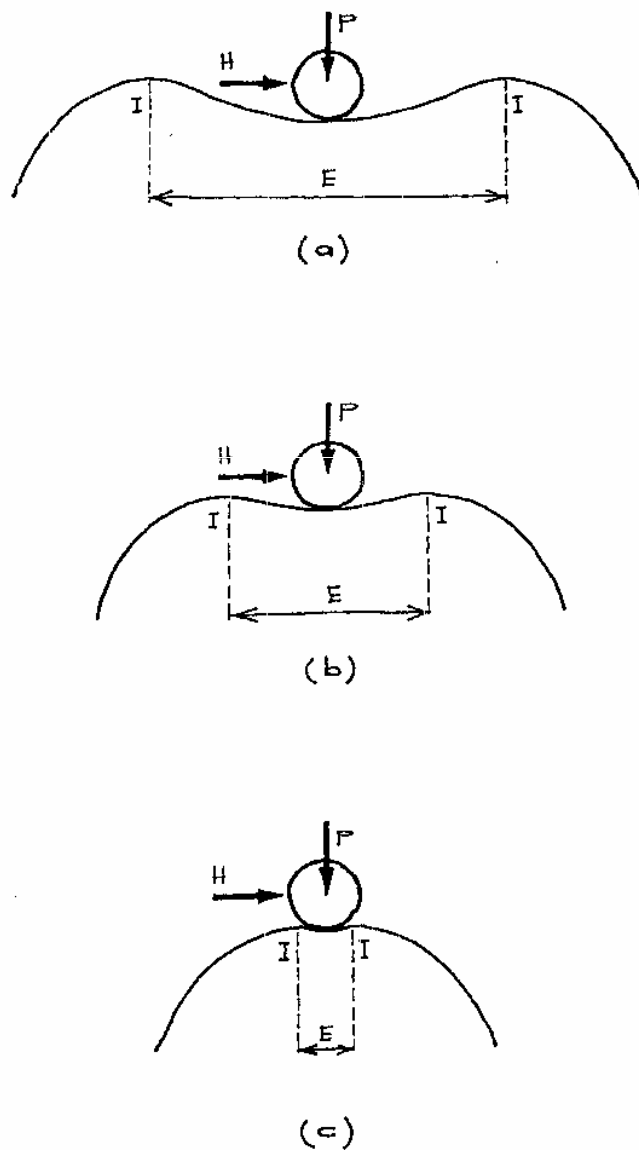


Figura 2.17. Representación simbólica del equilibrio estable dentro de un entorno variable.



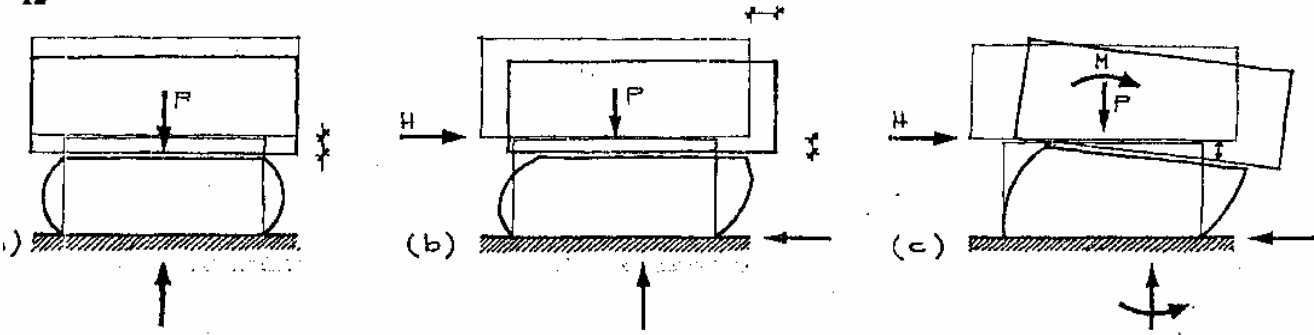


Figura 2.18. Deformación de un bloque de neopreno utilizado como apoyo.

Si los muros son de gran espesor, en relación a la altura, serán capaces de resistir fuerzas horizontales importantes, como en la fig. 2.16.a. A medida que aumenta su esbeltez, figs. 2.16.b y c, su capacidad de generar reacciones perpendiculares a su plano irá disminuyendo y tenderá a cero. La proporción de los muros de la construcción actual se acercan más a los de la fig. 2.16.c, y por eso pueden considerarse como apoyos móviles. En esos casos hay que diseñar el mecanismo que provea la restricción faltante.

Se ve entonces que el equilibrio puede ser estable dentro de ciertos límites y pasar luego a ser inestable.

Las situaciones de la fig. 2.16 podrían representarse con las analogías de la fig. 2.17.

El sector E representa el entorno dentro del cual puede moverse la esfera estando en equilibrio estable.

La cúspide de la curva, I, representa la situación límite de equilibrio inestable y fuera del sector E, el equilibrio es imposible.

En estos casos, la estabilidad del equilibrio no es absoluta, sino relativa. Deberá verificarse que el sector E de la fig. 2.17 sea

suficientemente amplio. O bien, en la fig. 2.16, que las fuerzas reactivas equilibrantes,  $H/2 + H/2$ , superen suficientemente a la máxima acción horizontal desequilibrante que se prevea. La relación entre los efectos equilibrantes y los desequilibrantes se denomina seguridad del equilibrio, y sobre ellos ampliamos en el capítulo dedicado a la seguridad.

Durante el siglo XIX, cuando se aplicaron por primera vez en gran escala los conocimientos de la Estática y la Resistencia de Materiales, se construyeron importantes obras en las que se procuró lograr de la manera más perfecta posible los distintos tipos de vínculos.

De este modo se podía aplicar con tranquilidad las hipótesis de giros o corrimientos libres.

En la actualidad se utilizan ciertas disposiciones constructivas más simples y que resultan suficientemente aproximadas. Por ejemplo, las placas de neopreno, combinadas con chapas metálicas.

Un bloque de neopreno, por su relativamente bajo módulo de elasticidad, es capaz de deformarse como se ve en la fig. 2.18.

Figura 2.19. Placas de neopreno con chapas metálicas. Se impide el acortamiento y se permite el corrimiento.

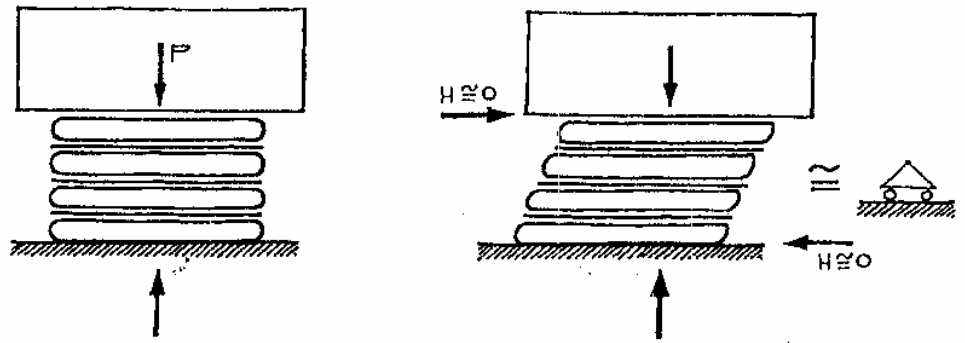
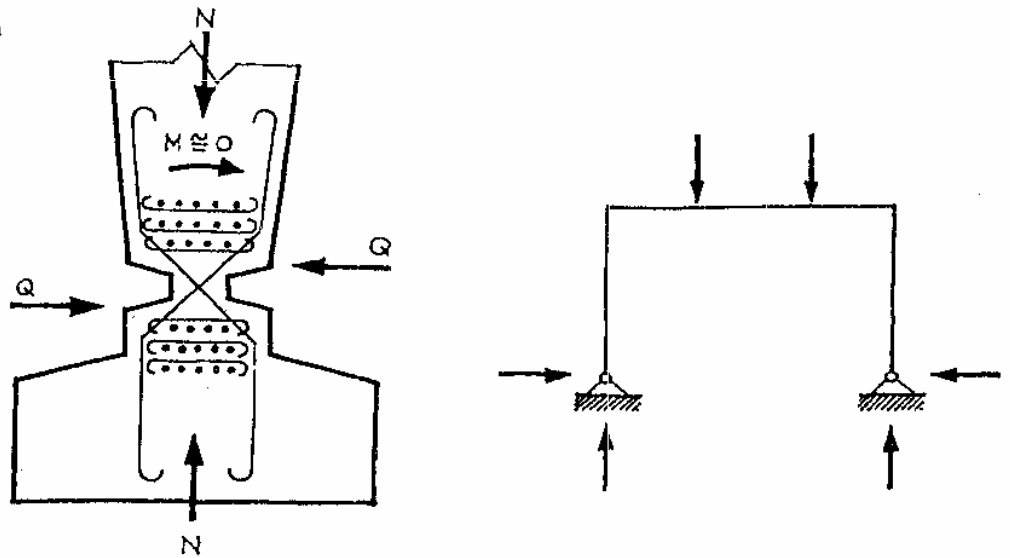


Figura 2.20. Detalle de articulación plástica en hormigón armado.



El descenso de la sección de apoyo es considerable por el efecto de expansión lateral que sufre el bloque de neopreno. Para disminuir la expansión se puede colocar un refuerzo horizontal intercalando placas de neopreno y chapas metálicas, fig. 2.19. Así se evita el asentamiento sin impedir la deformación lateral.

En otros casos se recurre a placas de teflón sobre chapas de acero inoxidable pulido, con un coeficiente de fricción muy bajo, que permiten un fácil deslizamiento.

En las estructuras de hormigón armado se recurren a otras soluciones, fig. 2.20. Una reducción importante de la sección hace que,

Figura 2.21. Materialización de distintos tipos de vínculos y su representación.

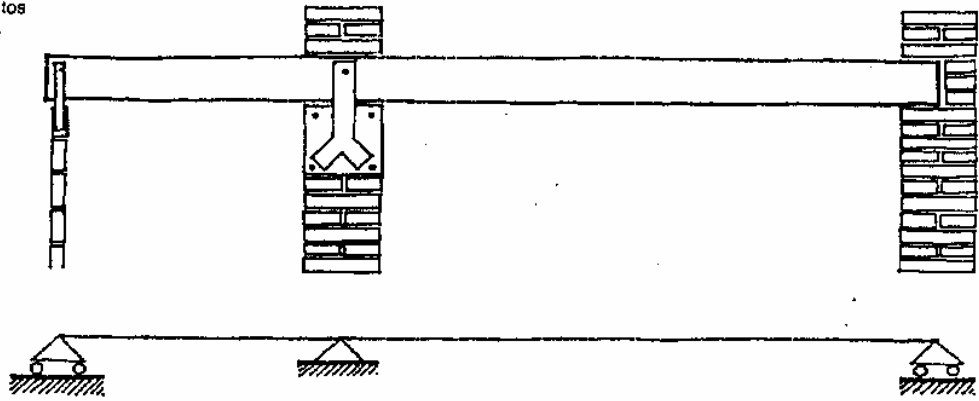
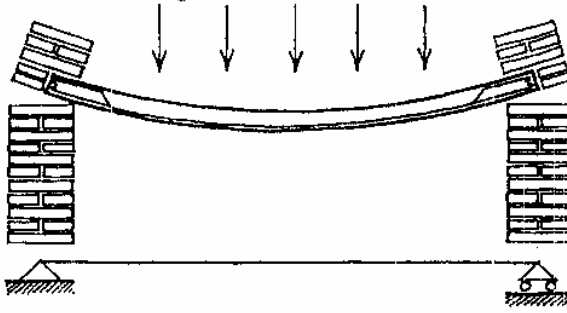


Figura 2.22. Vinculación entre losa de hormigón y mampostería.



bajo un momento relativamente pequeño, se plastifique y pueda girar un ángulo del mismo orden de magnitud que el giro de una articulación perfecta. La sección remanente y la armadura especial de esa zona, deberán ser tales que impidan los movimientos tangenciales y axiales, es decir que resistan el esfuerzo de corte y el normal.

Los apoyos directos de vigas de madera o metálicas sobre muros de mampostería suelen considerarse como articulaciones.

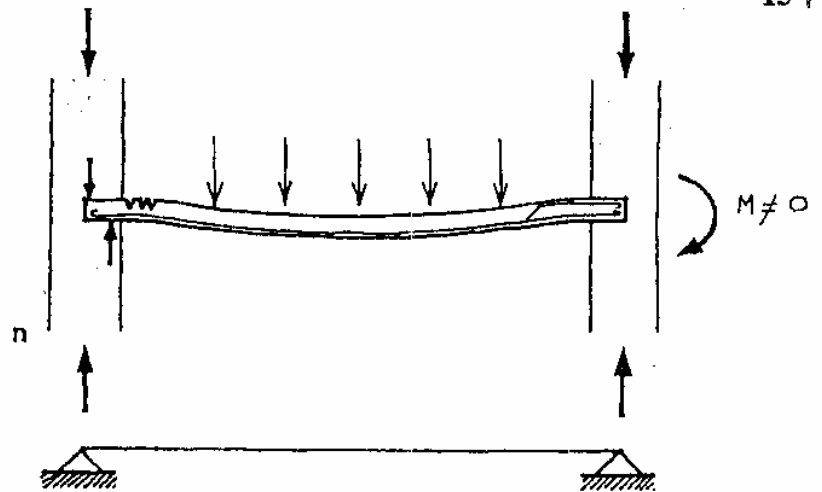
Si el detalle constructivo y el muro mismo impiden los corrimientos horizontales, será prácticamente una articulación fija, como el apoyo central de la fig. 2.21.

Si falta el anclaje, o si por la esbeltez del muro no es posible impedir el movimiento horizontal de la viga, se considera una articulación móvil.

Las losas de hormigón armado también se consideran con posibilidad de giro en su apoyo sobre la mampostería. Son las articulaciones de la fig. 2.22.



Figura 2.23. Los muros de gran espesor producen algún empotramiento y hace falta armadura superior para evitar grietas.



Cuando la entrega de la losa dentro del muro es importante y más aún si el muro está cargado superiormente, la posibilidad de giro se ve limitada. Los momentos de apoyo no son nulos, tienden a producirse grietas en la cara superior de la losa, como se ve en el apoyo izquierdo de la fig. 2.23. Para evitarlas se recurre a disposiciones constructivas como la del apoyo derecho. Sin embargo, el empotramiento sigue siendo débil y para el comportamiento general se prefiere la hipótesis del apoyo articulado.

Lo mismo ocurre en el apoyo de losa sobre la viga de hormigón armado, como se ve en la fig. 2.24. Es muy difícil que la viga tenga suficiente rigidez torsional como para impedir el giro extremo de la losa.

En síntesis, los apoyos son los elementos constructivos capaces de generar fuerzas reactivas tales que, actuando sobre la estructura a través de los vínculos, se oponen a las fuerzas activas, logrando de ese modo el equilibrio. Acciones y reacciones son todas

Figura 2.24. Las vigas de poca rigidez torsional representan débiles empotramientos y se los desprecia.

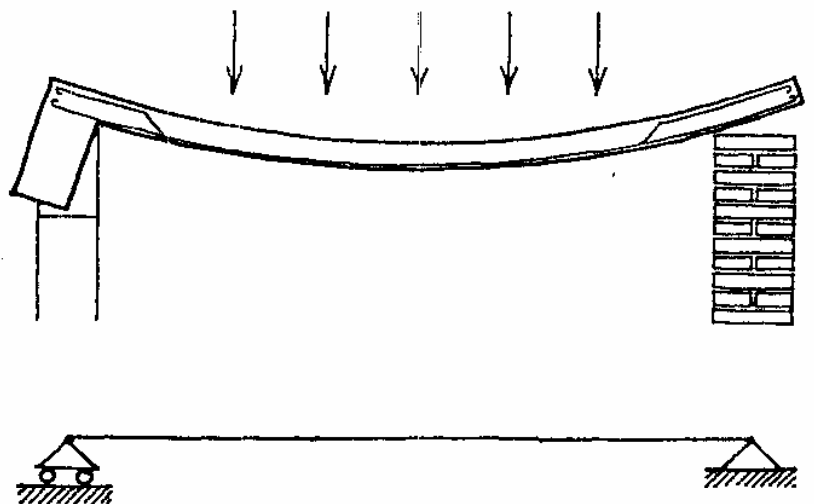


Figura 2.25. (a) La resultante de  $R_a$  y  $R_b$  es  $P'$ . (b) La de  $P$  y  $R_b$  es  $R'_a$ .

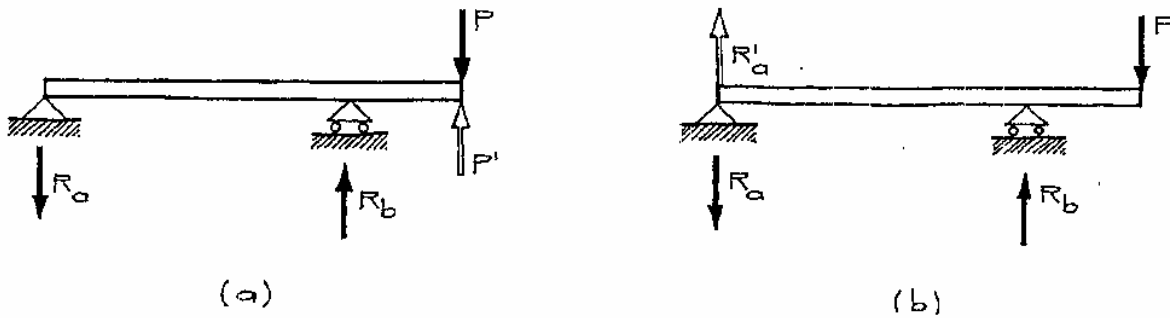
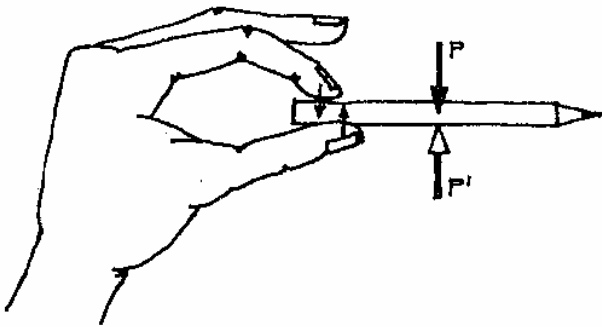


Figura 2.26. La resultante de todas las fuerzas que ejerce la mano sobre el lápiz no puede ser otra que  $P'$ , para que haya equilibrio.



fuerzas exteriores al cuerpo, y para que haya equilibrio la resultante de las acciones y la resultante de las reacciones deben ser dos fuerzas de igual intensidad pero de sentidos contrarios, para que no haya corrimientos, y además tener la misma recta de acción, para que no haya giros.

La experiencia docente indica que esta idea, muy fácil de entender en abstracto, no resulta de tan fácil transferencia cuando se trata de aplicarla a estructuras aún bastante simples.

Si se pregunta cuál es la resultante de  $R_a$  y  $R_b$ , fig. 2.25, no se debiera demorar un instante en darse cuenta que es  $P'$ , igual y opuesta a la carga  $P$ . Del mismo modo la resultante de  $P$  y  $R_b$  será  $R'_a$ , fig. 2.25.b.

Si se pide a alguien que con los ojos cerrados sostenga un lápiz, y se le pregunta qué fuerza está haciendo con la mano, difícilmente se da cuenta que es  $P'$ . Aun con los ojos abiertos, la respuesta correcta no es intuitiva, fig. 2.26.

En la fig. 2.27 tenemos un pesado semáforo sostenido por un poste muy liviano empotrado en el suelo, debajo de la vereda. La resultante de las fuerzas reactivas que se desarrollan en el apoyo A no tiene otra posibilidad que ser  $P'$ . Esto puede dejar perplejo al caminante que pasa debajo del semáforo y no siente nada, fig. 2.28.

Lo que ocurre es que el poste, además de tender a hundirse en el suelo, tiende a girar, fig. 2.29, y aparecen fuerzas reactivas del suelo.  $H_s$  en la parte superior,  $H_i$  en la parte inferior.

La resultante de  $V$  y  $H_i$  es una fuerza inclinada  $F$ . La resultante de  $F$  y  $H_s$  es  $P'$  y está aplicada en la intersección de  $F$  y  $H_s$ .

Otra forma de representar la reacción de apoyo es la fuerza  $V_a$  pasando por A y un momento  $M = P \cdot d$ . Este momento es imprescindible para impedir el giro que trata de impulsar el par de fuerzas de  $P$  y  $V_a$  separadas con un brazo  $d$ .

Hay muchas formas de sostener el mismo semáforo. En todas ellas la resultante de las reacciones es siempre  $P'$ , de igual intensidad, de sentido contrario, y con la misma recta de acción que  $P$ , figs. 2.31, 2.32, 2.33.

Las situaciones de equilibrio de las estructuras son entonces aquellas en las que el conjunto de fuerzas actuantes no produce ningún movimiento de traslación, ni de rotación.

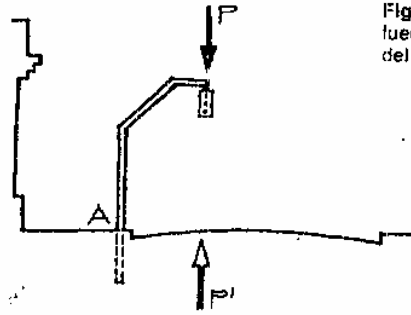


Figura 2.27. La resultante de todas las fuerzas reactivas del terreno sobre la base del poste tiene que ser  $P'$ .

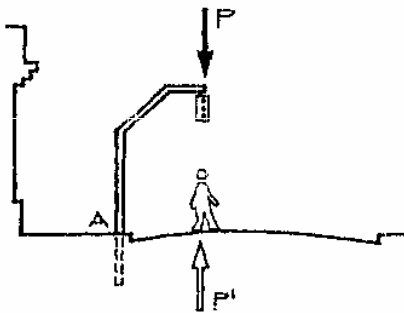


Figura 2.28. El caminante no siente nada... mientras no falle la base.

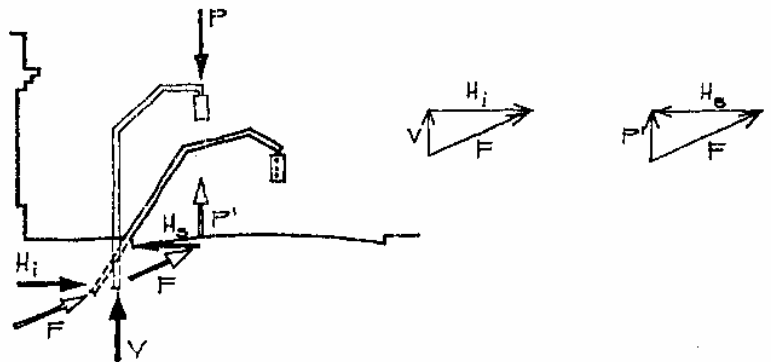


Figura 2.29. Las reacciones  $H_s$ ,  $H_i$  y  $V$  dan como resultante  $P'$ .

Figura 2.30. Otras formas equivalentes de representar las reacciones.

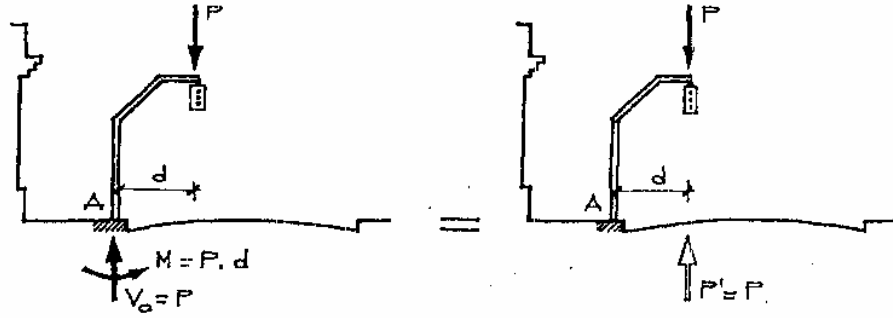


Figura 2.31. Las reacciones de los cables generan P'.

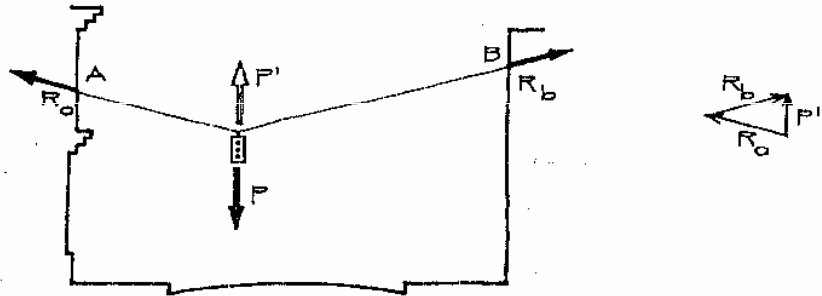


Figura 2.32. Las reacciones de la viga generan P'.

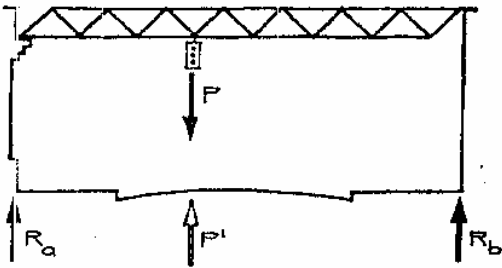


Figura 2.33. Las reacciones V. y M equivalen a P'.

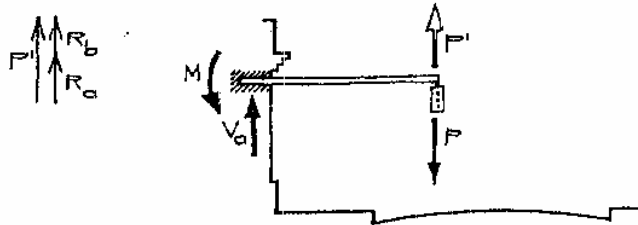


Figura 2.34. Las ecuaciones de equilibrio son suficientes para determinar las reacciones de apoyo en esta estructura isostática.

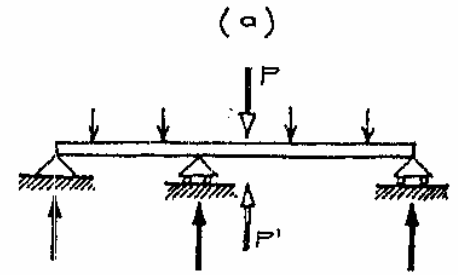
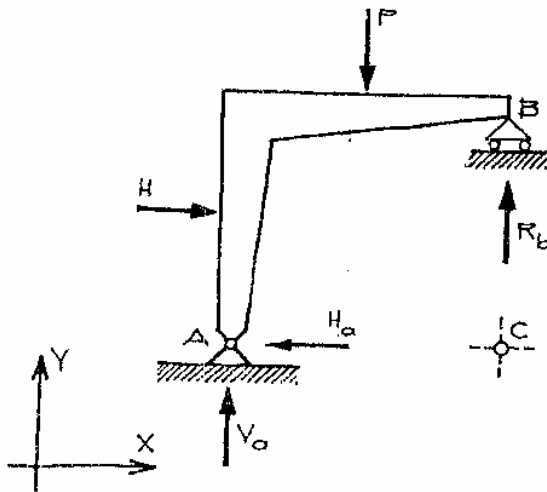


Figura 2.35. La viga continua (a) es hiperestática y aunque pierda una restricción en (b), (c) y (d), sigue permitiendo el equilibrio.

De todas las fuerzas, el conjunto de las acciones se determina en primer lugar por medio del llamado análisis de cargas. Fijados los vínculos y sus posibles reacciones en función de los movimientos que impiden, se establecen relaciones entre las fuerzas a través de las ecuaciones fundamentales del equilibrio:

$$\begin{aligned} \sum X &= 0 \\ \sum Y &= 0 \\ \sum M &= 0 \end{aligned}$$

efigiendo las que presenten menos trabajo para su solución.

En la fig. 2.34 se ve que la ecuación de equilibrio de momentos con respecto al punto A permite determinar  $R_b$  fácilmente por ser la única incógnita de la misma.

$\sum M_a = 0$  permite determinar  $V_a$ .

$\sum X = 0$  permite determinar  $H_a$ .

Este es un típico caso de una estructura isostática. Las restricciones al movimiento impuestas por los apoyos son justamente las imprescindibles; si faltara alguna, el sistema dejaría de estar en equilibrio, al menos en equilibrio estable. Pero hay casos en que los vínculos son más que los estrictamente necesarios, por ejemplo vigas continuas, emparrillados, pórticos, arcos, etc.

La viga continua de la fig. 2.35.a tiene cuatro restricciones al movimiento, cuando son solamente tres las imprescindibles. Podría suprimirse cualquiera de las restricciones verticales y el sistema sigue siendo estable, figs. 2.35.b y d. La restricción horizontal del pri-

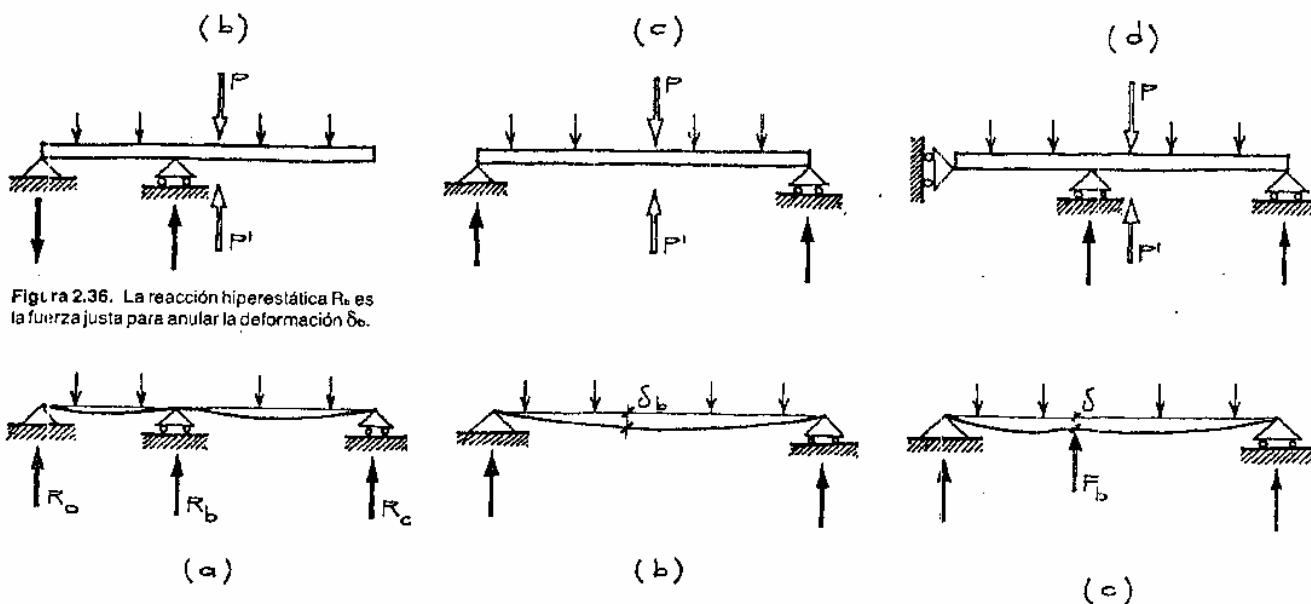


Figura 2.36. La reacción hiperestática  $R_b$  es la fuerza justa para anular la deformación  $\delta_b$ .

mer apoyo no puede eliminarse porque pasaría a ser inestable; no habría equilibrio si la carga tiene alguna componente horizontal. Esta es una estructura hiperestática.

Por supuesto que las reacciones de apoyo son distintas en todos los casos y la deformación de la estructura también.

En las situaciones isostáticas no habíamos mencionado la deformación de la estructura porque no tenía influencia en el equilibrio. Por eso también puede admitirse, en primera instancia, la existencia de los hipotéticos cuerpos rígidos que manejan los textos de estática.

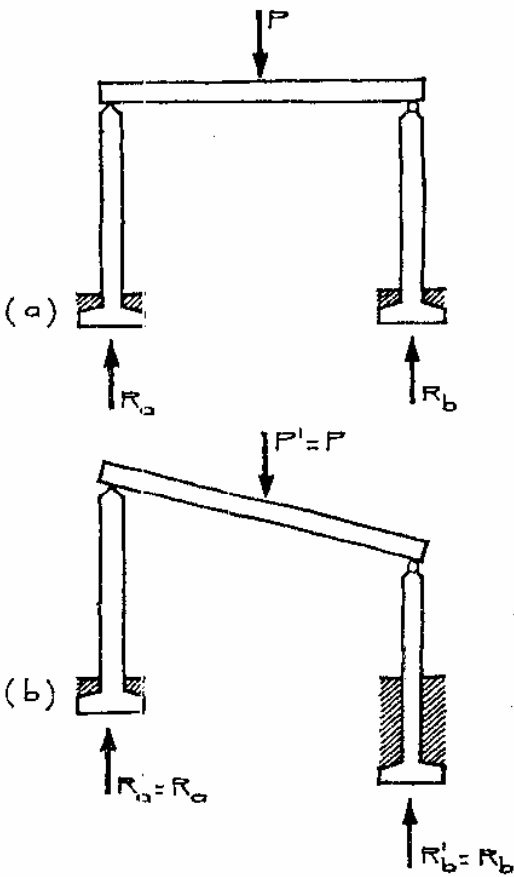
En las estructuras hiperestáticas es imprescindible tener en cuenta la deformación del cuerpo. Aparecen condiciones de deformación que sumadas a las tres condiciones de

equilibrio estático en el plano, brindan las ecuaciones necesarias y suficientes para determinar la totalidad de las reacciones.

En la fig. 2.36 vemos la deformación correspondiente a la viga de la fig. 2.35.a. Si se quitara el apoyo central, o sea si  $R_b = 0$ , la deformación sería la de la fig. 2.36.b.

Si en lugar del apoyo B se aplicara una fuerza creciente  $F_b$  dirigida hacia arriba, fig. 2.36.c, se produciría una flecha  $\delta$  menor que  $\delta_b$ . En el instante en que  $\delta$  llegue a ser igual a cero se habrá vuelto al caso real de la fig. 2.36.a. y  $F_b$  será la reacción hiperestática  $R_b$ . Dicho de otra manera:  $R_b$  es la fuerza que produce una flecha  $-\delta_b$  a la viga de la fig. 2.36.b. Esta es la condición de deformación que sumada a las condiciones de equilibrio permite resolver el problema.

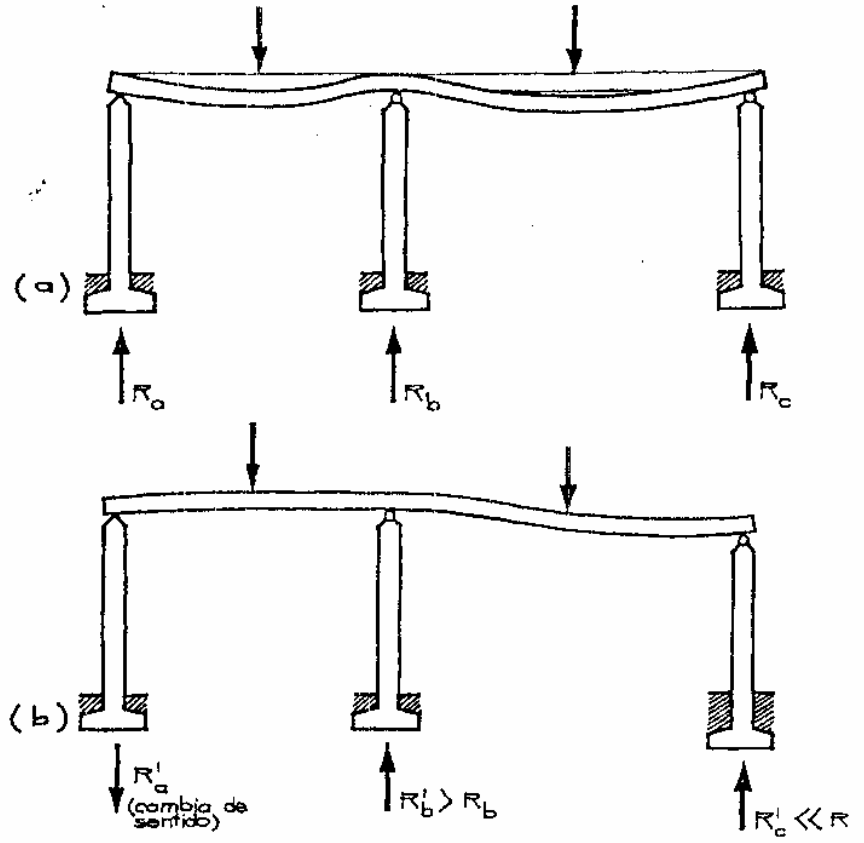
Figura 2.37. En las estructuras isostáticas el descenso de un apoyo no modifica las reacciones ni las solicitaciones.



Las estructuras isostáticas, por tener una única posibilidad de equilibrio, son de más fácil comprensión y resolución. Tienen también la característica de que los movimientos de los apoyos, que siempre se producen por deformación del suelo, no afectan a las reacciones, fig. 2.37.

En cambio, en una estructura hiperestática, el descenso de un apoyo puede producir cam-

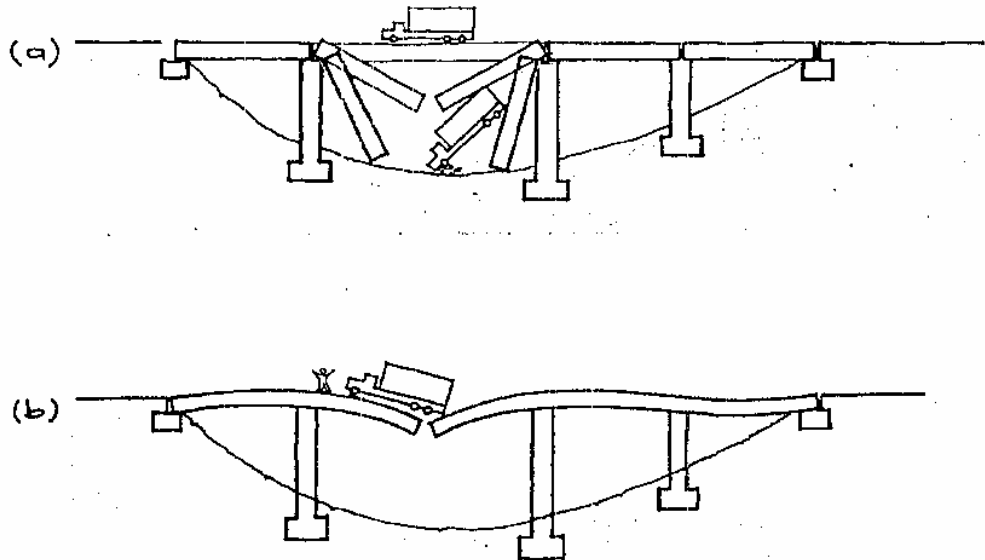
Figura 2.38. En una viga continua (hiperestática) un descenso de apoyo cambia las reacciones y solicitaciones.



bios sustanciales en las reacciones y en consecuencia en la deformación y estado tensional de la totalidad de la estructura. En la fig. 2.38 se ve una viga continua en la que se supone un descenso del apoyo C. Esto implica una disminución de  $R_c$ ; podría anularse también.

Cuando los movimientos de los apoyos pueden llegar a ser importantes y de difícil esti-

Figura 2.39. La estructura hiperestática (b) posee mecanismos alternativos que impiden, o al menos retardan, el colapso.



mación, las estructuras isostáticas son más predecibles en su comportamiento final.

Sin embargo, la capacidad que tienen los sistemas hiperestáticos de lograr diferentes mecanismos de equilibrio para idénticas cargas, les permite adaptarse a ciertos fallos locales y subsistir en condiciones extremas.

La rotura de una sección de una viga simplemente apoyada (isostática) separa a la estructura en dos sectores sin posibilidad de equilibrio, fig. 2.39.a. El resto de las vigas del puente ni se enteran del desastre.

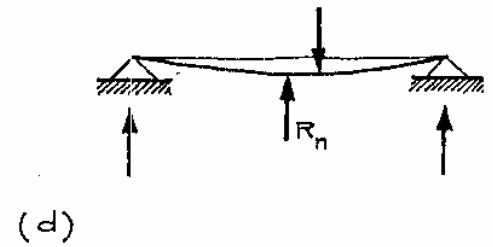
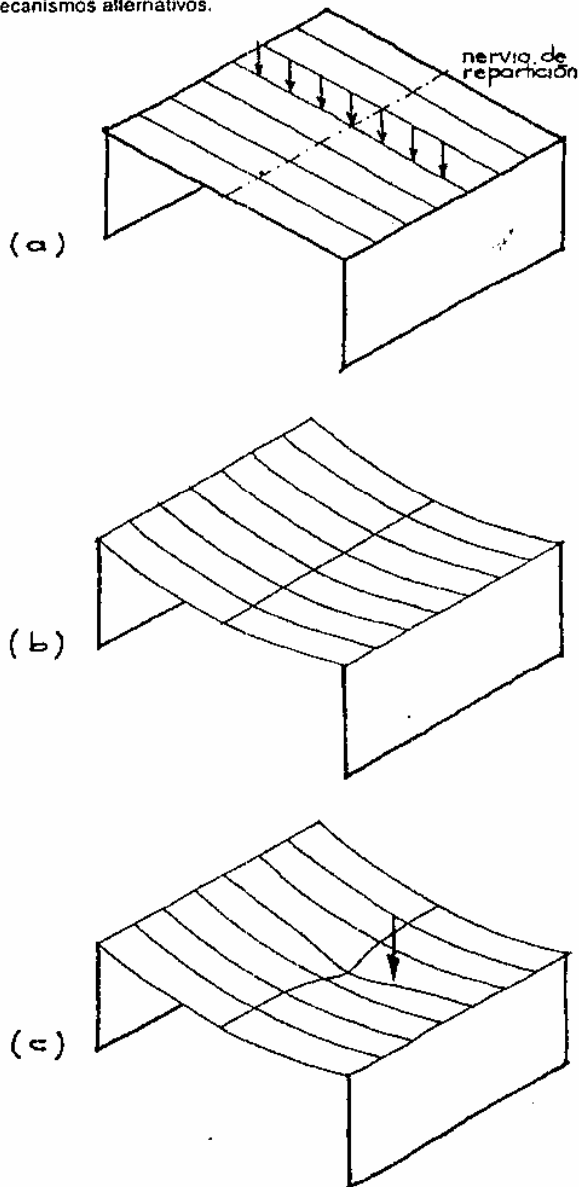
La rotura de un tramo de viga continua (hiperestática) fig. 2.39.b. divide a la estructura

en dos vigas con sendos voladizos que están en condiciones de lograr el equilibrio de la carga. Los tramos vecinos resultan también sobrecargados de una manera inusual, pero han evitado el desastre.

La buena práctica constructiva acostumbra dar cierto grado de hiperestaticidad aún en las construcciones isostáticas, para evitar colapsos en casos extremos. La existencia de mayor cantidad de restricciones que aquellas estrictamente indispensables permite la aparición de mecanismos resistentes alternativos.



Figura 2.40. También en las estructuras isostáticas como esta losa, es recomendable disponer de mecanismos alternativos.



Una losa armada con viguetas paralelas y apoyada sobre dos muros es un sistema isostático, fig. 2.40.a. Cada vigueta es en sí misma isostática. Si todas ellas están igualmente construidas y cargadas la deformación del conjunto es cilíndrica y el nervio de repartición permanece indeformado e inactivo, fig. 2.40.b.

Pero si una de ellas sufre una deficiencia constructiva, o recibe una sobrecarga excepcional, se deformará mucho más que las otras, fig. 2.40.c. El nervio de repartición actuará como un apoyo adicional, deformable, pero apoyo al fin y al cabo, fig. 2.40.d. La vigueta en cuestión se verá beneficiada. Por supuesto que las viguetas vecinas se verán sobrecargadas y la reacción del nervio  $R_n$  será para ellas una carga adicional.

La posibilidad de distribuir entre varias viguetas el efecto de la carga concentrada, o el error constructivo, evita daños locales y beneficia a la estructura en general.

Es muy frecuente que en toda estructura existan algunos mecanismos redundantes que resultan útiles aunque no imprescindibles. Si su efecto es secundario con respecto al mecanismo principal se suele prescindir de ellos durante el análisis, sólo por simplicidad.

Las estructuras arquitectónicas son cuerpos en el espacio y el equilibrio es siempre un hecho tridimensional.

Por simplicidad, suele analizarse el equilibrio en una sucesión de planos, que en síntesis reconstituyen el espacio.

El equilibrio del cuerpo depende exclusivamente del conjunto de fuerzas exteriores que sobre él actúe, independientemente de la forma, el tamaño o el material constitutivo del cuerpo.

En el plano hay posibilidad de traslación en cualquier dirección y de giro.

Para que no haya traslaciones es condición necesaria y suficiente que la resultante del conjunto de fuerzas sea nula. Analíticamente esto se puede representar por medio de dos ecuaciones de proyección de fuerzas:

$$\Sigma X = 0$$

$$\Sigma Y = 0$$

Gráficamente, resultante nula es lo mismo que polígono de fuerzas cerrado.

Para que no haya giros es necesario que el momento de la resultante con respecto a cualquier punto del plano sea nulo. Analíticamente sería:

$$\Sigma M = 0$$

Cuando la cantidad y tipo de vínculos son tales que brindan las restricciones estrictamente indispensables para lograr el equilibrio estable del cuerpo, se dice que es una estructura isostática. Las condiciones de equilibrio son suficientes para determinar las reacciones de apoyo a partir de las cargas, o acciones.

Cuando hay vínculos superabundantes, se dice que es una estructura hiperestática. Las reacciones dependen de la deformación de la estructura (véase el capítulo de Rigidez).

El equilibrio es la más elemental de las necesidades de una estructura. Si el equilibrio no es posible, no tiene sentido continuar con los temas de los capítulos siguientes.

# A- INTUICIÓN Y RAZONAMIENTO

Cap. III

- LA SOLICITACIÓN
- LA RESISTENCIA

Ahora hemos hablado de las fuerzas exteriores, acciones y reacciones, que actúan sobre la estructura. Para que la construcción se quede quieta es necesario que el conjunto de fuerzas cumpla las condiciones de equilibrio. Pero el solo equilibrio no es suficiente. La barra de la fig. 3.1.a. cumple con las condiciones necesarias para asegurar el equilibrio estable. Pero la experiencia nos muestra que para cualquier dimensión y material de la barra, siempre es posible hacer crecer la fuerza  $P$ , y sus efectos, hasta que se produzcan cambios sustanciales en la estructura. Si se trata de un material frágil como yeso, hormigón simple, etc., se producirá una fractura como se ve en la fig. 3.1.b. Se fragmentará en dos o más partes y el colapso es total.

Si se trata de un material dúctil como acero o aluminio, fig. 3.1.c, se llegará a una carga límite que producirá deformaciones enormes. Si bien la estructura no se ha roto, o fraccionado en pedazos, semejantes deformaciones la han dejado totalmente inutilizada y fuera de servicio, fig. 3.1.d.

En este caso particular el colapso se ha producido por el efecto que las fuerzas exteriores han tenido sobre la sección de apoyo. En otros casos se podrá producir en cualquier otra sección. En general, el diseñador de estructuras deberá estudiar lo que ocurre en todas las secciones, para asegurar que no se

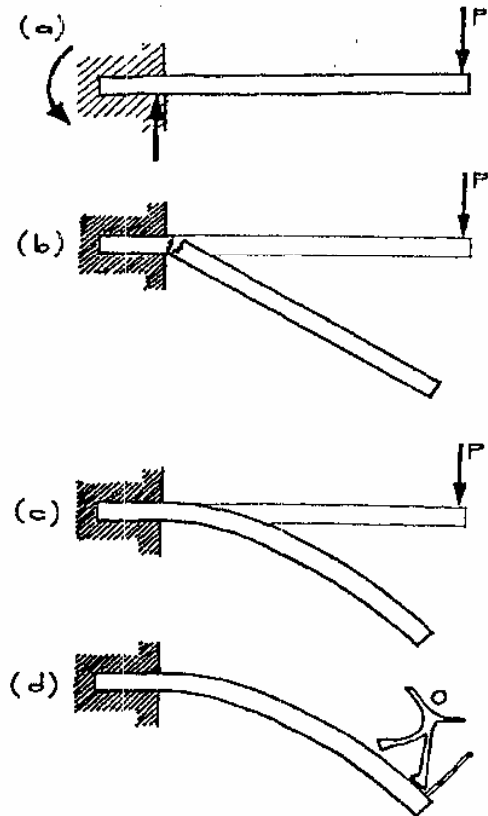


Figura 3.1. No basta con posibilitar el equilibrio. Hay que impedir que la estructura rompa como en (b), o se deforme tanto como en (d).

Figura 3.2. Sección normal s-s'.

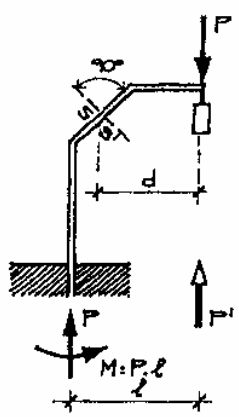


Figura 3.3. Resultante de las fuerzas que están a un costado de la sección.

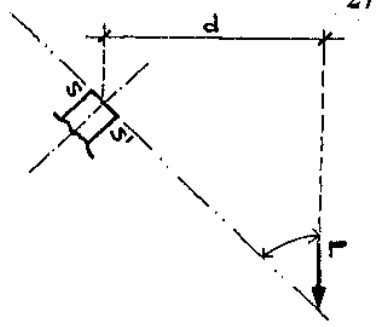
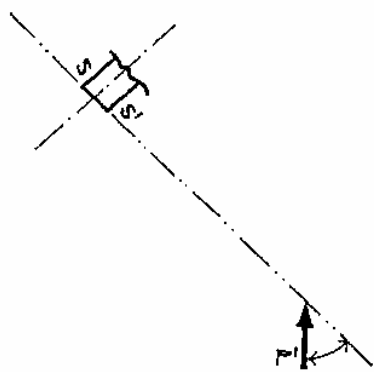


Figura 3.4. Resultante de las fuerzas que están al otro costado.



den situaciones de colapso parcial o total. Las acciones se limitarán a aquellas de probable aparición dentro de la vida útil del edificio. De eso se habla más en detalle en el capítulo de la seguridad.

Veamos entonces cómo puede estudiarse el efecto de las fuerzas exteriores sobre cada sección. Retomemos el ejemplo del poste que sostiene el pesado semáforo. Dejemos de lado el peso propio del poste para simplificar la cuestión.

Consideremos la sección normal s-s', fig. 3.2.

La resultante de todas las fuerzas que están del lado del semáforo y que actúan sobre la sección s-s' es P. Está a una distancia d del centro de la sección y forma con ella un ángulo  $\alpha$ , fig. 3.3.

La resultante de las fuerzas que están del lado de la fundación es P'-P. Está a la misma distancia d y forma el mismo ángulo  $\alpha$ , fig. 3.3.

Figura 3.5. Rebanada de espesor elemental dx.

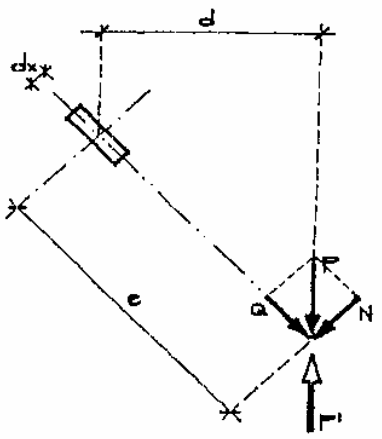


Figura 3.6. Solicitación o conjunto de esfuerzos que actúan sobre las caras de la rebanada.

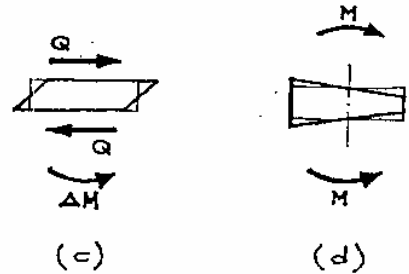
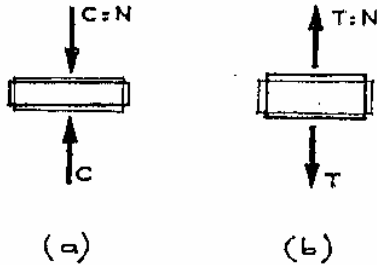
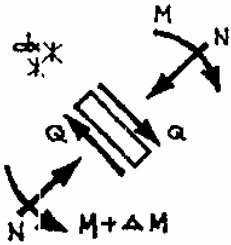


Figura 3.7. Deformaciones producidas por cada uno de los esfuerzos.

Esta resultante es la que deforma y puede llegar a romper el material y se denomina sollicitación. Su efecto depende de la intensidad de la fuerza P, de su dirección  $\alpha$  con respecto a la sección, de su sentido (si se acerca o aleja de la sección) y de su distancia d al centro de la sección.

Para ver el efecto de la sollicitación sobre el material de la estructura es necesario materializar la sección s-s' dándole un espesor mínimo dx, o infinitesimal si se quiere, fig. 3.5.

Para simplificar el efecto complejo de la fuerza P sobre la rebanada, se prefiere descomponer la fuerza resultante P en sus proyecciones normal N, y tangencial Q. Más aún, fig. 3.6. se acostumbra trasladar la fuerza N al centro de la sección agregando el momento.

$$M = N \cdot e = P \cdot d$$

De este modo la rebanada considerada pasa a ser un cuerpo en equilibrio sometido a fuer-

zas exteriores P y P' iguales y de sentido contrario. O lo que es lo mismo sometido a la sollicitación M, N, Q.

M es el momento flector.

N es el esfuerzo axial o esfuerzo normal.

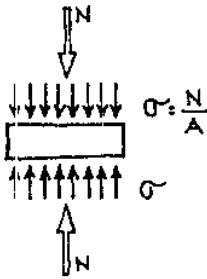
Q es el esfuerzo de corte.

La rebanada sufre un acortamiento cuando el esfuerzo normal es de compresión, fig. 3.7.a, o un alargamiento cuando es de tracción fig. 3.7.b.

El esfuerzo de corte Q, fig. 3.7.c, produce un deslizamiento relativo entre ambas caras y el momento flector M, fig. 3.7.d, produce una rotación entre ellas.

Estas deformaciones existen, pueden observarse y medirse; pueden predecirse cuando se conoce la sollicitación, la sección y el material. Cuando sobrepasan ciertos límites se produce un colapso tal como se vió en la fig. 3.1.

Figura 3.8. Tensiones producidas por un esfuerzo axial.



En realidad, la fuerza exterior  $N$  no está concentrada en el punto central de la sección, sino que se reparte uniformemente en toda el área de la sección. Así se define la tensión  $\sigma$  como cociente entre el esfuerzo y el área de la sección en que actúa, fig. 3.8.

Los ensayos a tracción y compresión de distintos materiales establecen las relaciones entre tensiones y deformaciones de los mismos.

En el caso del acero dulce, fig. 3.9, se puede definir la tensión de fluencia y las grandes deformaciones que le corresponden.

En el caso del hormigón, fig. 3.10 existe también una relación muy directa entre la tensión y la deformación última.

A veces, como en el corte y la flexión, el esfuerzo no se distribuye uniformemente en toda el área. Las tensiones serán variables para cada elemento del área, fig. 3.11.

Sigue valiendo la definición anterior pero como límite del cociente entre la fuerza y el área, cuando esta tiende a cero.

Las tensiones no tienen existencia real, ni pueden medirse. Son un concepto abstracto que permitió el nacimiento y desarrollo de

Figura 3.9. Relación entre tensiones y deformaciones en el acero.

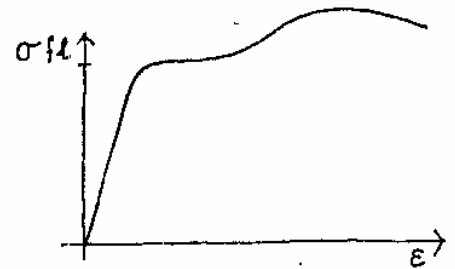


Figura 3.10. Relación entre tensiones y deformaciones en el hormigón.

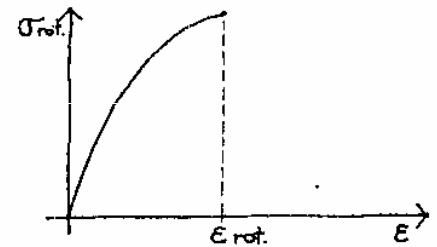
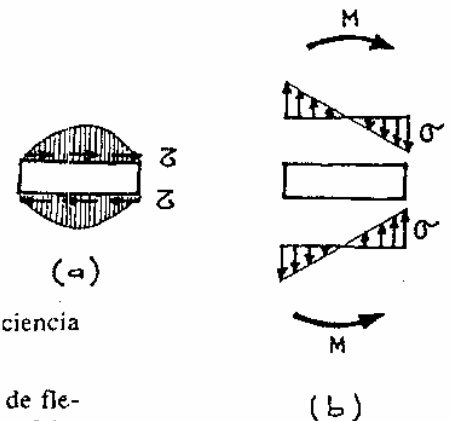


Figura 3.11. Distribución no uniforme de tensiones producidas por corte (a) y flexión (b).



la Resistencia de Materiales como la ciencia que hoy conocemos.

Galileo fue un pionero con su teoría de flexión enunciada en 1638, pero hicieron falta doscientos años y los aportes de Robert Hooke, Jacobo Bernouilli, Mariotte y Coulomb hasta llegar a Navier que generalizó la teoría de flexión que hoy todavía utilizamos.

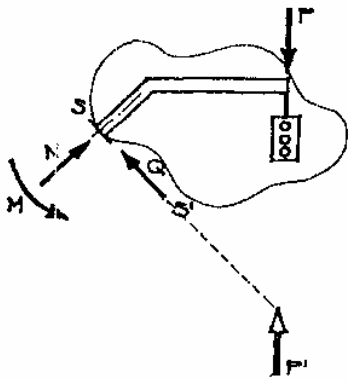


Figura 3.12. Equilibrio entre fuerzas externas y fuerzas internas. Tensiones que se producen.

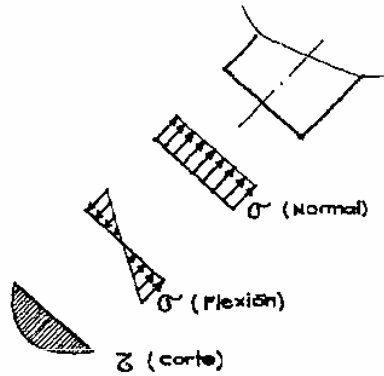
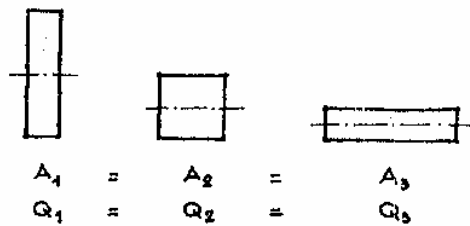


Figura 3.13. Los rectángulos de igual área tienen la misma resistencia al corte.



El concepto de tensión tiene la ventaja de permitir considerar fuerzas internas desarrolladas en toda la extensión de una sección, tales que equilibran a las fuerzas externas.

Es posible imaginar el equilibrio del cuerpo cortado por s-s' y aislado del resto, fig. 3.12, reemplazando a todas las fuerzas del sector eliminado, por la sollicitación M, N, Q, y

luego reemplazar M, N, Q por las fuerzas internas que producen las respectivas tensiones de flexión, normales y de corte. De este modo se han logrado vincular las fuerzas exteriores con las tensiones y deformaciones, que son los indicadores de la resistencia del material y por ende de la pieza.

La resistencia a compresión está dada por el producto del área por la tensión límite.

$$N = A \cdot \sigma$$

El área es un parámetro geométrico en el que interesa la cantidad total de material, independientemente de la forma que se le dé a la sección.

Para la resistencia al corte hay que tener en cuenta que las tensiones no se reparten uniformemente en toda la sección, fig. 3.11, sino que son máximas en el eje neutro y nulas en los bordes. La tensión media sería:

$$\tau_{med} = \frac{Q}{A}$$

y la máxima

$$\tau_{máx} = \alpha \cdot \frac{Q}{A}$$

El valor de  $\alpha$  depende de la forma de la sección. Para la sección rectangular es  $\frac{3}{2}$  y entonces:

$$Q_{máx} = \frac{2}{3} \cdot A \cdot \tau_{máx}$$

En consecuencia todas las secciones rectangulares de la misma área y el mismo material tienen la misma capacidad de resistencia al corte, fig. 3.13.



Figura 3.14. Secciones doble T con igual resistencia al corte.

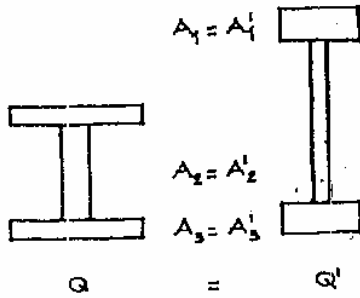


Figura 3.16. Tensiones por flexión en una sección rectangular.

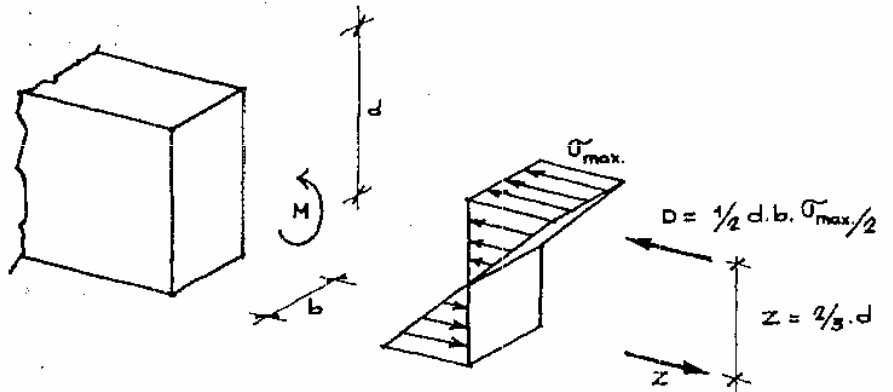


Figura 3.15. Tensiones producidas por la flexión.

En los perfiles doble T, si la sección de cada alma fuera igual a la sección del ala, el coeficiente  $\alpha$ , relación entre tensiones máximas y tensiones medias sería alrededor de 3, y quedaría:

$$Q_{m\acute{a}x} = \frac{1}{3} \cdot A \cdot T_{m\acute{a}x}$$

En la fig. 3.14 se ven diferentes perfiles doble T, donde las variaciones de ancho y altura no se manifiestan en la capacidad resistente al corte, siempre que mantengan áreas parciales y totales iguales.

En la flexión el problema es distinto porque las fuerzas originadas por las tensiones internas deben equilibrar el momento externo. En la magnitud momento intervienen no sólo la intensidad de las fuerzas, sino también el brazo de palanca entre ellas.

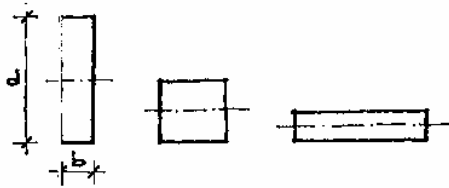
Es fácil demostrar que:

$$M_{m\acute{a}x} = \sigma_{m\acute{a}x} \cdot W$$

siendo  $W$  el cociente entre el momento de inercia de la sección con respecto al eje neutro y la distancia al borde más alejado, fig. 3.15:

$$W = \frac{I_x}{Y_b}$$

Figura 3.17. Secciones de igual área pero de distinta capacidad flexional.



$$A_1 = A_2 = A_3$$

$$d_1 > d_2 > d_3$$

$$M_{1\max} > M_{2\max} > M_{3\max}$$

Como del concepto de momento de inercia ya hablamos en el capítulo referido a rigidez, hagamos ahora referencia al caso particular de la sección rectangular, fig. 3.16.

El equilibrio entre momento externo e interno nos da:

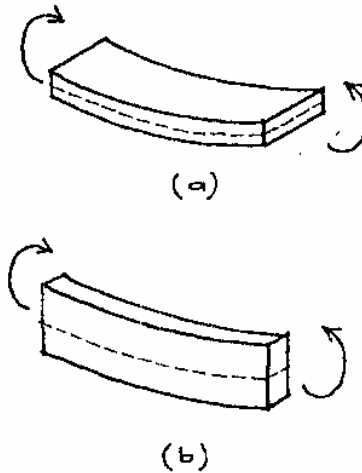
$$M = D \cdot z$$

$$M_{\max} = \frac{1}{6} \cdot b \cdot d^2 \cdot \sigma_{\max}$$

Esto nos indica que en la capacidad resistente a flexión interviene el área ( $b \cdot d$ ), pero interviene multiplicada por la altura ( $d$ ). Quiere decir que de las dos dimensiones del rectángulo es mucho más importante la altura que el ancho.

En la fig. 3.17 se ven varios rectángulos de igual área pero de distinta capacidad resistente a flexión.

Figura 3.18. La misma varilla tiene distinta resistencia a la flexión, según los ejes.

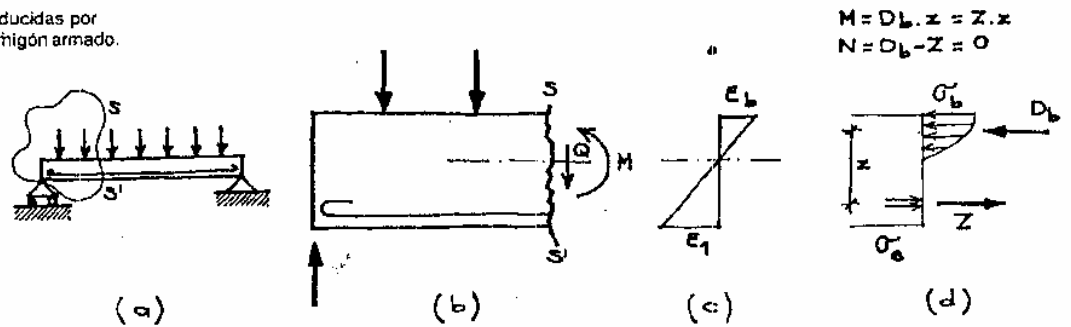


Cualquiera sabe por experiencia que si quiere quebrar una varilla de sección rectangular es mucho más fácil hacerlo en la posición de la fig. 3.18.a y mucho más trabajoso en la posición de la fig. 3.18.b.

Sin embargo, muchos arquitectos parecen olvidar esos principios tan simples en el momento de proyectar sus obras, cuando insisten en reducir cada vez más la altura de sus vigas, y si es posible confundirlas en el espesor de las losas. Ni qué hablar del problema de las deformaciones, como se verá en el capítulo de rigidez.

Hasta ahora nos hemos estado refiriendo a barras de material homogéneo. Sin embargo, el artificio de considerar un trozo del cuerpo cortando por la sección que nos interesa y el planteo del equilibrio entre las fuerzas exteriores e interiores, es también válido para secciones de hormigón armado, o para estructuras reticuladas.

Figura 3.19. Tensiones producidas por flexión en una sección de hormigón armado.



En las secciones de hormigón armado, fig. 3.19.a, se procede igual, aislando un sector del cuerpo, fig. 3.19.b y reemplazando el efecto del resto por la sollicitación  $M$  y  $Q$  (en este caso particular  $N = 0$ ).

Luego se establecen las deformaciones límites del acero  $\epsilon_s$  y del hormigón  $\epsilon_b$ , fig. 3.19.c. Por la relación entre tensiones y deformaciones, figs. 3.9 y 3.10, se pasa a las tensiones  $\sigma$ , fig. 3.19.d, e inmediatamente a las fuerzas internas  $D_b$  y  $Z$ . El equilibrio permite entonces vincular a la sollicitación (fuerzas externas) con las tensiones desarrolladas a lo largo de la sección resistente (material y geometría).

Lo mismo se procede en el caso de flexocompresión, con la única diferencia que  $D_b$  y  $Z$  no son iguales:

$$N = D_b - Z \neq 0$$

Para determinar los esfuerzos axiales en las barras de un reticulado también se recurre a aislar un trozo de la estructura, fig. 3.20.a. En este caso, la sollicitación en cada barra es

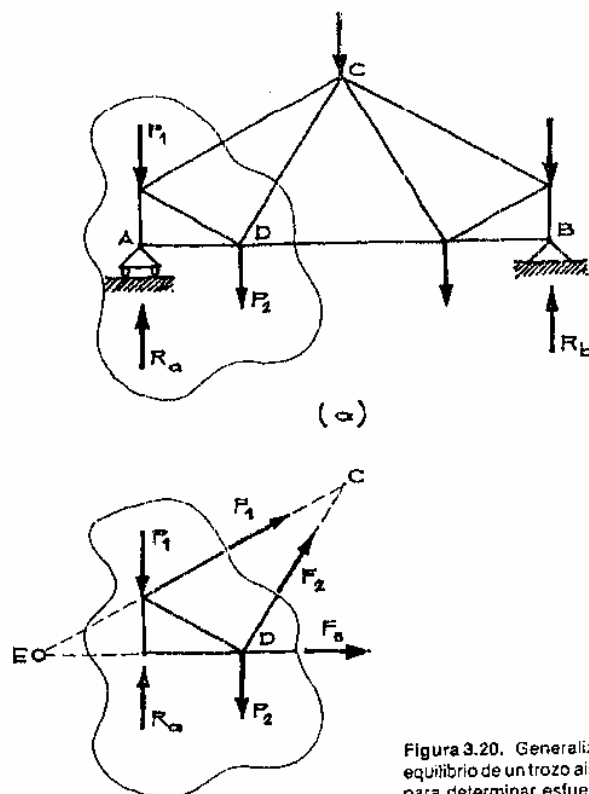


Figura 3.20. Generalización del método del equilibrio de un trozo aislado de la estructura para determinar esfuerzos internos.

exclusivamente un esfuerzo axial,  $M = 0$ ,  $Q = 0$ , y se representa por las fuerzas exteriores  $F_1$ ,  $F_2$  y  $F_3$ , fig. 3.20.b. Las fuerzas  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $R_1$ ,  $F_1$ ,  $F_2$  y  $F_3$ , son todas exteriores al cuerpo así aislado y están en equilibrio.

La ecuación

$$\sum M_C = 0$$

permite determinar  $F_3$ , que es la única incógnita ya que C es la intersección de las rectas de acción de  $F_1$  y  $F_2$ . Igualmente  $\sum M_D = 0$  permite determinar  $F_1$ , y  $\sum M_E = 0$  permite determinar  $F_2$ .

Hasta ahora hemos visto que partiendo de las fuerzas exteriores (cargas y reacciones) se puede llegar a las fuerzas internas. Pero a veces ocurre en las estructuras hiperestáticas, que es más fácil llegar primero a la sollicitación y luego a partir de ella determinar las reacciones hiperestáticas.

Supongamos un pórtico simétrico como el de la fig. 3.21.

Las ecuaciones de equilibrio estático  $\sum M_A = 0$  y  $\sum M_B = 0$  permiten determinar los valores de  $V_a$  y  $V_b$ , componentes de las reacciones de apoyo. Pero como esta estructura es hiperestática, las componentes  $H_a$  y  $H_b$  dependen del estado de deformación, o sea de las rigideces de las barras.

Hay métodos, el de Cross por ejemplo, que permiten llegar a conocer el momento flector en los nudos de la estructura sin necesidad de conocer  $H_a$  y  $H_b$ . En ese caso, y suponiendo conocido  $M_c$ , se puede cortar y aislar la columna izquierda, fig. 3.22.

El equilibrio estático del cuerpo aislado necesita que:

$$\begin{aligned} \sum M_c &= 0 \\ M_c - H_a \cdot h &= 0 \end{aligned}$$

de lo que resulta:

$$H_a = \frac{M_c}{h}$$

Es conveniente desarrollar la capacidad de imaginar todos los tipos de cortes, aún los más extraños, para aislar sectores de la estructura y plantear su equilibrio.

En el capítulo 2 decíamos que en la torre Eiffel había que verificar desde el equilibrio del conjunto hasta el del último remache.

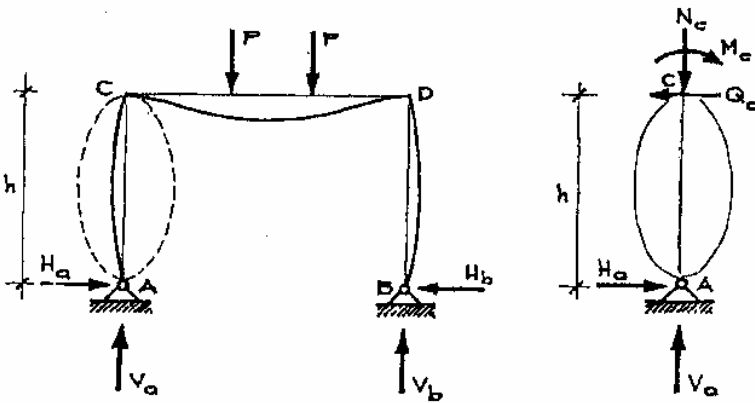


Figura 3.21. Se puede imaginar un corte que aisle un sector de la estructura.

Figura 3.22. El equilibrio del sector aislado permite relacionar las fuerzas exteriores con los esfuerzos de las partes cortadas.

Allí no hace falta ninguna abstracción porque todos hemos visto al menos una fotografía de la torre, y todos hemos tenido alguna vez un remache en la mano.

Los cortes convenientes para conocer los esfuerzos en las barras 1, 2 y 3 de la fig. 3.23 requieren más imaginación. El cuerpo aislado en la fig. 3.24 muestra que  $F_1$  tiene que ser igual a  $R_a$  y de sentido contrario para que se cumpla la ecuación de proyección  $\Sigma Y = 0$ .

El cuerpo aislado de la fig. 3.25 indica que  $F_2$  es igual a  $P_2$ , pero de sentido contrario para que  $\Sigma Y = 0$ .

El cuerpo aislado de la fig. 3.26 muestra que  $F_3 = 0$  para que se cumpla la misma ecuación.

Hasta ahora, al hablar de la sollicitación, hemos omitido deliberadamente mencionar a la torsión. Esto se debe a que se trata de un esfuerzo que casi nunca resulta el fundamental en la toma de decisiones estructurales.

Se produce torsión en una sección cuando la resultante de las fuerzas que están a un costado dan una proyección sobre el plano de la sección (esfuerzo de corte) que no pasa por el centro de giro de la sección, fig. 3.27. En ese caso el momento torsor es el corte multiplicado por la distancia al centro.

$$M_t = Q \cdot e$$

El esfuerzo de torsión produce tensiones rasantes en la sección, que crecen del centro hacia afuera, fig. 3.28. Se produce una rotación relativa  $\phi$  de una cara con respecto a otra ubicada a una distancia  $\Delta l$ .

Se puede ver también una distorsión de las caras exteriores de la barra prismática, lo

Figura 3.23. Se puede hacer distintos cortes en función de lo que se quiera investigar.

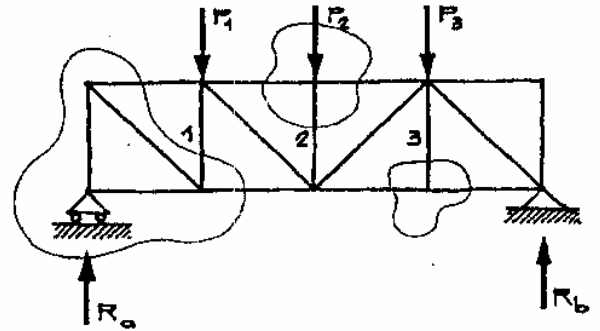


Figura 3.24. Corte útil para determinar  $F_1$ .

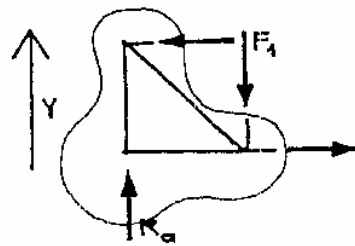
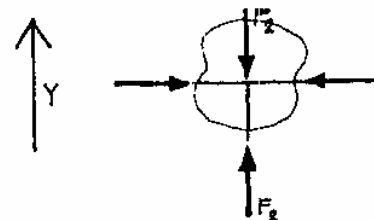


Figura 3.25. Corte útil para determinar  $F_2$ .



que en definitiva da un estado de tracciones y compresiones diagonales, en forma de tirabuzón. En las secciones rectangulares las máximas tensiones se producen en los puntos medios de las caras largas y valen

$$T_{\text{máx}} = \frac{M_t}{a \cdot b^2 \cdot d}$$

donde  $b < d$  y  $\alpha$  es un coeficiente que depende de la relación  $d/b$ . Para el cuadrado,  $d/b = 1$ ,  $\alpha = 0,21$ . Para una chapa muy delgada  $d/b$  tiende a infinito y  $\alpha = 0,33$ . La aparición de la menor dimensión elevada al cuadrado en el denominador, indica que las secciones tendientes a la forma cuadrada son las mejores. En cambio las chapas, o los perfiles abiertos formados por chapas, tienen muy poca resistencia torsional.

Figura 3.26. Corte útil para determinar  $F_s$ .

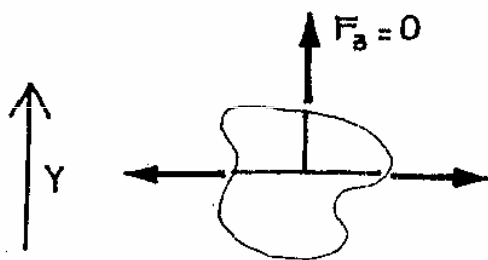


Figura 3.27. Esfuerzo de corte excéntrico produce torsión.

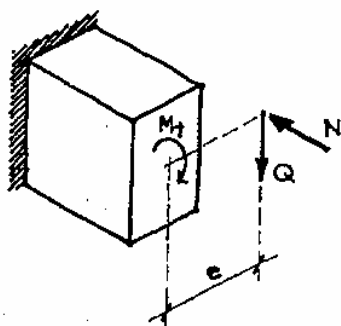


Figura 3.28. Deformaciones y tensiones producidas por la torsión.

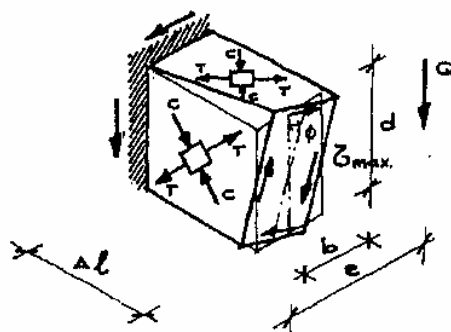


Figura 3.29. En un tubo las fuerzas internas tienen gran brazo de palanca para equilibrar al momento torsor.

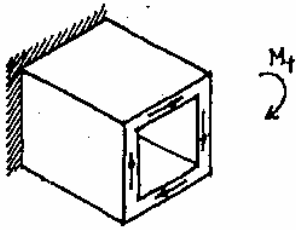
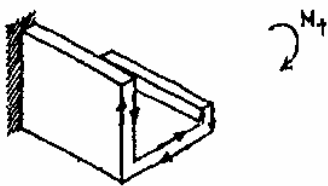


Figura 3.30. Perfiles abiertos; pequeños brazos entre las fuerzas internas.



Las secciones más eficientes a torsión son las tubulares, fig. 3.29. En estos casos las fuerzas internas tienen brazos de palanca casi iguales a la dimensión de la sección del tubo, y no al espesor de la chapa de la pared, fig. 3.30.

La torsión resulta comparativamente un mecanismo muy poco eficiente para lograr el equilibrio estático y, en general, se trata de evitarlo en las construcciones arquitectónicas. Son contados los ejemplos en que la torsión sea imprescindible para el equilibrio, fig. 3.31.

La viga V<sub>1</sub> no tiene otra posibilidad que recibir los momentos flectores de empotramiento de la losa, resistir el momento torsor

Figura 3.31. Es imprescindible la resistencia torsional de la viga V<sub>1</sub>.

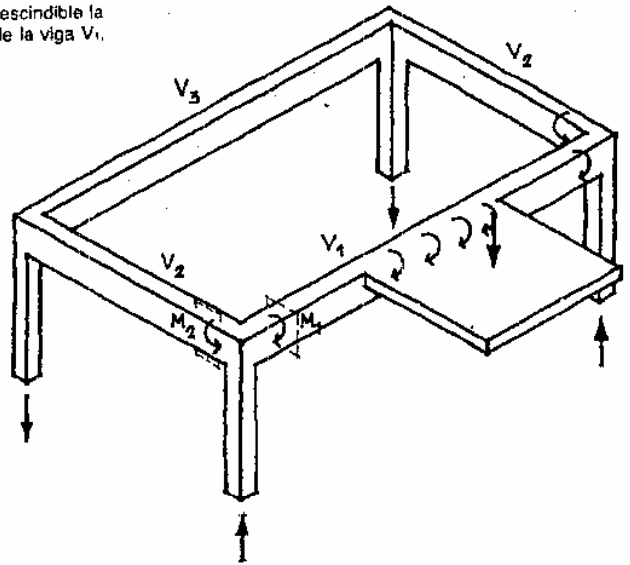


Figura 3.32. No es necesaria la resistencia torsional de la viga V<sub>1</sub>.

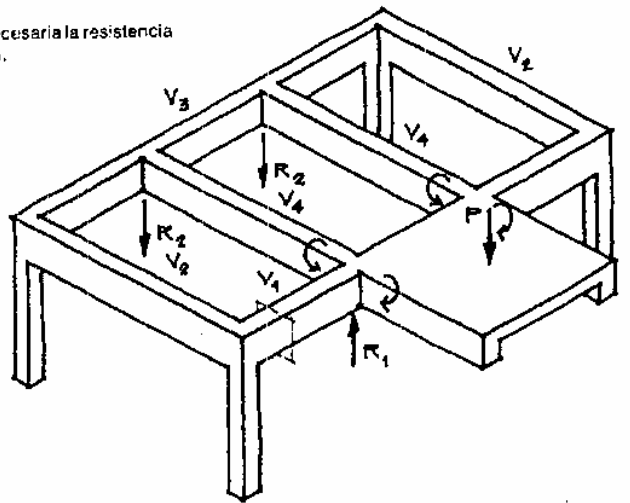


Figura 3.33. La viga de borde tiene torsión.

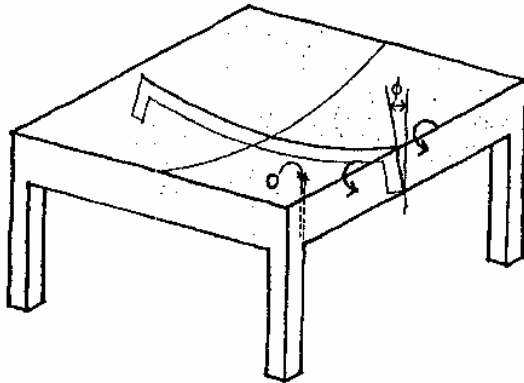
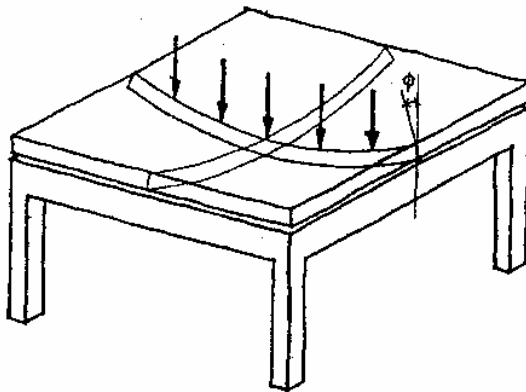


Figura 3.34. Se prefiere prescindir de la torsión (viga) y confiar todo el equilibrio al mecanismo de flexión (losa).



así acumulado  $M_1$ , el que se equilibra con el momento flector  $M_2$  de la  $V_2$ . En este caso la viga  $V_1$  será inevitablemente diseñada para resistir torsión.

Si se cambia la organización, fig. 3.32, se puede lograr que los momentos flectores de empotramiento de las vigas que sostienen la losa sean equilibrados por momentos flectores en las vigas  $V_4$ . Eso no quiere decir que hayan desaparecido totalmente los momentos torsores que se manifestaban en la viga  $V_1$  de la fig. 3.31. Lo que ocurre es que hay un doble mecanismo resistente para equilibrar a la losa, flexión en  $V_4$  y torsión en  $V_1$ .

Como la rigidez torsional es baja en relación a la rigidez flexional, es bastante aceptable despreciar el aporte de la torsión y asignarle la totalidad de la responsabilidad a la flexión. Lo peor que puede pasar, en el hormigón armado, es que si las tensiones principales de tracción producidas por la torsión superan la capacidad del hormigón, éste se fisure. En ese instante se produce una drástica reducción de la rigidez torsional y la situación se aproxima cada vez más a aquella prevista en el diseño.

Las torsiones son inevitables, aún en las estructuras más sencillas, fig. 3.33.

La experiencia ha demostrado que se puede dejar de lado la torsión cuando hay otros mecanismos, fig. 3.34, aún cuando ello implique ciertas hipótesis de no compatibilidad de deformaciones.

Estas diferencias quedan a cubierto siempre que se cumplan estrictamente todas las disposiciones de cuantías mínimas, separaciones, tipos de estribos, armaduras de piel, etc., que fijan los reglamentos.



# **B- RESISTENCIA DE MATERIALES**

## Cap. I

- INTRODUCCIÓN
- 1. Problemas y Métodos de La Resistencia de Materiales.
  - 2. Sistema Real y Esquema de Cálculo
    - 3. Fuerzas Exteriores e Interiores
    - 4. Tensiones
  - 5. Desplazamientos y Deformaciones
- 6. Ley de Hooke y Principio de Superposición de las Fuerzas.

Las estructuras, además de permanecer en equilibrio estable, deben evitar su colapso por rotura o por deformaciones excesivas.

El estado final de una sección se produce cuando el efecto de las fuerzas exteriores alcanza un valor último que denominamos resistencia de la sección.

La rebanada elemental que materializa cualquier sección recibe en cada una de sus dos caras una fuerza que es la resultante de todas las que están de ese lado de la sección. Ambas fuerzas, iguales y de sentido contrario, constituyen la sollicitación.

Por comodidad, se descompone la sollicitación en: esfuerzo normal, esfuerzo de corte, momento flector y momento torsor.

El esfuerzo normal provoca acercamiento (compresión), o alejamiento (tracción) de ambas caras de la rebanada.

El esfuerzo de corte provoca deslizamientos relativos entre ambas caras.

El momento flector produce una rotación relativa entre ambas caras alrededor del eje neutro.

El momento torsor produce rotaciones alrededor del eje directriz de la pieza.

Hay una correlación entre tensiones y deformaciones que surge de los ensayos de carga de los materiales.

Para verificar el estado límite de rotura, o fluencia, es preferible manejarse con tensiones últimas.

Las fuerzas que resultan de las tensiones internas en una sección, dan como resultante fuerzas que se oponen a las fuerzas externas que actúan sobre la misma.

Todos los métodos para evaluar las fuerzas internas existentes en una sección se basan en el siguiente procedimiento:

- a) Separar un trozo de la estructura cortando la sección en estudio.
- b) En la parte cortada colocar las fuerzas, o tensiones incógnitas.
- c) Plantear el equilibrio del trozo de estructura así aislado, considerando solamente las fuerzas externas aplicadas a ese trozo (solicitud) y las internas que están en el corte realizado.

Para asegurar que la sección no llegue al agotamiento es necesario que las fuerzas externas no produzcan tensiones mayores que las tensiones últimas; o que la sollicitación que es capaz de desarrollar la sección con las tensiones últimas supere a la sollicitación impuesta por las fuerzas exteriores.

La resistencia depende de la geometría de la sección y de la resistencia del material que la compone.

Para esfuerzos normales el parámetro geométrico es el área de la sección; además in-

terviene la resistencia a tracción o compresión, según sea el caso.

Para el corte, para cada forma geométrica hay un coeficiente menor que la unidad que afecta a la totalidad de la sección; además interviene la resistencia al corte del material.

Para la flexión, el parámetro geométrico es el módulo resistente  $W$  de la sección, que es el área multiplicada por una parte de la altura de la sección. Como la flexión produce tracciones de un lado del eje neutro y compresiones del otro, intervienen ambas resistencias.

Para la torsión, el parámetro geométrico es mucho más variable. Las secciones de chapas delgadas tienen muy poca resistencia. Las secciones con una distribución más uniforme, en todas las direcciones alrededor del centro, son más eficaces. Las secciones óptimas son las tubulares. El material interviene a través de su resistencia al corte.

## B- RESISTENCIA DE MATERIALES

Feodosiev

41

### § 2. Sistema real y esquema de cálculo

#### § 2. Sistema real y esquema de cálculo

En la resistencia de materiales como en cualquier rama de las ciencias naturales, el estudio de la resistencia del objeto o sistema real comienza por escoger el esquema de cálculo. Al comenzar el cálculo de la estructura se debe, ante todo, separar lo importante de lo que carece de importancia, es decir, se debe esquematizar la estructura, prescindiendo de todos aquellos factores que no influyen seriamente sobre el comportamiento del sistema como tal. Este tipo de simplificación del problema, al esquematizarlo, es en todos los casos absolutamente necesario, puesto que la solución del problema que considere todas las propiedades de la estructura es imposible debido a que, prácticamente, son inagotables.

Si, por ejemplo, se trata del cálculo de la resistencia del cable de un ascensor, se debe considerar, ante todo, el peso de la cabina, su aceleración y, en el caso de que se eleve a gran altura, el peso del cable. Al mismo tiempo se debe prescindir de los factores de poca importancia como la resistencia aerodinámica que ofrece el ascensor, la presión barométrica a distintas alturas, la variación de la temperatura con la altura y otros factores semejantes e innumerables.

El cuerpo real, libre de todo lo que carece de importancia, se denomina *esquema de cálculo*. Un mismo cuerpo o sistema puede tener esquemas de cálculo distintos, según la exactitud que se exija del cálculo y según el aspecto del fenómeno que interese en el caso concreto que se analiza. Así, por ejemplo, si en el caso anterior lo que

interesa es solamente la resistencia del cable, la cabina y carga pueden considerarse como un sólido indeformable y sustituirse por una fuerza aplicada al extremo del cable (fig. 1). Si se tratase de estudiar la resistencia de la cabina, esta última no podría considerarse ya como un sólido absolutamente rígido. Sus particularidades constructivas deben ser estudiadas separadamente y de acuerdo con este estudio escoger adecuadamente el esquema de cálculo correspondiente.

Si para un sistema se pueden proponer varios esquemas de cálculo, a cada esquema, por su parte, pueden corresponderle muchos objetos reales. Esto último es de gran importancia, pues, al estudiar cierto esquema de cálculo se puede obtener la solución de toda una serie de problemas reales del esquema dado común. En particular,

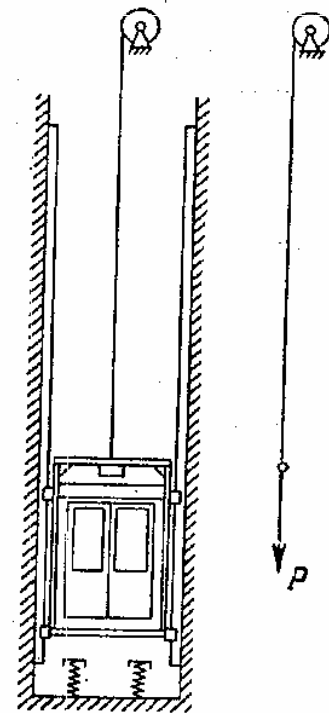


Fig. 1.

el esquema del cable de la figura 1, solicitado por una fuerza en su extremo, es muy frecuente en numerosos casos prácticos de cálculo por rotura.

La elección del esquema de cálculo en la resistencia de materiales comienza por esquematizar las propiedades de los materiales. Se considera generalmente que todos los materiales son *continuos y homogéneos* independientemente de las propiedades internas.

Un material se considera homogéneo, cuando cualquier parte de él tiene las mismas propiedades independientemente de su volumen. Claro está que en realidad el material, debido a su composición molecular, no puede ser, según esta definición, homogéneo. Los metales de estructura policristalina, es decir, compuesto por infinidad de cristales orientados caóticamente tampoco son, en el sentido riguroso de la palabra, homogéneos. Pero estas particularidades son de poca importancia, puesto que se trata del estudio de estructuras cuyas dimensiones son muy superiores, no sólo a las de los átomos, sino también a las de los cristales.

Del concepto de homogeneidad se deriva el de continuidad de la materia que ocupa plenamente el volumen atribuido al sólido. Siendo así, se puede aplicar a los sólidos el cálculo infinitesimal.

Al cuerpo continuo se le atribuye, en el esquema de cálculo, las propiedades del material real. Así, por ejemplo, bajo la acción de las fuerzas exteriores el cuerpo real cambia sus dimensiones geométricas. Al descargarlo, las dimensiones geométricas originales se restablecen completa o parcialmente. La propiedad del cuerpo de restablecer sus dimensiones originales se denomina *elasticidad*. Al resolver la mayoría de los problemas en la resistencia de materiales se considera al cuerpo absolutamente elástico. En realidad, en el cuerpo real, en cierta medida, se manifiestan ciertas desviaciones de la elasticidad absoluta. Cuando se trata de cargas grandes, estas desviaciones son tan considerables, que resulta necesario, en el esquema de análisis, atribuir al sólido otras propiedades correspondientes al nuevo tipo de deformaciones del cuerpo real.

Generalmente al cuerpo continuo se le considera *isótropo*, es decir, se admite que las propiedades de cualquier parte de éste no dependen de la orientación original angular.

Cada cristal es de por sí anisótropo. Pero si el cuerpo contiene gran cantidad de cristales orientados caóticamente, se le puede considerar isótropo. Por eso se considera que los metales, en la medida que se estudian en la resistencia de materiales, son isótropos. Existen también materiales anisótropos, como la madera que tiene distintas propiedades según la orientación de las fibras, el papel cuyas cintas tienen propiedades y resistencias distintas en el sentido longitudinal y transversal. Existe también la anisotropía relacionada con las particularidades constructivas del sólido, como por ejemplo, en el caso del enchapado y del tejido. Sin embargo, en la

resistencia de materiales se estudian principalmente los materiales isotropos.

Al escoger el esquema de cálculo se introducen ciertas simplificaciones en la propia geometría del objeto. La simplificación esencial en la resistencia de materiales consiste en la reducción de la forma geométrica del sólido a una barra o a una bóveda.

Se llama *barra* a todo cuerpo que tiene una dimensión (su longitud) mucho mayor que las otras dos. Geométricamente la barra se obtiene moviendo una figura plana a lo largo de una curva (fig. 2).

Esta curva se denomina *eje de la barra*, mientras que la figura plana que tiene su centro de gravedad sobre el eje y es perpendicular a este, se denomina *sección transversal*. La barra puede tener sección constante

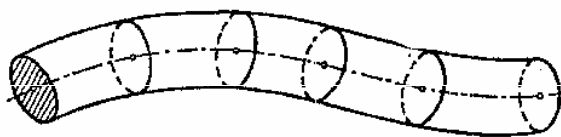


Fig. 2.

o variable. La sección puede también girar alrededor del eje, obteniendo así la barra *retorcida*. El taladro es un ejemplo de este tipo de barras. Según sea la forma del eje, la barra puede ser recta, curva o alabeada en el espacio. El cálculo del resorte helicoidal parte del esquema de cálculo de la barra alabeada.

Hay muchas estructuras que pueden ser consideradas compuestas por elementos del tipo de las barras.

El segundo tipo de esquema geométrico que se emplea en la resistencia de materiales es la *bóveda*. Se entiende por bóveda todo cuerpo que tiene una dimensión (espesor) muy pequeña en comparación con las otras dos. A este esquema se reducen elementos estructurales como las paredes de los recipientes, las cúpulas de los edificios y otros. Con más detalle este tipo de esquema será estudiado en el capítulo X.

Al esquematizar los objetos reales, en la resistencia de materiales se simplifican también los sistemas de fuerzas aplicados a los elementos de las estructuras. Así aparece el concepto de fuerza *concentrada*. Por ejemplo, al calcular la barra de la figura 3, *a* se puede considerar al peso  $P$  como una fuerza concentrada en un punto (fig. 3, *c*). Tal simplificación resulta natural ya que las dimensiones del área de aplicación de la fuerza (fig. 3, *b*) son pequeñas en comparación con las dimensiones generales de la barra. Está claro que en las estructuras reales es imposible transmitir un esfuerzo por un punto y, por lo tanto, la fuerza concentrada no es más que un concepto que se admite en el esquema de cálculo.

La sustitución de cargas distribuidas por su resultante concentrada es admisible solamente cuando se analiza el trabajo de toda la barra, es decir, de volúmenes muy superiores al de la zona de contacto. Si en este ejemplo se tratase de calcular el ojal que sustenta

la carga sería inadmisiblemente introducir el concepto de fuerza concentrada.

Los ejemplos citados no agotan los métodos posibles para escoger el esquema de cálculo. En lo adelante se hablará de otros conceptos relacionados con la esquematización del objeto real. Lo importante es que el lector, al estudiar la resistencia de materiales, no se olvide del esquema de cálculo elegido que constituye el primer paso de introducción al cálculo. Es necesario dejar bien claro que el cálculo

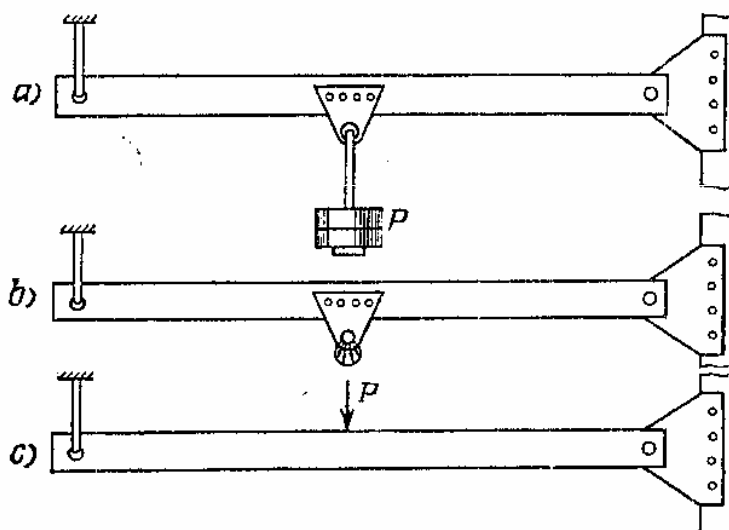


Fig. 3.

consiste no solamente en el empleo de fórmulas. Antes de encauzar el cálculo por la vía de las operaciones matemáticas resulta, con frecuencia, necesario un estudio profundo para separar en el sistema, de manera correcta, lo importante de lo secundario.

### § 3. Fuerzas exteriores e interiores

Las fuerzas miden la acción de los cuerpos entre sí. Si la estructura se considera aislada de los cuerpos que la rodean, la acción de estos últimos sobre la estructura se sustituye por fuerzas que llamaremos *exteriores*.

Las fuerzas exteriores se dividen en fuerzas de volumen y de superficie. Las primeras están distribuidas en el volumen del sólido y aplicadas a cada partícula del cuerpo. Son fuerzas de volumen el peso propio o, por ejemplo, las fuerzas magnéticas. Las fuerzas de superficie están aplicadas a ciertas áreas de la superficie y caracterizan la acción mutua directa de contacto entre el cuerpo que se analiza y los que lo rodean.

Entre las fuerzas exteriores se encuentran no solamente las fuerzas dadas que, a menudo, se interpretan como la causa principal de la posible rotura, sino también las reacciones de las ligaduras que completan el sistema convirtiéndolo en un sistema equilibrado. Por ejemplo, en el caso de la grúa de la figura 4, *a* pueden considerarse como fuerzas exteriores el peso  $P$  de la carga que se levanta y el peso propio de la estructura. Determinando las reacciones de los apoyos  $R_1$  y  $R_2$  establecemos el sistema equilibrado de fuerzas indicado en la figura 4, *b* y denominado comúnmente *carga*.

Las fuerzas exteriores, su magnitud y el tipo de distribución dependen, ante todo, de los límites del objeto en estudio y de los que le rodean. Si por ejemplo, en el caso de la grúa en cuestión incluimos en el esquema de cálculo el cable, la plataforma de carga y los carriles con las traviesas, entonces el sistema de fuerzas exteriores será otro (fig. 4, *c*). En el primer caso las reacciones de apoyos se determinaron con ecuaciones de la estática, en el segundo, su determinación requiere otro método, ya que el número de incógnitas  $R'_1, R'_2, \dots, R'_n$  es superior al de las ecuaciones de equilibrio. Estos sistemas se llaman sistemas *hiperestáticos*. Más adelante analizaremos esta cuestión con más detalle.

Como vemos, la interacción del cuerpo en cuestión con los que lo rodean y que se encuentran *fuera* de los límites convencionales fijados del mismo se caracterizan por las fuerzas calificadas como fuerzas exteriores.

La interacción entre las partes del cuerpo que se estudia, *dentro* de los límites fijados, se caracteriza por las *fuerzas interiores*. En el caso de la grúa, las fuerzas  $R_1$  y  $R_2$  de interacción entre las ruedas y los railes (fig. 4, *b*) son exteriores. Al ampliar los límites del sistema (fig. 4, *c*) estas fuerzas pasaron a ser interiores.

Las fuerzas interiores surgen, no sólo entre los distintos elementos de la estructura que actúan mutuamente entre sí, sino también entre todas las partículas contiguas del cuerpo sometido a la acción de una carga.

Supongamos un cuerpo en forma de barra (fig. 5, *a*), solicitado por una carga, es decir, por un sistema de fuerzas exteriores  $P_1, P_2, \dots, P_n$  que se encuentra en equilibrio. Las fuerzas interiores que surgen en la barra se manifiestan solamente si se secciona mentalmente la barra en dos partes, por ejemplo, mediante la sección *A*. Este método de manifestación de las fuerzas interiores se denomina en la resistencia de materiales *método de las secciones*. Puesto que se eliminan las ligaduras entre las partes, surge la necesidad de sustituir la acción de la parte derecha sobre la izquierda y viceversa por un sistema de fuerzas que actúa sobre la sección, es decir, surge la necesidad de introducir el sistema de fuerzas interiores ( $P_A$ ) (fig. 5, *b*).

Así pues, las fuerzas interiores determinan la interacción entre las partículas del sólido que se encuentran a los dos lados de la sec-



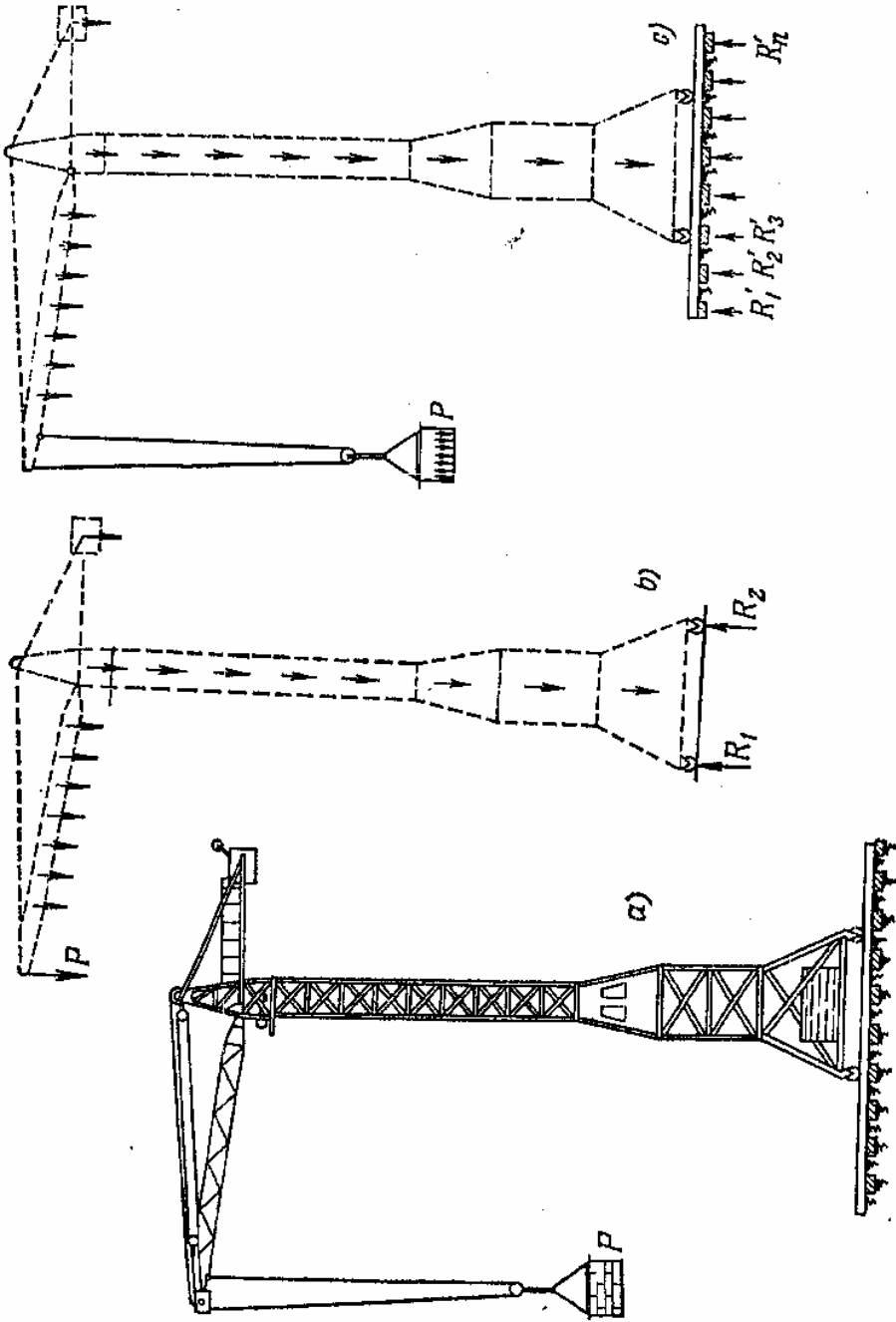


Fig. 4.

ción trazada mentalmente. Está claro, que las fuerzas interiores dependen del lugar de la sección.

Según el principio de acción y reacción estas fuerzas interiores siempre son recíprocas. La parte derecha de la barra actúa sobre la izquierda de la misma manera que la izquierda sobre la derecha y el sistema de fuerzas que aparece en el plano  $A'$  es de signo contrario al sistema que actúa sobre el plano  $A''$  (fig. 5, b).

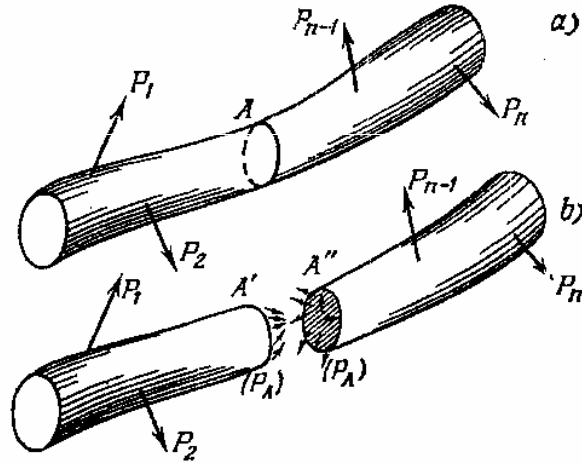


Fig. 5.

Claro está que las fuerzas interiores están distribuidas de una manera compleja en el plano de la sección, pero, en todos los casos, tienen que ser tales que se cumplan las condiciones de equilibrio de las dos partes de la barra por separado. Simbólicamente esta condición puede ser escrita así,

$$(P_n)_{iz} + (P_A) = 0,$$

o también

$$-(P_A) + (P_n)_d = 0,$$

donde  $(P_n)_{iz}$  y  $(P_n)_d$  son la suma de las fuerzas exteriores o la suma de los momentos para la parte de la barra situada a la derecha o a la izquierda de la sección. Lo mismo se entiende por  $(P_A)$ , pero referido a las fuerzas interiores de la sección.

La primera ecuación escrita de manera simbólica equivale a las seis ecuaciones de equilibrio de la parte izquierda de la barra y la segunda, a las seis correspondientes a la parte derecha.

Puesto que el conjunto de fuerzas exteriores satisface las condiciones de equilibrio,

$$(P_n)_{iz} + (P_n)_d = 0,$$

las ecuaciones planteadas anteriormente se convierten en identidades. Esto quiere decir, que la resultante de las fuerzas interiores  $(P_A)$

en la sección  $A$  se puede obtener de la ecuación de equilibrio tanto de la parte derecha como de la parte izquierda del cuerpo seccionado.

Las fuerzas interiores deben distribuirse en la sección de tal manera que las superficies deformadas de la sección  $A$ , al juntar las dos partes, coincidan. Esta condición en la resistencia de materiales y en la teoría de la elasticidad se denomina condición de *continuidad de las deformaciones*. Se puede demostrar que existe, y es único, el sistema de fuerzas interiores que satisface las condiciones de equilibrio, así como las de continuidad, aunque puedan existir ciertas exclusiones de esta regla en algunos casos.

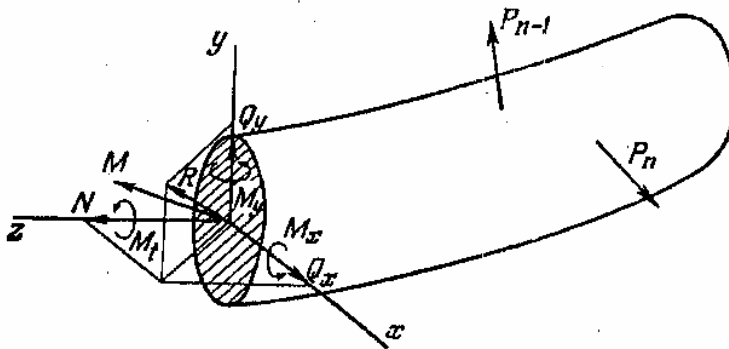


Fig. 6.

Volviendo a las condiciones de equilibrio, es evidente que ellas sólo permiten determinar las resultantes y no la ley de distribución de las fuerzas interiores siempre y cuando sean conocidas todas las fuerzas exteriores.

Traslademos, según los principios de la estática, el sistema de fuerzas interiores al centro de gravedad de la sección. Obtendremos entonces el vector principal  $\bar{R}$  y el momento principal  $\bar{M}$  (fig. 6). Escojamos el sistema de coordenadas  $x, y, z$ , orientando el eje  $z$  según la normal a la sección y situando  $x$  e  $y$  en el plano de la sección. Al proyectar el vector principal y el momento principal sobre los ejes  $x, y, z$  obtendremos seis componentes: tres fuerzas y tres momentos. Estas componentes se denominan *factores de fuerza interiores en la sección de la barra*.

La componente de las fuerzas interiores orientada según la normal a la sección ( $N$ ) se denomina *fuerza normal* o *longitudinal* de la sección. Las fuerzas  $Q_x$  y  $Q_y$  se denominan *fuerzas cortantes*. El momento respecto al eje normal ( $M_t$ ) se denomina *momento torsor* y los momentos  $M_x$  y  $M_y$ , *momentos flectores* respecto a los ejes  $x$  e  $y$ . Conociendo las fuerzas exteriores, se pueden determinar los seis factores de fuerza interiores por medio de las seis ecuaciones de equilibrio de una de las partes de la barra.

§ 3. Fuerzas exteriores e interiores

De la misma manera se clasifican los tipos de sollicitaciones de la barra. Si en las secciones de cierto tramo de la barra surge solamente la fuerza normal  $N$  mientras que el resto de las fuerzas interiores es igual a cero, entonces en este tramo, se produce *tracción* o *compresión* según sea la dirección de la fuerza  $N$ . Si en la sección transversal surge solamente el momento  $M_t$ , la barra en este tramo trabaja exclusivamente a *torsión*. Y por último, cuando las fuerzas exteriores están aplicadas de manera tal que en las secciones transversales aparece solamente un momento flector  $M_x$  (o  $M_y$ ) tiene

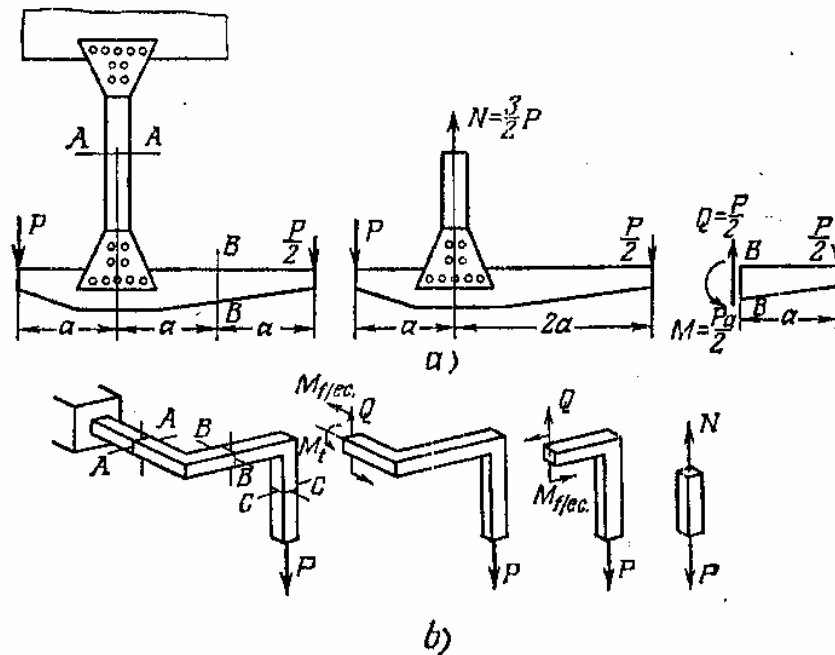


Fig. 7.

lugar lo que se llama *flexión pura* en el plano  $yz$  (o  $xz$ ). Generalmente, en la sección transversal, el momento flector (por ejemplo,  $M_x$ ) va acompañado de una fuerza cortante  $Q_y$ . Este caso se denomina *flexión transversal* (en el plano  $yz$ ). Son posibles los casos de sollicitación cuando la barra trabaja a torsión y flexión o tracción simultáneas.

Para determinar si una barra trabaja a torsión, tracción o flexión es necesario aplicar el método de las secciones. Así, por ejemplo, al seccionar la barra de la figura 7, *a* por  $AA$ , de las condiciones de equilibrio de la parte separada determinamos que en esta sección aparece solamente una fuerza normal  $N = \frac{3}{2}P$ . Por lo tanto aquí tiene lugar tracción. En la sección  $BB$  de la misma barra aparece una fuerza cortante  $Q = \frac{P}{2}$  y un momento flector  $M = \frac{Pa}{2}$ . Así

pues, llegamos a la conclusión de que el tramo horizontal de la barra trabaja a flexión. Para las secciones *AA*, *BB* y *CC* de la barra de la figura 7, *b* obtenemos respectivamente flexión transversal con torsión, flexión transversal y tracción.

§ 4. Tensiones

Para caracterizar la ley de distribución de las fuerzas interiores en la sección, es necesario introducir el concepto de medida de su intensidad. Esta medida se llama *tensión*.

Veamos la sección *A* de cierto cuerpo (fig. 8). En el entorno del punto *K* escogemos el área elemental  $\Delta F$  dentro de la cual fue determinada la fuerza interior  $\Delta R$ . Se entiende por tensión media en el

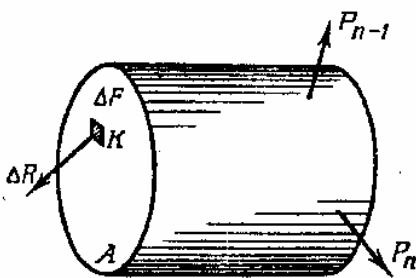


Fig. 8.

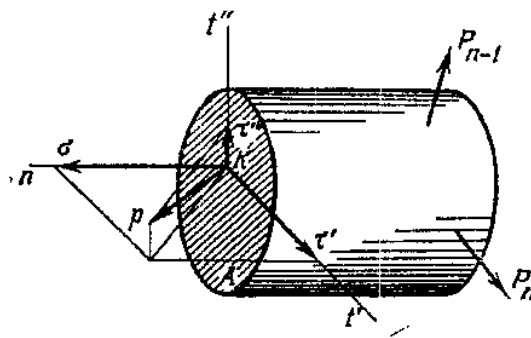


Fig. 9.

área  $\Delta F$  la fracción.

$$\frac{\Delta R}{\Delta F} = p_m.$$

Reducimos  $\Delta F$  hacia el punto *K*. Puesto que el material es continuo, es posible el paso al límite cuando  $\Delta F \rightarrow 0$ . Como límite obtenemos

$$\lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta F} = p.$$

La magnitud vectorial *p* se llama *tensión completa* en el punto *K* de la sección *A*. La tensión se mide en unidades de fuerza por unidad de área. En la técnica, las tensiones se miden generalmente en kilogramos por centímetro cuadrado o por milímetro cuadrado \*).

La tensión completa *p* se puede descomponer en tres componentes, según la normal al plano de la sección y según los dos ejes situados en el plano de la sección (fig. 9). La proyección del vector de la tensión completa sobre la normal se anota por  $\sigma$  y se denomina *tensión normal*.

\*) Ahora se recomienda como preferible el sistema de unidades SI, en el cual la tensión se mide en newtones por metro cuadrado. Así, por ejemplo, la tensión  $\sigma = 40 \text{ kgf/mm}^2$  en este sistema será  $392\,400\,000 \text{ N/m}^2$ .

Las componentes situadas en el plano de la sección se denominan *tensiones tangenciales* y se anotan por  $\tau$ . Según sea la orientación y notación de los ejes,  $\sigma$  y  $\tau$  van acompañados de un sistema de subíndices que serán detallados en adelante.

Si trazamos por el punto  $K$  del sólido otra sección, la tensión  $p$  no coincidirá ya con la anterior. El conjunto de tensiones en distintos planos que pasan por el punto, forma el *estado tensional* del punto.

El estado tensional, como veremos más adelante, se determina por seis magnitudes numéricas y constituye en la resistencia de materiales uno de los conceptos más importantes. Será estudiado detalladamente en el capítulo VII. Al principio del curso se analizan los casos particulares más simples y frecuentes del estado tensional.

### § 5. Desplazamientos y deformaciones

Todos los materiales no son absolutamente rígidos, sino que bajo la acción de las fuerzas exteriores, dentro de ciertos límites, cambian su forma (se deforman). Esto influye notablemente sobre las leyes de distribución de las fuerzas interiores en el sólido tensionado, aunque las deformaciones son generalmente insignificantes y sólo se pueden apreciar en la mayoría de los casos empleando instrumentos muy sensibles.

Los diferentes puntos del sólido cambian su posición en el espacio bajo la acción de las fuerzas exteriores. El vector con origen en el punto del cuerpo sin deformar y su extremo en el mismo punto del cuerpo deformado, se denomina vector del *desplazamiento completo del punto*. Sus proyecciones sobre los ejes se denominan *desplazamientos en dirección de los ejes*. Se anotan por  $u$ ,  $v$  y  $w$  según los ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$  (fig. 10). Además de los desplazamientos lineales se puede introducir también el concepto de *desplazamiento angular*. Si analizamos el segmento de la recta que une dos puntos cercanos, antes y después de la deformación del sólido, se advertirá fácilmente que la recta gira en el espacio cierto ángulo. Este ángulo de giro también se caracteriza por un vector que puede ser descompuesto según los ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$ .

Si un sistema de cuerpos cuenta con ligaduras en cantidad suficiente para eliminar su desplazamiento en el espacio como un sólido rígido se dice que el sistema es *cinemáticamente invariable*. Este tipo de sistemas es el que generalmente se estudia en la resis-

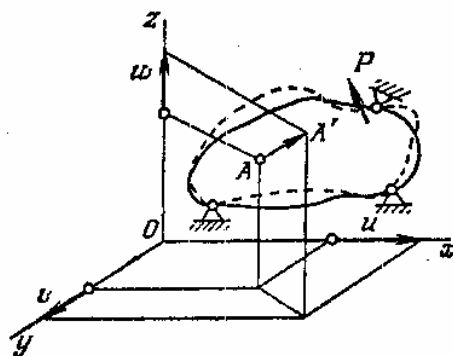


Fig. 10.

cia de materiales. En caso contrario, de los desplazamientos de todos los puntos se deben restar aquellos desplazamientos que corresponden al movimiento del sólido interpretado como un cuerpo rígido y mantener la componente propia del sólido deformable. En este caso, en la inmensa mayoría de sistemas, los desplazamientos  $u$ ,  $v$  y  $w$  de cualquier punto serán pequeños en comparación con las dimensiones geométricas generales del sólido.

Teniendo esto en cuenta, en la resistencia de materiales, al analizar las fuerzas interiores, se introducen simplificaciones de carácter fundamental. Una de ellas es el *principio de las dimensiones iniciales*, según el cual, al plantear las ecuaciones de la estática (ecuaciones de equilibrio) el sólido se considera indeformable, es decir, que sus dimensiones geométricas son iguales a las que tenía antes de aplicar las cargas exteriores.

Así, por ejemplo, si se aplica una fuerza  $P$  al punto  $A$  del sistema representado en la figura 11, *a*, el cable  $AB$  se alarga, mientras

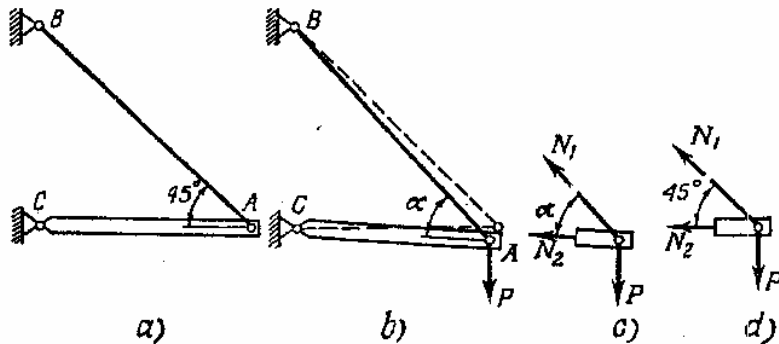


Fig. 11.

que la barra  $AC$  se acorta y todo el sistema en general, se deforma (fig. 11, *b*). Para la determinación de las fuerzas interiores en el cable y en la barra mediante el método de las secciones, se plantean las ecuaciones de equilibrio del nudo  $A$  deformado (fig. 11, *c*). Surge entonces cierta dificultad puesto que las nuevas dimensiones geométricas del sistema permanecerán desconocidas hasta que no se determinen las fuerzas interiores que, a su vez, dependen de las dimensiones geométricas. Cuando los desplazamientos son pequeños esto no tiene importancia, puesto que el sistema deformado se diferencia poco del original. En este caso, de acuerdo con el principio de las dimensiones iniciales, se plantean las ecuaciones de equilibrio para el nudo sin deformar (fig. 11, *d*) y entonces

$$N_1 = P\sqrt{2}; \quad N_2 = -P.$$

Claro está que este principio no es aplicable al caso de deformaciones grandes. Al mismo tiempo, como excepción de la regla general,

el principio de las dimensiones iniciales puede no ser aplicable aún, tratándose de deformaciones pequeñas, si ello implica un cambio considerable de la forma original. Por ejemplo, en el caso de dos barras colineales articuladas, las condiciones de equilibrio del nudo  $A$  (fug. 12) deberán ser planteadas, teniendo en cuenta el ángulo de inclinación  $\alpha$  debido al alargamiento de las barras.

Este tipo de sistemas son mecanismos instantáneos, lo que demuestra que en cierto momento el sistema resulta cinemáticamente variable, es decir, los elementos admiten desplazamientos no acompañados de deformaciones. En este caso la variabilidad cinemática

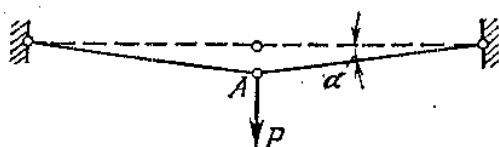


Fig. 12.

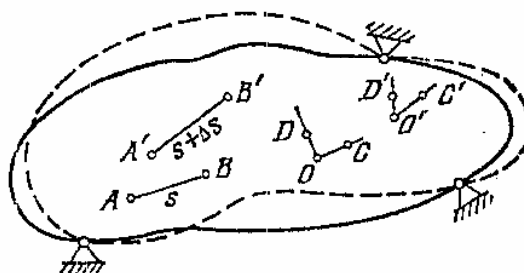


Fig. 13.

tiene lugar en las proximidades de la posición original cuando las tres articulaciones se encuentran sobre una misma recta. El mecanismo común se diferencia del instantáneo por ser cinemáticamente variable independientemente de la disposición mutua de sus elementos.

Para expresar cuantitativamente la intensidad de los cambios de forma y dimensiones, consideremos los puntos  $A$  y  $B$  del sólido sin deformar, situados uno del otro a una distancia  $s$  (fig. 13). Supongamos que como resultado de la variación de la forma del sólido esta distancia aumentó en  $\Delta s$ . La razón entre el incremento de la longitud del segmento  $\Delta s$  y su longitud original se denomina alargamiento medio en el segmento  $s$ ,

$$\frac{\Delta s}{s} = \epsilon_m.$$

Disminuimos el tramo  $s$ , acercando el punto  $B$  al punto  $A$ . Como límite obtendremos,

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{s} = \epsilon_{AB}.$$

La magnitud  $\epsilon_{AB}$  se denomina *deformación lineal* (o simplemente *deformación*) en el punto  $A$  y en la dirección  $AB$ . En este mismo punto, pero en otra dirección, la deformación será, en el caso general, diferente. Si se trata de las deformaciones en la dirección de los ejes de coordenadas  $x$ ,  $y$  y  $z$ , se introducen los subíndices correspondientes en las notaciones de  $\epsilon$ , obteniendo  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$  y  $\epsilon_z$ .



Es necesario subrayar que el término «deformación» tiene un doble sentido. Generalmente se llama deformación a cualquier cambio de forma sin una valoración cuantitativa. En la resistencia de materiales y en la teoría de la elasticidad la deformación tiene la definición rigurosa dada anteriormente, y se refleja como la magnitud cuantitativa que caracteriza la variación de las dimensiones geométricas en la vecindad del punto. La deformación se mide en unidades adimensionales, o en por cientos de  $\Delta s$  con relación a  $s$ . Puesto que la forma del sólido varía muy poco, las deformaciones son pequeñas. En los cuerpos elásticos estas deformaciones son del orden de las milésimas.

Se puede introducir también el concepto de *deformación angular*. Consideremos en el sólido sin deformar un ángulo recto formado por las rectas  $OD$  y  $OC$  (fig. 13). Después de aplicar la carga exterior, este ángulo variará y será igual a  $C'O'D'$ . Disminuimos los segmentos  $OC$  y  $OD$ , aproximando los puntos  $C$  y  $D$  al punto  $O$  y manteniendo el ángulo  $COD$  recto. Entonces, en el límite, la diferencia de los ángulos  $COD$  y  $C'O'D'$  será,

$$\lim_{\substack{OC \rightarrow 0 \\ OD \rightarrow 0}} (\widehat{COD} - \widehat{C'O'D'}) = \gamma_{COD}.$$

La magnitud  $\gamma_{COD}$  se denomina *deformación angular* o *ángulo de distorsión* en el punto  $O$  del plano  $COD$ . Las deformaciones angulares que aparecen en los planos del sistema de coordenadas se denotarán por  $\gamma_{yz}$ ,  $\gamma_{zx}$  y  $\gamma_{xy}$ .

El conjunto de las deformaciones lineales y angulares en distintas direcciones y planos, correspondientes a un mismo punto, forma el *estado deformacional* del punto. El estado deformacional, al igual que el estado tensional, está determinado por seis magnitudes numéricas. Con más detalle esta cuestión se estudiará en el capítulo VII.

## § 6. Ley de Hooke y principio de superposición de las fuerzas

Numerosas observaciones del comportamiento de los sólidos demuestran que, en la inmensa mayoría de los casos, los *desplazamientos, dentro de ciertos límites, son proporcionales a las cargas que actúan.*

Esta ley fue expuesta por primera vez en el año 1676 por Hooke al afirmar: «según es la fuerza así será la deformación». Esta ley se llama *ley de Hooke*.

Si analizamos el desplazamiento de un punto arbitrario  $A$  (fig. 10) en cierta dirección, por ejemplo, en la dirección del eje  $x$ , obtendremos,

$$u_A = \delta_x P, \quad (0.1)$$

siendo  $P$  la fuerza que origina el desplazamiento  $u_A$  y  $\delta_x$ , el coeficiente de proporcionalidad entre la fuerza y el desplazamiento,

Es obvio que este coeficiente depende tanto de las propiedades físicas del material como de la posición relativa del punto  $A$  y el punto de aplicación de la fuerza, y en general, de las particularidades geométricas del sistema.

La expresión (0.1) representa pues la ley de Hooke *para el sistema*.

La interpretación moderna de la ley de Hooke establece la dependencia lineal entre la tensión y la deformación, y no la dependencia entre la fuerza y el desplazamiento. Estas dependencias lineales son propias del estado del material *en un punto*.

Los coeficientes de proporcionalidad son, en este caso, constantes físicas del material y no tienen relación con las propiedades geométricas del sistema como tal. Es decir, la ley expresa las propiedades del propio material. Basándose en esta interpretación de la ley de Hooke, se pueden obtener relaciones del tipo (0.1) entre los desplazamientos y las fuerzas para distintos sistemas concretos. Las constantes físicas del material se introducirán en capítulos posteriores, al analizar casos definidos de estados tensionales y deformacionales. La interpretación general de la ley de Hooke se formulará en el capítulo VII. Por ahora, para establecer las propiedades principales de los cuerpos tensionados, nos limitaremos al estudio de la relación (0.1) que es típica para la inmensa mayoría de los sistemas.

Es necesario advertir, que la dependencia lineal admitida entre los desplazamientos y las fuerzas se mantiene tanto al aumentar la carga como durante su disminución y supone, de por sí, que el sistema es elástico. Esto mismo lo confirman los ensayos que demuestran que en el caso de relación lineal, el sólido recobra completamente sus dimensiones originales y su forma una vez retirada la carga exterior.

Los sistemas en los que se cumple la condición de proporcionalidad entre los desplazamientos y las cargas exteriores admiten el principio de *superposición* o de *independencia de acción de las fuerzas*. De acuerdo con este principio, los desplazamientos y las fuerzas interiores que surgen en el cuerpo elástico se consideran independientes del orden de aplicación de las fuerzas exteriores. Es decir, si en un sistema están aplicadas varias fuerzas, se pueden determinar las fuerzas interiores, las tensiones, los desplazamientos y las deformaciones de cada fuerza por separado y sumar después los resultados correspondientes a cada fuerza, obteniendo así el resultado de la acción de todas las fuerzas.

Supongamos que a cierto sistema se le aplica la fuerza  $P_1$ . El desplazamiento que esta fuerza origina en el punto  $A$  y en dirección, por ejemplo, del eje  $x$ , será según la expresión (0.1)

$$u_{A_1} = \delta_{x_1} P_1. \quad (0.2)$$

Supongamos ahora que se retira la fuerza  $P_1$  y en su lugar, pero en otro punto del sólido elástico, se aplica la fuerza  $P_2$ . El desplazamiento obtenido, originado por esta fuerza en el punto  $A$ , será,

$$u_A + \delta_{x_2} P_2. \quad (0.3)$$

Los coeficientes de proporcionalidad  $\delta_{x_1}$  y  $\delta_{x_2}$  serán, claro está, diferentes, puesto que las fuerzas  $P_1$  y  $P_2$  están aplicadas en distintos puntos del sólido.

Veamos ahora la acción simultánea de estas dos fuerzas  $P_1$  y  $P_2$ . Apliquemos al cuerpo elástico primero la fuerza  $P_1$  y después, sin retirar la primera, la fuerza  $P_2$ . Entonces, el desplazamiento del punto  $A$  será:

$$u_A = \delta_{x_1} P_1 + \delta'_{x_2} P_2. \quad (0.4)$$

El coeficiente  $\delta_{x_1}$  será el mismo que en la fórmula (0.2), ya que la fuerza  $P_1$  se aplicó al sistema sin carga. El coeficiente  $\delta'_{x_2}$  se diferencia del de la fórmula (0.3), puesto que la fuerza  $P_2$  se aplicó, no al sistema libre, sino al sistema solicitado por la fuerza  $P_1$ .

Si admitimos que los coeficientes  $\delta'_{x_2}$  y  $\delta_{x_2}$  son diferentes, deberemos admitir también que  $\delta'_{x_2}$  depende de la fuerza  $P_1$ , lo que contradice a la suposición fundamental sobre la dependencia lineal de los desplazamientos de las cargas exteriores. Es decir, que  $\delta'_{x_2}$  no depende de las fuerzas. La expresión (0.4) para  $P_1=0$  deberá coincidir con (0.3), es decir, que  $\delta'_{x_2} = \delta_{x_2}$  y, por lo tanto,

$$u_A = \delta_{x_1} P_1 + \delta_{x_2} P_2. \quad (0.5)$$

Es decir, el desplazamiento se determina como la suma de los desplazamientos de las fuerzas  $P_1$  y  $P_2$ . Si variamos el orden de aplicación de las fuerzas, se podrá, con los mismos razonamientos, llegar a la expresión (0.5). Por lo tanto, el resultado de la acción de las fuerzas no depende del orden de aplicación de ellas, lo que con facilidad se generaliza para el caso de cualquier número de fuerzas.

Así pues, el principio de superposición de las fuerzas se basa sobre la dependencia lineal entre los desplazamientos y las fuerzas y sobre la suposición, relacionada con la anterior, sobre la reversibilidad de los procesos de carga y descarga. Los sistemas para los cuales no es válido el principio del párrafo anterior sobre las dimensiones originales, revelan dependencias no lineales entre las fuerzas y los desplazamientos y para estos sistemas es inaplicable el principio de superposición de las fuerzas (véase por ejemplo el sistema de la figura 12). Al mismo tiempo, no todos los sistemas para los que es válido el principio de las dimensiones originales, se someten al principio de superposición de las fuerzas. Si para desplazamientos pequeños, las propiedades del material son tales, que los desplazamientos no dependen linealmente de las fuerzas, entonces el sistema

sometiéndose al primer principio, no se somete al segundo. El principio de superposición de las fuerzas es básico para la solución de la mayoría de los problemas de la resistencia de materiales.

**§ 7. Principios generales para el cálculo de los elementos de las estructuras**

El cálculo de una estructura tiene por objeto contestar el interrogante de si se cumplen o no las condiciones de seguridad que se le exigen a la misma. Para ello, es necesario comenzar por formular los principios que sirven de base para apreciar las condiciones de suficiente seguridad. Sin esto, el análisis de una estructura concreta no tiene objeto en sí. Si, por ejemplo, en una estructura se determinan las tensiones, es necesario saber previamente para qué se hallan y qué hacer con las tensiones determinadas. De la misma manera, si se determina la configuración del sólido deformado, es necesario saber aprovechar estos datos para juzgar sobre la seguridad de la estructura. Todas estas preguntas encuentran su respuesta al escoger el *método general de cálculo*.

El método más difundido de cálculo de la resistencia de las piezas de las máquinas y de los elementos estructurales es *el basado en las tensiones*. Este método se basa en el criterio, según el cual la seguridad de una estructura está determinada por la tensión o, mejor dicho, por el estado tensional del punto. El cálculo, según este método se realiza de la siguiente manera.

Basándose en el análisis de la estructura, se determina el punto del sólido donde aparecen las tensiones máximas. La magnitud obtenida de la tensión se compara con la tensión límite para el material dado que, a su vez, se obtiene de los resultados de los ensayos realizados con anterioridad. Comparando las tensiones obtenidas por el cálculo con las tensiones límites se juzga sobre la resistencia de la estructura.

Este es el método que se emplea en la mayoría de los casos prácticos. Pero no se debe pensar que este método es el único posible. En toda una serie de casos otros métodos resultan más efectivos. Puede ocurrir incluso que el cálculo por tensiones resulte inadmisibles, como ocurre, por ejemplo, al comprobar ciertas estructuras sometidas a grandes diferencias de temperatura (como la cáscara de un motor cohete de combustible líquido y otros).

En toda una serie de casos el concepto principal del método expuesto, según el cual las tensiones en un punto determinado se consideran como factor determinante al juzgar sobre la seguridad de toda la estructura, no siempre resulta correcto.

Veamos en calidad de ejemplo simple, para ilustrar lo dicho, una barra con ranura (fig. 14, a). Se puede demostrar que al traccionar dicha barra las tensiones en los puntos *A* situados en el vértice

de la ranura serán sensiblemente mayores que en el caso de una barra lisa traccionada por las mismas fuerzas (14, b). Partiendo del método de las tensiones, se deduce que la barra con ranura es menos resistente, es decir resiste menos carga que la barra lisa. Sin embargo, esto no siempre es así. Para algunos materiales como el acero de mucho carbono, el vidrio, la piedra y otros materiales semejantes, la barra con ranura resulta, en efecto, menos resistente que la barra lisa. Pero en el caso, cuando las barras son de acero de poco carbono, cobre,

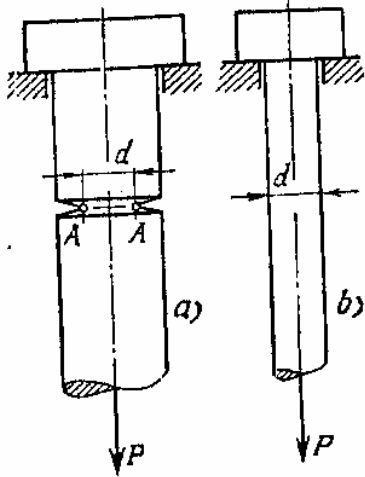


Fig. 14.

bronce o aluminio, la barra con ranura, inesperadamente, resiste una carga no menor sino mayor que la lisa. Así pues, las tensiones en un punto no siempre caracterizan cabalmente las condiciones de rotura de la estructura.

De acuerdo con lo expuesto, en algunos casos se emplea el *método de cálculo por cargas de rotura*. En este método el cálculo determina no las tensiones, sino la carga límite que puede resistir la estructura sin romperse o sin variar sensiblemente su forma. La carga límite (de rotura) se compara con la de trabajo y se llega después a las conclusiones pertinentes sobre el grado de resistencia de la estructura en las condiciones de trabajo.

Este método tiene un defecto y es que la determinación de la carga de rotura es factible solamente en las estructuras más simples.

Los métodos de cálculo se escogen teniendo en cuenta las condiciones de trabajo de las estructuras y las exigencias que se plantean. Si se trata de conseguir las deformaciones mínimas de la estructura, por ejemplo, al diseñar el refractor de un foco o el sistema de espejos para un dispositivo astronómico, el cálculo se realiza por los *desplazamientos admisibles* o, como se dice, se hace el *cálculo de la rigidez*. Esto no excluye, claro está, que para este mismo sistema sea comprobada también la resistencia por las tensiones.

Aparte de estos métodos de cálculo, existen otros métodos que están relacionados con otros fenómenos de distinta naturaleza, como, por ejemplo, la estabilidad, el efecto de las cargas repetidas, sollicitaciones dinámicas y otros.

El curso de resistencia de materiales no pretende dar normas fijas sobre cómo y cuándo se debe emplear cada uno de los métodos expuestos de cálculo de estructuras concretas.

La resistencia de materiales da solamente los métodos prácticamente aceptables para la solución de problemas relacionados con la determinación de las tensiones, deformaciones, desplazamientos, cargas de rotura, etc., en los elementos típicos de las estructuras. El

problema sobre el grado de seguridad de la estructura, en las condiciones dadas, se estudia principalmente en cursos tales como el curso de piezas de máquinas, curso de resistencia de aviones, curso de resistencia de barcos y otros.

Sin embargo, al estudiar la resistencia de materiales no debemos olvidarnos que la determinación de las tensiones y desplazamientos no es, de por sí, la meta, sino que después de la determinación de estas magnitudes, nos encontramos con la necesidad de emplear los resultados obtenidos, al juzgar sobre la seguridad de la estructura.

**C- DIVERSOS MATERIALES  
DEL IC**

### Estabilidad I

#### DOS DEFINICIONES

##### **ESTRUCTURA**

Organización material destinada a mantener la forma, con adecuados márgenes de seguridad, durante un período de tiempo determinado.

##### **EQUILIBRIO ESTABLE EN EL PLANO**

Para que se pueda hablar de una estructura en equilibrio estable, deben darse simultáneamente y para todos los estados de carga previsibles las siguientes condiciones:

##### **I. EQUILIBRIO GLOBAL**

Para que no exista movimiento, deben cumplirse las tres ecuaciones de equilibrio (sumatoria de fuerzas horizontales y verticales igual a cero y sumatoria de momentos con respecto a cualquier punto igual a cero) para la globalidad de la estructura, con vínculos suficientes y adecuadamente diseñados y dispuestos.

##### **II. EQUILIBRIO DE LAS PARTES**

Puede considerarse la existencia de subsistemas que descargan unos en otros, los cuales deben estar adecuadamente vinculados entre sí, construidos con materiales en calidad, cantidad y forma adecuadas y suficientes.

El equilibrio de todos los subsistemas considerables ("las partes"), debe cumplir las mismas condiciones del equilibrio global. Ello se dará hasta el nivel molecular. El equilibrio implica entonces, el no fallo.

##### **III. ESTABILIDAD DE LA FORMA**

- No sólo no deberán producirse roturas ni colapso, sino que tampoco **DEFORMACIONES EXCESIVAS**. Las deformaciones deben ser acordes a la función
- Frente a un sistema de cargas determinado, debe existir una deformación **ÚNICA, PREVISIBLE y CONTROLADA**

*Estas condiciones implican deformación, no movimiento.*



## ESTABILIDAD DE LAS CONSTRUCCIONES I

### El equilibrio estable

El equilibrio estable de una estructura comprende:

- a) El equilibrio global
- b) El equilibrio "de las partes"
- c) La estabilidad de la forma

Se estudiará el edificio que se vincula con el suelo estructural, al que le va a "transmitir" el peso propio y las demás acciones que recibe.

- a) **Equilibrio global** El suelo le permitirá el primer nivel de equilibrio, sin traslación vertical ni horizontal ni giros en la estructura. Para ello es necesario que se establezcan apoyos sobre el suelo de acuerdo a la naturaleza del mismo, al carácter de las acciones transmitidas y en definitiva, al diseño estructural en cuestión. Se tendrá una o varias reacciones del suelo, que globalmente, resultarán, iguales y contrarias a las acciones recibidas, determinando el equilibrio global.

♦ **En lo abstracto** y para el estudio de la estructura en un plano, tendremos tres ecuaciones de equilibrio:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M = 0$$

Ello se puede trabajar gráficamente, las tres condiciones se traducen en polígono de fuerzas cerrado (resultante nula) y funicular cerrada ( $\sum M = 0$ ).

Estudiando la estructura espacialmente, tendremos seis ecuaciones de equilibrio:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_z = 0$$

$$\sum M_x = 0$$

$$\sum M_y = 0$$

$$\sum M_z = 0, \text{ momentos respecto a cada uno de los ejes.}$$

- ◆ **En lo concreto** para el diseño, para que el equilibrio global sea posible, **deben existir en la estructura los elementos necesarios convenientemente diseñados y convenientemente dispuestos.**

**b) En el equilibrio de las partes** del sistema, considerado este como un conjunto de cuerpos, los desplazamientos de las partes entre sí son limitados y conservan la organización de las acciones recíprocas de los elementos del sistema (interacciones). Cada elemento de la estructura recibe acciones, tiene un peso propio, transmite acciones, debe estar equilibrado en sus uniones con los otros elementos estructurales, en un corte cualquiera de un elemento (una sección), y hasta el nivel molecular. El material, la forma y la cantidad de materia (el área de la sección) deben ser tales y ser suficiente para que, con pequeñas deformaciones, soporten las acciones y reacciones sucesivas.

- ◆ **En lo abstracto,**

- en los vínculos hay que hacer el estudio de las ecuaciones de equilibrio
- en las secciones, aparecen los estudios relacionados con la resistencia de los materiales

- ◆ **En lo concreto,** recibiendo las diferentes cargas, la deformación de cada subconjunto del sistema debe quedar limitada. De lo contrario, algunos elementos de la estructura pueden fallar y como están unidos entre sí, la estructura puede colapsar o no cumplir con la función asignada en el sistema. También pueden aparecer incompatibilidades con los otros elementos del sistema que se le vinculan, o resultar una incompatibilidad de la forma con el pensamiento del espacio y por ende, con las actividades a albergar. Todo ello implica diseño.


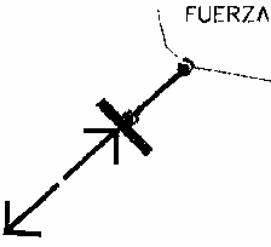
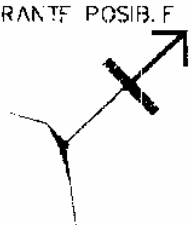
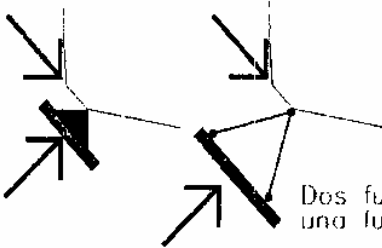


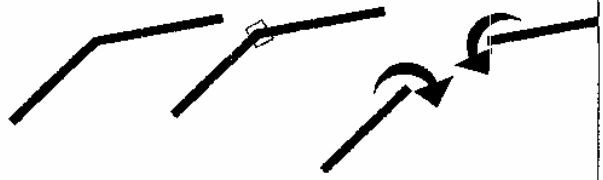
**c) La estabilidad de la forma.**

La deformación del conjunto y de cada una de las partes, frente a un sistema de acciones dadas, debe ser:

- **Única**
- **Controlada**
- **Previsible**
- **Compatible**

- ◆ **En lo abstracto,** no se puede llegar a valores de acciones que provoquen un equilibrio indiferente o la inestabilidad que puede llegar a la rotura.

- ◆ **En lo concreto,** se relaciona con la capacidad de recuperación de la forma de la estructura una vez eliminada la carga, o sea con la no disipación de la energía de la deformación: elasticidad.

VÍNCULOS PARA ANÁLISIS PLANO -modelo-		
<b>1<sup>er</sup>. orden:</b> <b>Movimientos Impedidos:</b> desplazamiento según una dirección, (cant. 1) <b>Reacción posible:</b> fuerza según la dirección del movimiento impedido		
TIPO:		
<b>APOYO DESLIZANTE</b>  FUERZA EQUILIBRANTE POSIBLE	<b>BIELA</b>  FUERZA EQUILIBRANTE POSIB. F	<b>TENSOR</b>  FUERZA EQUILIBRANTE POSIB. F
<b>2<sup>er</sup>. orden:</b> <b>Movimientos Impedidos:</b> desplazamiento según dos direcciones, (cant. 2) <b>Reacción posible:</b> dos fuerzas, cada una, según cada una de las direcciones de movimiento impedido (o sist. equivalente)		
TIPO:		
<b>ARTICULACIÓN FIJA</b>  Dos fuerzas concurrentes incógnitas equivalentes a una fuerza por el punto de dirección incógnita	<b>ARTICULACIÓN</b> 	
<b>3<sup>er</sup>. orden:</b> <b>Movimientos Impedidos:</b> desplazamiento según dos direcciones, y giro, (cant. 3) <b>Reacción posible:</b> dos fuerzas, y un momento		
TIPO:		
<b>EMPOTRAMIENTO</b> 	<b>VÍNCULO CON CONTINUIDAD</b> 	

## ISOSTATICIDAD - HIPERESTATICIDAD

Todo movimiento posible, de una estructura supuesta como rígida (un rígido), en el plano, puede considerarse formado por un desplazamiento más una rotación. El desplazamiento puede considerarse, en el plano, como formado por dos desplazamientos según ejes coordenados dados,  $\Delta x$  y  $\Delta y$ .

Las fuerzas y momentos equilibrantes, para cada sistema de acciones, impiden el movimiento. Las ecuaciones de este equilibrio son las ya planteadas:

$$\sum f_{ix} = 0 \quad \sum f_{iy} = 0 \quad \sum M(f_i) = 0$$

Lógicamente en el sistema de fuerzas consideradas están las activas y las reactivas (incógnitas en principio). Analíticamente, es un sistema de tres ecuaciones. Se ve entonces que alcanza con "fijar" el rígido con un vínculo de tercer orden, o con uno de segundo orden y otro de primer orden, o con tres de primer orden. Es decir la estructura globalmente tiene tres grados de libertad y los vínculos indispensables son los que limitan esos tres grados de libertad. Tenemos en estos casos tres ecuaciones con tres incógnitas. Las tres incógnitas serán el momento reactivo y las dos fuerzas reactivas en el caso de equilibrar mediante un empotramiento, o tres fuerzas reactivas en los otros dos casos. En este último caso los vínculos deben estar dispuestos de forma de que la recta soporte de cada una de las tres fuerzas, no deben ser concurrentes, las tres en un punto. Hasta aquí hablamos de esquemas de estructuras isostático, es decir, con el número indispensable de vínculos, y vimos que con las 3 ecuaciones de equilibrio será suficiente para determinar los esfuerzos en los vínculos (ecuaciones de equilibrio tratadas gráfica o analíticamente).

Alcanza con estudiar algunos casos para que se comprendan estas situaciones.



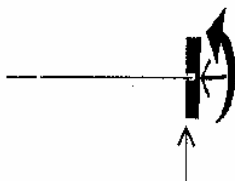
INCÓGNITAS, 3, ECUACIONES, 3, ISOSTÁTICO



INCÓGNITAS, 5, ECUACIONES, 3, HIPERESTÁTICO



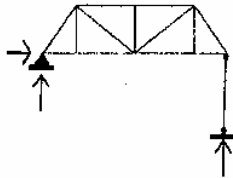
INCÓGNITAS, 2, ECUACIONES, 3, INESTABLE



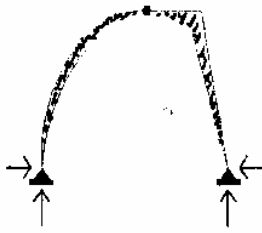
INCÓGNITAS, 3, ECUACIONES, 3, ISOSTÁTICO



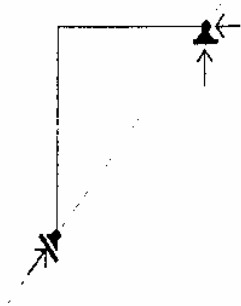
INCÓGNITAS, 6, ECUACIONES, 3, HIPERESTÁTICO



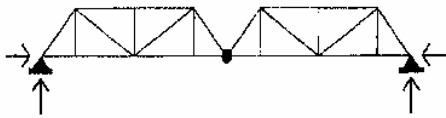
INCÓGNITAS, 3, ECUACIONES, 3, ISOSTÁTICO



INCÓGNITAS, 4, ECUACIONES, 4, ISOSTÁTICO



INCÓGNITAS, 3, ECUACIONES, 3, INSTABLE



INCÓGNITAS, 4, ECUACIONES, 4, INSTABLE

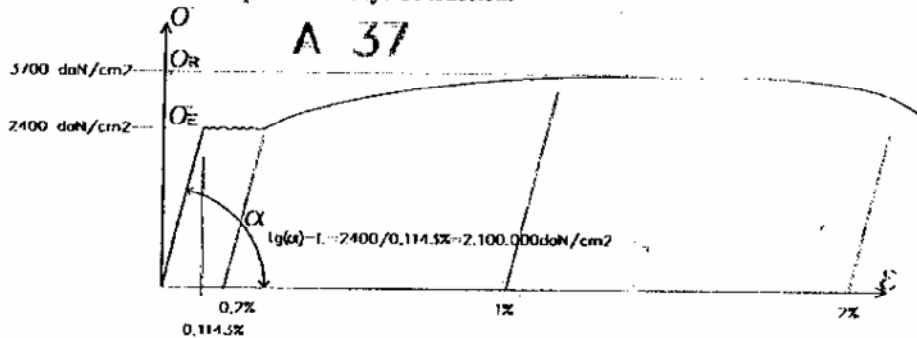
## MODELO DEL MATERIAL

Como modelo asumimos material homogéneo, continuo e isótropo, lo que resulta suficiente para el análisis de estructuras, salvo en situaciones especiales. Permite esta hipótesis la definición del concepto de tensión, y posibilita la aplicación del análisis finito y la continuidad para el estudio de los problemas. Lo aplicaremos para las estructuras de acero, y para la madera con algunas consideraciones a realizar en cada caso, el análisis en hormigón armado obliga a considerarlo como un material formado por dos materiales, acero, y hormigón con sus particularidades. Lo veremos en su momento.

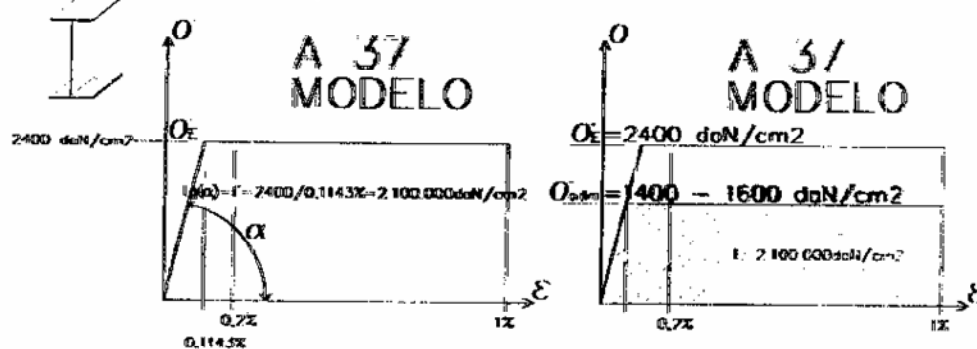
Fijemos la atención como referencia en el acero.

El material será caracterizado, además de la modelización genérica, por propiedades evaluadas en ensayos de laboratorios. Los valores obtenidos responden a consideraciones estadísticas, propias de series de ensayos.

A modo de referencia, presentemos los resultados característicos (dicho con un sentido estadístico) para un acero A37 (norma española NBE EA95). Representamos tensiones contra deformaciones relativas para un ensayo de tracción.



Como modelo usamos un diagrama bi-rectilíneo, hasta una deformación de 1%, con límite elástico 2400, es decir el del ensayo.



Como tensión admisible, o tensión de referencia tomamos en el gráfico rayado, 1400 o 1600 que resultan de tomar un coeficiente de seguridad sobre el límite elástico  $\sigma_E=2400$ . Ese coeficiente

según el elemento y la norma de referencia es 1,70 o 1,50. De ahí  $\sigma_{adm.} = 1400$  a 1600  $\text{daN/cm}^2$ . Para este acero, común en la perfilaría de nuestro medio, usaremos 1400 para ganar simplicidad, del lado de la seguridad. Se debe no obstante, afiliarse a una normativa concreta para cada caso.

El diagrama modelo adoptado consta de una rama en la que el material se comporta en régimen elástico y lineal (se cumple la ley de Hooke), hasta que se alcanza una determinada tensión, "tensión de fluencia" o "límite elástico" conceptos diferentes que coinciden numéricamente en el diagrama adoptado. A partir de dicha tensión el material se comporta en régimen perfectamente plástico.

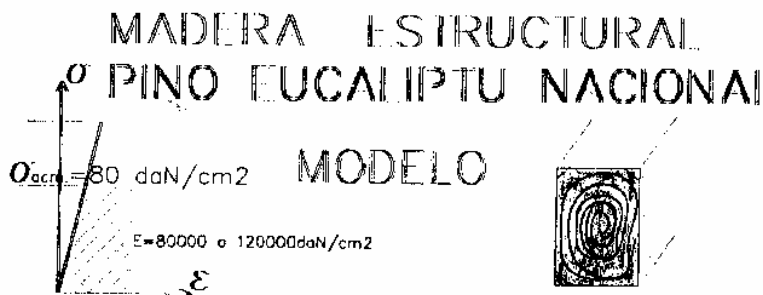
El dimensionado de las secciones en acero si se realiza en régimen elástico, también llamado de tensiones admisibles, o método clásico, conduce a asegurar que la tensión máxima que se produce en cualquier punto de la sección, no supere el valor de la tensión admisible que hemos

determinado minorando el valor del límite elástico. Se pretende en definitiva, dimensionar los elementos de una estructura con suficiente seguridad frente al riesgo de fallo.

Para aceros que no tiene marcado un límite de fluencia, se define un límite convencional de fluencia, como la tensión que produce en el acero una deformación remanente del 0,2%, y se le suele designar como  $\sigma_{0,2}$ .

Esto sucede por ejemplo en aceros endurecidos por torsión en frío, o en los de tipo inoxidable. Para la madera, usaremos criterios similares al planteado para el acero en análisis elástico. La información de ensayos de laboratorio es en este caso muy dispersa y el mercado de la madera no clasifica por categorías con rigor, desde un punto de vista estructural, la calidad de la madera. Por lo tanto deben realizarse ensayos en cada caso o usar valores muy conservadores.

Usaremos como  $\sigma_{adm.} = 80 \text{ daN/cm}^2$ , para pinos y eucaliptos nacionales, en elementos adecuadamente elegidos para trabajos estructurales.



\* Se harán consideraciones similares para el control de las tensiones tangenciales, definiéndose en ensayos la  $\tau_{adm.}$  en cada caso, tanto para acero como para madera.

\* No nos detuvimos en el análisis del coeficiente de seguridad, que en las normas tiene diferente tratamiento, formándose a veces como el producto de diferentes coeficientes que intentan valorar la situación concreta.

\* No abordamos la problemática de la determinación de la situación que provoca la aparición de deformaciones plásticas, tomamos como criterio el control de las tensiones, en forma independiente. A modo de ejemplo, digamos, que el control de la energía potencial elástica de la deformación tangencial (distorsión debido a las tensiones tangenciales), resulta un criterio sólido y en uso, y que para la tracción pura coincide en sus resultados, con el criterio simplista adoptado.

\* Puede realizarse el análisis en régimen plástico y referir el cálculo a la tensión de rotura, es la tendencia normativa presente, pero, la redistribución de solicitaciones y tensiones que con lleva el paso de un análisis en "servicio" a el estudio en la rotura, representa un paso posterior didácticamente, y no lo abordamos.

# El uso de modelos en el proceso del diseño estructural en arquitectura

Este trabajo es el resultado de un esfuerzo conjunto de todos los integrantes de la Cátedra de Estabilidad 1, y que fuera comenzado con la Profesora Arq. Felicia Gilboa, a quien pertenecen gran parte de las ideas aquí volcadas.

Vaya a ella un agradecimiento por todo lo que nos enseñó, en lo técnico y en lo humano.

Arq. Ricardo Vidart

## I. Introducción

Este trabajo se propone apoyar al alumno a comprender la instancia de "modelización" de las estructuras en Arquitectura y cómo el estudio y la creación de las mismas se hace sobre la base de **modelos** con los que se trabaja como si se tratara de la realidad misma. Será la práctica la que validará el modelo, proporcionando elementos para su superación o descalificación, promoviendo el surgimiento de otros nuevos.

Se aspira capacitar al alumno para:

1. Comprender la necesaria existencia de una estructura resistente en los edificios y ser capaz de reconocerla en todos los casos. El rol resistente no es ni debe ser necesariamente el único que cumpla la estructura.
2. Poder aislar conceptualmente la estructura del edificio considerado globalmente.
3. Captar que esa estructura articula todos los esfuerzos que actúan sobre el edificio, los que deberá "canalizar" hasta el suelo.
4. Aprender que la manera en que se "canalizan" dichos esfuerzos no es arbitraria.
5. Llegar a comprender que esa estructura puede dividirse en subunidades.
6. Comprender que cada subunidad tiene un comportamiento determinado y que se vincula a las otras subunidades mediante dispositivos específicos.
7. Entender que esos elementos de enlace ("vínculos") tienen, a su vez, diversos comportamientos, y que estos comportamientos condicionan al conjunto.



8. Comprender que los comportamientos de las subunidades estructurales y de sus vínculos son complejos, pero que tienen rasgos relevantes que permiten clasificarlos en relativamente pocas categorías.
9. Llegar al convencimiento que todo lo anterior supone un esfuerzo intelectual que se apoya en un recurso: **el uso de modelos**.

Estas aseveraciones dejan sentado el hecho que se asume la estructura como parte inseparable del edificio, formando con él un todo único. Sólo se la puede aislar con herramientas del pensamiento abstracto.

Por ende, la estructura nace conjuntamente con la concepción general del edificio y crece junto a él, tal como todos los aspectos funcionales, formales, estéticos, sociales, económicos, técnicos y todos aquellos que, en fin, vierten en la arquitectura.

## II. Conceptos generales

### A. El uso de modelos

El uso de **modelos** no es exclusivo del estudio de estructuras en arquitectura. Acompaña cada instancia del pensamiento científico y técnico y, podría decirse, cada instancia del pensamiento cotidiano, aunque no se tenga conciencia de ello.

Para estudiar el tema, se desarrollará brevemente su ubicación en el proceso del pensamiento abstracto.

Profundizar en estos aspectos llevaría a incursionar en la teoría del conocimiento, disciplina que no es la nuestra, pero en la que deberemos apoyarnos. Teoría que cuenta con tantos enfoques como corrientes filosóficas han sido creadas a lo largo de la historia de la sociedad humana.

Siempre es necesario reconocer la diferencia entre un objeto o proceso concreto (lo "concreto real") y la representación que de él se tiene en la corteza cerebral, elaborada a través del proceso del conocimiento (lo "concreto representado" o "concreto pensado")

Mientras que lo concreto real existe independientemente de que se lo conozca o no, lo concreto representado es una imagen de él, inevitablemente parcial y teñida del subjetivismo del o los sujetos que se lo representan.

Pero toda actividad humana está regida por el conocimiento que se tenga de la realidad, por lo que, en su acierto o error, la calidad del conocimiento ilumina la acción y se valida en ella.

Confrontando, a través de la verificación de la práctica, lo concreto real con lo concreto pensado, es posible medir las divergencias que presenten, ajustando progresivamente la imagen, para lograr una mejor correspondencia con la realidad.

El carácter parcial de lo concreto pensado está determinado, además, por los aspectos del objeto real que conformaron el objetivo del proceso del conocimiento. De allí que cada vez que se recorre el camino de lo concreto real a lo abstracto y luego nuevamente a lo concreto pero en el plano de pensamiento, se lo hace con un determinado objetivo, el cual dirigirá el proceso cognoscitivo. Se irán seleccionando los aspectos que se aprecian como esenciales y descartando todos aquellos que van resultando irrelevantes para el objetivo propuesto.

Se irá elaborando así, en un iterativo camino entre realidad y pensamiento, una imagen del objeto real, en la que quedará focalizado el aspecto que orientó el estudio, generalizando el concepto de objeto al de *proceso material concreto*.

Mientras que al pasar de lo concreto sensorial a lo abstracto se aplica sobre todo el análisis, el procedimiento de investigación más importante para ascender de lo abstracto a lo concreto es la síntesis.

El objetivo principal estriba en reproducir en el pensamiento todo el sistema de relaciones y nexos característicos del objeto dado como integridad, en el marco del objetivo del estudio.

Se llega así a un segundo objeto de dimensiones menores que el primero, a condición que puedan ponerse ambos en relación biunívoca. Se pasa de un objeto complejo a un sistema más sencillo, con la peculiaridad que focaliza un determinado aspecto o propiedad del objeto real, y que es el objetivo del estudio. Se reduce la complejidad del objeto real a sistemas más simples, resaltando el funcionamiento del todo o de las partes.

Surge así un **modelo**.

**Modelo** del universo o de una parte de él, y de un conjunto de reglas que relacionan las magnitudes del **modelo** con las que surgen de la experiencia sensorial. Estas magnitudes son las **escalas**, las que tendrán diferentes características según sea el objeto real y su imagen.

Será un buen **modelo** si satisface dos requisitos:

- debe describir con precisión un amplio conjunto de observaciones sobre la base de un número acotado de parámetros más o menos arbitrarios
- debe ser capaz de predecir positivamente los resultados de observaciones futuras

Cada **modelo** describe y predice un número restringido de observaciones, despreciando los efectos de otras.

De lo antedicho se desprende que habrá tantos **modelos** como aspectos del objeto real concreto puedan despertar interés.

## **B. Validez de los modelos**

Los **modelos** que mejor se confirman en la práctica son sencillos, aunque puedan ser muy complejos y profundos. Pero a veces puede ser dificultoso trabajar con **modelos** que siendo muy precisos, resulten engorrosos en su manejo. Puede resultar conveniente entonces, hacerlos más simples y operativos, aunque esto lesione la correspondencia con la realidad. Habrá que buscar, pues, criterios que disminuyan la brecha que pueda quedar, de modo de dar garantía a la acción. Toda simplificación será válida únicamente si queda del lado de la seguridad

Cualquier **modelo**, que tendrá necesariamente una teoría que lo sustente, es siempre provisorio. Está basado en hipótesis extraídas de la experiencia y nunca se puede estar seguro que la próxima vez los resultados no vayan a contradecirlo. Puede llegar a suceder que un **modelo** y la teoría que lo valida, lleguen a ser rechazados si una única observación contradice sus predicciones dentro del margen de su validez, aunque no siempre es así, ya que muchas veces su validación se rige por las leyes de la probabilidad y la estadística.

El rechazo de un **modelo** hará que se construya uno nuevo, que posiblemente esté sustentado por una teoría que incluya a la anterior y le dé mayor generalidad.

Es necesario recalcar que nunca se podrá lograr una identidad total y absoluta entre lo concreto real y su **modelo**, ya que precisamente, el modelo es una imagen simplificada y parcial de lo real, elaborada para comprender determinados aspectos específicos. El proceso de conocimiento es necesariamente asintótico a lo real.

Como la interpretación de la realidad y también todo trabajo creativo que procure modificarla se hace sobre la base del conocimiento que de ella se tenga, **se esta siempre trabajando sobre modelos**. Si los **modelos** se ajustan satisfactoriamente a lo real, también pueden ser satisfactorias las conclusiones a que se llegue, y la práctica verificará los resultados. De lo contrario, será necesario corregir los **modelos**, profundizándolos y adaptándolos al nuevo nivel de conocimiento. Si bien nunca se podrá lograr una identidad total entre lo concreto real y su modelo, siempre es posible determinar cuál es el grado de precisión que se aspira obtener y cuál es el que efectivamente se ha logrado.

Los **modelos** útiles serán sistemas discretos, con un número limitado de elementos, despojados de todos los factores no susceptibles de influenciar en el trabajo del sistema.

### C. Representación de los modelos

Prácticamente cualquier modelo acepta materializarse en una representación concreta, ya sea gráfica, espacial o verbal, en tanto cumpla los crite-

rios señalados, tales como la escala y la relación biunívoca. Esta representación o imagen, también resulta ser un **modelo**.

Si bien no existe, en rigor, una diferencia sustancial entre los **modelos** y sus representaciones, éstas tienen características más vinculadas a lo operativo y destacan como herramientas de gran valía, principalmente en instancias de experimentación.

En general, cualquier representación supone plasmar materialmente en una imagen, no ya la realidad misma sino el **modelo** que sobre un aspecto de ella y con un determinado objetivo, se haya elaborado en el plano del pensamiento.

### III. Conceptos particulares

#### A. El proceso creativo arquitectónico

La creación en Arquitectura se desarrolla en un proceso en el que se va concretando la obra, hasta su materialización definitiva, su uso y preservación a lo largo del tiempo.

Es un proceso de marchas y contramarchas en el que se pasa de la inspiración creativa primigenia a su primera concreción en el papel, en un progresivo movimiento de concretización permanente. Ya no se trata de conocer la realidad, sino de generar en la realidad procesos materiales antes inexistentes.

Sólo que fue el conocimiento de la realidad, en sus aspectos sociales e históricos más profundos, el que habilitó la instancia creadora. La idea original no existía apriorísticamente en la realidad, pero surgió como una síntesis particularísima y personal de elementos tomados de la realidad misma.

Y como en todo proceso del pensamiento, el uso de **modelos** aparece como una herramienta insustituible.

Estos **modelos**, representación reducida y simplificada de la realidad, permiten operar adecuadamente a efectos de dirigir la acción creadora.

Y qué otra cosa sino **modelos** son todos los recaudos que preceden a la construcción y de cuya precisión dependerá definitivamente la calidad de la obra.

Pero ésta no habría sido posible de no haber estado guiada por el conocimiento social e históricamente obtenido, el cual está seguramente plasmado, precisamente, en algún **modelo**.

Trabajar sobre **modelos** tiene la ventaja de permitir operar sobre ellos tal como si se tratara del propio hecho real, con la conveniencia de su escala

reducida y la ausencia de riesgos frente a la probabilidad de desaciertos.

Dado que la escala de la creación arquitectónica en la que se inscribe nuestra asignatura es la del edificio, a esta escala de intervención limitaremos nuestro estudio

El edificio es un hecho material complejo, como también lo es su concreción. Como todo objeto de la realidad, es pues, como ya advertimos, inabarcable en toda su extensión por la mente humana. No obstante, los hombres construyen y construirán edificios y serán hombres los que los harán cada vez mejores en la evolución del progreso social. Y precisamente el hecho de su infinitud y complejidad obliga a que, para concebirlos y construirlos, se tuviera que recurrir a herramientas de pensamiento adecuadas.

Es trabajo del arquitecto organizar el espacio donde se desarrollará la vida social humana. Este espacio implica las nociones de forma, confort y construcción relacionadas ente sí. Conceptos estos insertos en un medio y un período histórico determinados.

El proceso de proyectación en arquitectura tiene su punto culminante con la concreción de la obra, momento en que el acto creativo adquiere su razón de ser y su valor, a condición de preservarlo adecuadamente durante lo que se estimó será su vida útil.

Este proceso es tan complejo como toda actividad del pensamiento creativo. Y está regido por las mismas leyes.

Pero en todos los casos, nos enfrentamos siempre a las sutiles relaciones entre la realidad y el pensamiento, entre lo concreto y lo abstracto, entre el análisis y la síntesis en un camino iterativo, desde ideas a hechos materiales y luego, nuevamente de hechos materiales a ideas, en una espiral ascendente que culminará en la obra construida y su preservación.

En este proceso creativo intervienen múltiples vertientes. Solo que su presencia si bien continua, no siempre es homogénea a lo largo del tiempo. Cada una de ellas tiene un peso relativo diferente, no sólo cuando la obra esté construida, sino también en cada etapa de su concepción y construcción. Aparece así un tronco principal formando sistemas y subsistemas variables en cantidad y valor relativo en cada instancia. Pero los subsistemas adquieren, en determinado momento tal autonomía que pueden ser tratados en forma autónoma e independiente, sin desmedro de su franca pertenencia al tronco matriz.

El diseño estructural es uno de estos subsistemas. La estructura de un edificio, ese sistema material que define y mantiene la forma definida a lo largo del tiempo, adquiere, como cualquiera otra de las vertientes de la arquitectura, la posibilidad de estudiarse independientemente. Pero con la independencia de aquello que es parte de un todo que lo contiene.

Y destaca como de la mayor importancia tener presente que el diseño estructural interviene decisivamente en la limitación y caracterización espacial y en la definición formal del proyecto.

## B. El pensamiento técnico en arquitectura

La relación del arquitecto con la técnica no es localizable en un momento determinado de su trabajo creativo, sino que es continua, aunque con diversos grados de profundidad en cada instancia. Desde la consideración del programa, pasando por el trabajo de concepción y puesta a punto del proyecto definitivo, existe siempre un pensamiento técnico. Sin duda está presente la técnica en la etapa de dirección y control de la ejecución de la obra. Y asimismo lo estará durante su vida útil, en las tareas de mantenimiento.

Un problema no menor es resolver la problemática de cómo enseñar a construir. Por ser un hecho social, la creación arquitectónica no admite enseñar sobre la base de prácticas reales. La enseñanza debe contribuir al conocimiento y comprensión del quehacer arquitectónico en todas sus escalas y aspectos, como así también, en todos los momentos del proceso creativo, de una manera que sustituya el construir mismo. Por eso se trabajará sobre **modelos**. Pero por encima de todo, la enseñanza superior debe contribuir a que el estudiante adquiera progresivamente su autonomía y se separe de las estrategias que la enseñanza le impone por necesidad de aprendizaje. En consecuencia, es necesario dotar al estudiante de conocimientos y prácticas que le permitan adquirir la formación que lo habilite al quehacer y la capacidad de auto formación, para que pueda determinar sus propias estrategias y esté en condiciones para dar solución a un número ilimitado de situaciones no rutinarias.

Esta formación debe constituir un conjunto que articule:

- Un pensamiento científico, orientado hacia la producción de conocimientos, es decir hacia la descripción y la modelización de un dominio de la realidad.
- Un pensamiento técnico, basado en:
  - a) las ciencias aplicadas, con sus procedimientos de modelización y de cuantificación de fenómenos físicos verificados estadísticamente, destinados a informar y orientar ciertas decisiones técnicas para controlarlas y dotarlas de seguridad
  - b) el saber práctico del artesano, del hombre de oficio o de empresa, fundado sobre un conocimiento práctico-empírico, capaz de completar la prescripción técnica, de adaptarla y de garantizar la buena ejecución

en una instancia creadora del proyecto, cuya finalidad es la de asumir las diversas decisiones concernientes a la definición técnica del edificio, ba-

sándose en una modelización de la realidad, y en el conocimiento de los fenómenos a dominar.

#### IV. La estructura en arquitectura

##### A. Estructura edilicia

Como ya advertimos, una estructura es una organización material que define una forma y la mantiene, durante un período de tiempo determinado.

Esto es válido para cualquier objeto y por cierto que lo es para un edificio. Pero aprehender la estructura en un edificio no es tarea inmediata.

Se trata de reconocer aquellos elementos que, por ser responsables del mantenimiento de la forma, no pueden eliminarse sin que se resienta la estabilidad del conjunto. Estructura y estabilidad son conceptos que no pueden disociarse. Estabilidad del edificio considerado globalmente, de cada una de sus partes, llegando hasta el propio nivel molecular y, por supuesto, estabilidad de su forma.

Cuando se trata de reconocer y aprehender la estructura en un edificio existente, será necesario un proceso de aproximación progresiva, descubriendo las unidades funcionales que la componen y sus enlaces mutuos. Esta tarea es impensable sin el recurso de los **modelos**.

Para el caso de tener que diseñar una estructura, será necesario plantearse diversas opciones que irán acompañando la gestación de los espacios y tendrán que reafirmar las ideas creadoras, enfatizando su concepción. Se irán así eligiendo los **modelos** que correspondan.

##### B. Modelización estructural

No es posible resolver los problemas del diseño y la construcción de estructuras teniendo en cuenta la totalidad y multiplicidad de sus propiedades. El uso de **modelos** se revela como el único camino posible.

Son variados los **modelos** que se emplean en la tarea del diseño de estructuras. Al despojar a la construcción de todas las particularidades insenciales para el fin estructural, aparecen variados **modelos particulares**.

Entre ellos se hace difícil establecer un orden, ya que su vinculación dialéctica hace que se den mutuo sostén. Sin embargo es posible reconocer cierta jerarquización, partiendo de lo más general, destacándose, entre

otros:<sup>1</sup>

### 1. Modelos de funcionamiento teórico

Descomposición del sistema global en unidades más simples (unidades funcionales), destacando la transmisión de acciones y la interacción entre cada una, resaltando el funcionamiento del todo y de las partes.

Este modelo permite estudiar separadamente cada unidad funcional o conjunto de unidades funcionales como un subsistema independiente. La selección para hacer este estudio está directamente vinculada al **modelo de cálculo** que se elija.

Se toman las acciones que recibe (ya sean acciones externas, como transmisión de acciones provenientes de otras unidades funcionales) y las descargas que transmite a las unidades funcionales que le brindan el equilibrio. Esto supone aceptar un **modelo de vínculos**.

El **modelo de funcionamiento** no sólo refiere a la interpretación de una estructura existente o a una propuesta de diseño estructural, sino también a los procedimientos constructivos involucrados en su concreción material.

La subdivisión en sistemas más simples puede hacerse tan exhaustiva como sea necesario, pudiendo incluso llegarse a nivel molecular.

En general se toman sistemas que puedan estudiarse como unidades funcionales estructurales para el estudio de las sollicitaciones y elementos diferenciales para el estudio tensional.

Definidas estas subunidades podrán plantearse, a través de los **modelos geométricos**, los *esquemas* que representarán a estas unidades y las acciones y reacciones a las que están sometidas, para poder estudiar las sollicitaciones.

### 2. Modelos de visualización

Representación gráfica, generalmente espacial, en donde pueden reconocerse las unidades funcionales, las acciones que reciben y cómo se transmiten los esfuerzos de una a otra, hasta llegar al plano sustentante, donde se concretará el equilibrio global.

### 3. Modelos geométricos

Reducción de una unidad funcional a su esencia geométrica. Supone determinar cuál o cuáles son sus dimensiones fundamentales y su-

---

<sup>1</sup> Ver cuadro final



poner toda la materia concentrada en su fibra media. Cuando predominan las tres dimensiones, su representación será espacial (represas); cuando predominan dos sobre la tercera, su representación será una superficie (cáscaras, bóvedas, losas) y cuando sólo predomina una dimensión sobre las otras dos, su representación será una línea (vigas, pilares, barras de un reticulado)

Para el caso del estudio tensional se podrá elegir entre otros:

- un cubo diferencial elemental
- una sección plana o curva
- un eje

#### 4. Modelos de vínculos

Los elementos de enlace entre las diferentes unidades funcionales entre sí y con el plano de fundación (vínculos), pueden agruparse para su estudio en distintas categorías, según los movimientos que puedan impedir a la unidad funcional en estudio, y los esfuerzos que transmitirán al resto de la estructura. Por tratarse de **modelos** interesan los comportamientos predominantes y no los comportamientos teóricamente puros. Esto equivale a decir que se trata de considerar su capacidad eficiente de oposición a ciertos movimientos, descartando otros, para los cuales su capacidad de oposición, sin ser nula, pueda resultar ineficaz o despreciable. En nuestro curso sólo estudiaremos los vínculos que impiden movimientos en forma total, dejando para cursos posteriores los casos de situaciones intermedias.

Los vínculos deben garantizar el equilibrio, o sea, la ausencia de movimiento, para lo cual actuarán solos o en forma combinada y adecuadamente dispuestos.

Los movimientos que pueden darse en una estructura se desarrollan en el espacio. Un primer paso a su modelización resulta de simplificar estos movimientos reales estudiando como se expresan en distintos planos. Definiendo con precisión las hipótesis de validez, pueden dar cuenta de la realidad al superponerlos.

El movimiento de un sólido en el plano siempre se puede reducir a una traslación y un giro. La traslación es analizable como la composición de dos traslaciones en dos ejes, generalmente perpendiculares. De ello, impedir movimientos se reduce a impedir una traslación, las dos, o las dos y el giro.

Estos movimientos llevan asociado un vector, que en el caso de las traslaciones se tratará de fuerzas y en el caso de un giro, de un momento.

- a) Cuando se trata de vínculos entre unidades funcionales estructurales, se puede plantear la siguiente caracterización:

1) **Vínculos simples**

Pueden oponerse a una única dirección de desplazamiento. No pueden impedir giros. Actuando solos no pueden proporcionar equilibrio estable (apoyos deslizantes, bielas)

2) **Vínculos dobles**

Impiden todo tipo de desplazamiento, o sea, toda combinación de desplazamientos en dos direcciones perpendiculares. No pueden impedir giros. Actuando solos no pueden proporcionar equilibrio estable (articulaciones fijas, rótulas)

3) **Vínculos triples**

Impiden todo desplazamiento y también todo giro. Pueden llegar a proporcionar equilibrio estable actuando solos (empotramientos)

- b) Cuando se trata de elementos diferenciales en la masa de una pieza o a cortes hipotéticos en la masa de la pieza, la caracterización es siempre la continuidad y los esfuerzos asociados son los mismos que para los vínculos triples.

## 5. Modelos de acciones

Las acciones se refieren a la incidencia en cuanto a fuerzas y momentos a las que está sometida una estructura. Se trata de sustituir las infinitas combinaciones posibles de acciones reales a las que va a estar sometida la estructura en su vida útil por un número discreto de combinaciones críticas. La modelización implica también sustituir las acciones por su representación físico-matemática: un sistema vectorial de fuerzas y momentos y, eventualmente, desplazamientos, tomando en todos los casos una serie de hipótesis que le den su marco de validez.

Cabe recordar que cuando se habla de acciones, no se trata únicamente aquéllas que provienen de efectos externos a la estructura y las reacciones que ofrezca el terreno. Quedan abarcadas las acciones de cualquier subsistema sobre otro, siendo estos subsistemas tan pequeños como se estime conveniente.

En general se aceptará que las cargas se aplican lentamente y permanecen en el tiempo, ya que se trata del estudio en el marco de la estática. Esto no siempre será así (estructuras colgantes, viento en estructuras muy esbeltas, estructuras en zonas sísmicas, etc.)

Se pueden dividir en:

- **Fuerzas concentradas**  
Presumen el esfuerzo concentrado en un único punto o en una superficie lo suficientemente pequeña que le sea equiparable
- **Fuerzas distribuidas**  
Presumen un esfuerzo distribuido a lo largo de una línea o sobre toda una superficie. Es sensiblemente válido en ciertos casos (peso propio) y estadístico en otros (sobrecargas)
- **Momentos**  
Esfuerzos de giro con relación a un punto o a un eje. Se miden por el par o cupla que los define

## 6. Modelos de comportamiento teórico

Resumen el comportamiento de las distintas unidades funcionales estructurales en cuanto a sus deformaciones.

Toda acción produce una deformación en la estructura. Es precisamente oponiéndose a las deformaciones, al surgir el estado tensional interno, que los materiales deformados pueden generar el equilibrio. Las deformaciones no son sino la expresión material del estado tensional y pueden llegar a anticipar la falla. Son las deformaciones las que mayor información proporcionan a la hora de comprender el comportamiento estructural.

“El imaginar la estructura deformándose, bajo la acción de las cargas a que se la somete, es indudablemente la mejor ayuda que se puede tener al tratar de imaginar, no sólo el estado de tensión del sólido, sino también el lugar y la forma en que el material puede fallar”<sup>2</sup>

La comprensión de las deformaciones de las piezas resulta inapreciable a la hora del diseño.

## 7. Modelos de los materiales *σ/E* *escala de fluencia o resistencia*

Se trata aquí de materiales en su caracterización y propiedades como materiales constitutivos de una construcción, implicados en determinados procesos constructivos. Esto lleva implícita una determinada ubicación y una específica disposición espacial, acorde a sus características particulares, dentro del todo.

Se supondrá así un modelo de material simplificado que permita pre-

<sup>2</sup> E. Torroja -- “Razón y ser de los tipos estructurales”

decir su respuesta en cada caso particular  
Podemos distinguir dos categorías:

**a) Materiales homogéneos**

Su comportamiento posee tres características, que pueden aceptarse como válidas:

- Continuidad. Sin vacíos ni interrupciones
- Homogeneidad. Con idénticas propiedades en todos sus puntos
- Isotropía. Con iguales propiedades en todas las direcciones

Ninguna de estas características se cumple estrictamente en la realidad. La continuidad pasa por alto el carácter discreto de la materia, la homogeneidad no toma en cuenta la existencia de las diferentes calidades atómicas y subatómicas y la isotropía no existe prácticamente en ningún caso.

Esta simplificación es válida, sin embargo, en la práctica del diseño estructural para materiales tales como el acero, la madera y los plásticos. Para ello es imprescindible hacer trabajar a los materiales en aquellas situaciones para las cuales las propiedades mencionadas tienen su marco de validez.

**b) Materiales heterogéneos**

Refieren a aquellos materiales en los cuales no se da ninguna de las tres características antes mencionadas.

Es el hormigón armado el que mejor se inscribe dentro de esta categoría, por su múltiple composición.

En este caso se aceptará un modelo para el hormigón y otro para el acero, definiéndose las propiedades del trabajo conjunto, logrando así un modelo para un material especial: el hormigón armado.

Sin embargo en muchísimos casos concretos pueden llegar a aceptarse una o más de las características de los materiales homogéneos para el hormigón armado a través de modelos de válida aproximación adoptando rigurosos criterios de seguridad.

### 8.- Modelos de cálculo

Los modelos de cálculo están directamente referidos a los modelos analizados, especialmente a **modelos matemáticos** y claramente enmarcados en hipótesis que le den validez.

Teniendo en cuenta el modelo adoptado para el material cabría hablar de:

- **Cálculo elástico**  
Utilizado en materiales homogéneos y en ciertos casos, para el hormigón armado
- **Cálculo plástico (en rotura)**  
Usado para todos los materiales. Para el caso del hormigón armado, surgen particularidades y su aplicación logra una mejor aproximación a la realidad. Además es acorde a la característica del hormigón armado como material al que se le da en cada parte la propiedad resistente que esa parte exige dentro del conjunto estructural.

*"[El hormigón armado] es el material más técnico de todos y el único al que verdaderamente puede aplicarse el título de material "adecuado-resistente"...."*<sup>1</sup>

### V.- Los modelos en el primer curso de estructuras

El estudio en base a modelos pautará la enseñanza de la asignatura. Dada su ubicación dentro del plan de estudios, corresponde profundizar únicamente en el diseño de estructuras sencillas de materiales homogéneos y en el prediseño para elementos de hormigón armado.

Se pretende suministrar al estudiante las herramientas que le permitan:

- Disponer de la formación elemental a nivel de diseño y prediseño estructural para los trabajos a nivel de anteproyecto de edificios en el ámbito del Taller de Arquitectura
- Obtener los conocimientos necesarios para emprender los sucesivos cursos de la asignatura

Por lo tanto los modelos a manejar serán los enunciados, profundizándolos a la escala adecuada al objetivo planteado

#### Comentario:

Tanto la interpretación de una estructura como su diseño o su verificación deberán apoyarse en un marco que les dé validez. Este marco no será la realidad misma, sino un conjunto de hipótesis cuya validez se estará verificando permanentemente en la práctica. Estas hipótesis focalizan determinados aspectos de la realidad y desconocen o desprecian aquellos otros, que se consideran irrelevantes para el objetivo propuesto. Son caminos de aproximación a la realidad, con la característica de ser más operativos. Dentro del marco de las hipótesis aparecen leyes, que tienen un grado menor de generalidad. Estas leyes también focalizan aspectos, resaltándolos y desechando otros tantos. Prácticamente ninguna ley refleja en forma absoluta un fenómeno. Pero si se mantiene dentro del marco de las hipótesis que le dan validez y si efectivamente no tienen relevancia los aspectos que no se consideran, las leyes se transforman en herramientas firmes a la hora del diseño y el dimensionado.

**Comentario:** Como se ha visto, todo modelo recoge una parcela de realidad y es la práctica la que lo convalidará. Pero la modelización no se apoya directamente en la realidad misma, sino en un cúmulo de hipótesis que deberán ser permanentemente verificadas. Estas hipótesis rescatan aspectos relevantes en tópicos específicos y darán marco de validez a un conjunto de leyes que aspiran a reflejar el comportamiento de la realidad misma. Los modelos de hipótesis adquieren su máxima relevancia a la hora de la cuantificación y dimensionamiento, pero están presentes en toda teoría que intente explicar los fenómenos estructurales.

<sup>1</sup> E. Torroja. Op. cit.

## VI.- Conclusión

El proceso creativo arquitectónico combina las características inherentes a una actividad en que aparecen en proporciones semejantes el rigor científico y la libertad artística. Esto sin perder de vista todas las connotaciones que implica que el producto obtenido tiene un remarcado perfil de interés social.

En la evolución del pensamiento creativo en estructuras, aparecen al principio preocupaciones dirigidas a perfeccionar el conocimiento práctico sobre los materiales más accesibles: la madera, la piedra y la cerámica,

En el siglo XIX se introduce el empleo de materiales fabricados por el hombre, tales como la fundición y el acero, y la posibilidad de trabajo previo en taller. Los constructores producen máquinas, barcos, cerchas. Se van desarrollando dos líneas de pensamiento científico de apoyo a los nuevos descubrimientos:

- Sobre la estática aplicada, destinada a definir la forma
- Sobre la resistencia de materiales, destinada a definir las tensiones en los elementos frente a las exigencias que enfrentan

El desarrollo de la resistencia de materiales se liga a la eficacia de su estudio matemático por el cálculo diferencial.

La primera mitad del siglo XX evidencia defectos o más bien, limitaciones, de los modelos aplicados, al tener que dar respuesta a materiales no homogéneos como el hormigón armado, y todo el cúmulo de nuevas posibilidades formales que promueve su moldeado. A esto se agregan, también nuevas concepciones sobre la seguridad, a medida que se busca el rendimiento en la economía de los materiales.

La oposición entre el saber teórico y la competencia práctica aparece como una brecha indispensable de salvar.

En los años 30, a partir de invenciones de nuevas formas, las posibilidades de experimentación y la nueva formalización teórica, se va mejorando la relación entre laboratorio, fábrica y obra.

La técnica adquiere prestigio, no apareciendo ya más como una variante empobrecida del pensamiento científico.

Nuestra asignatura se inscribe dentro de esta estatura de pensamiento tecnológico y por ende, le corresponden todas las imposiciones del pensamiento riguroso, que hemos estudiado.

El comprender el rol que juega el diseño estructural en el proceso creativo arquitectónico y su interacción dialéctica con el todo, rescata la totalidad de su valor científico, técnico y artístico. Y es desde esta perspectiva que es posible obtener o bien, una estructura casi totalmente oculta en la textura edilicia, o, por el contrario, apareciendo como el elemento clave en la definición espacial, formal y plástica a través de su profunda capacidad expresiva.

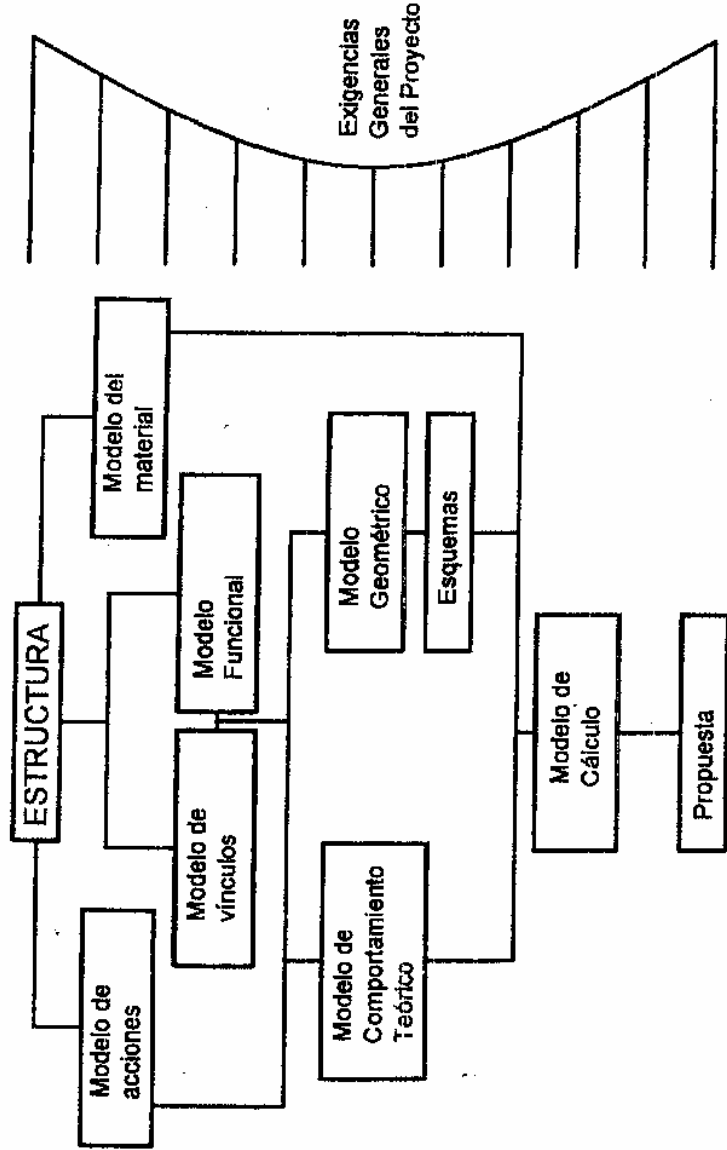
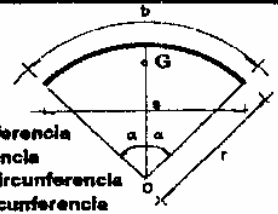
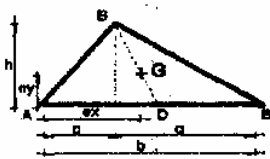
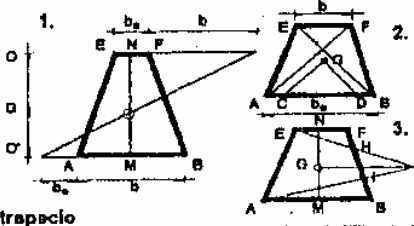
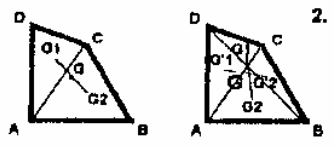
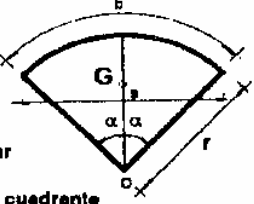
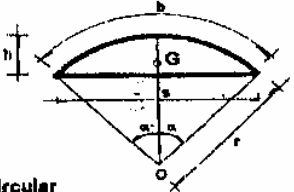


Tabla 2.3

POSICION DEL CENTRO DE GRAVEDAD Y AREAS		
	CENTRO DE GRAVEDAD	AREA
<b>DE LINEAS</b>		
 <p>                     1. <math>OG = \frac{r \operatorname{sen} \alpha}{\alpha} \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{rs}{3b}</math>                      2. <math>OG = \frac{2r}{\pi} = 0.6366 r</math>                      3. <math>OG = \frac{2\sqrt{2}r}{\pi} = 0.9003 r</math>                      4. <math>OG = \frac{3r}{\pi} = 0.9549 r</math> </p> <p>                     arco de circunferencia                      semicircunferencia                      cuadrante de circunferencia                      sextante de circunferencia                 </p>		
<b>DE FIGURAS</b>		
 <p> <math>DG = \frac{1}{3} BD</math>    <math>AD = CD</math>  <math>y = \frac{1}{3} h</math>  <math>x = \frac{1}{3} (q + 2p)</math> </p> <p>triángulo</p>		$A = \frac{bh}{2}$
 <p>                     1. <math>OG = \frac{h}{3} \frac{bo + 2b}{bo + b}</math>    <math>O'G = \frac{h}{3} \frac{2bo + b}{bo + b}</math>                      M y N son puntos medios de AB y EF                      2. <math>AC = DB = \frac{1}{3} (b - bo)</math>    <math>CG \parallel AF</math>    <math>DG \parallel BE</math>                      3. <math>FH = HI = IB = \frac{1}{3} FB</math> </p> <p>trapezio</p>		$A = \frac{b + bo}{2} h$
 <p>                     1. <math>G_1, G_2</math> centros de gravedad de los triángulos <math>ACD, ABC</math>  <math>G_1 I = G_2 G</math>  <math>G</math> - centro de gravedad del trapezio                      2. <math>G_1, G_2, G'1, G'2</math> centros de gravedad de los triángulos <math>ACD, ABC, DCB, ADB</math>, respectivamente.  <math>G</math> - centro de gravedad del trapezio                 </p> <p>trapezoido</p>		
 <p>                     1. <math>OG = \frac{2r}{3} \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\alpha} \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{2rs}{3b} = \frac{r^2 s}{3A}</math>                      2. <math>OG = \frac{4r}{3\pi} = 0.4244 r</math>                      3. <math>OG = \frac{4\sqrt{2}r}{3\pi} = 0.6002 r</math>                      4. <math>OG = \frac{2r}{\pi} = 0.6366 r</math> </p> <p>                     1. sector circular                      2. semicírculo                      3. superficie de cuadrante                      4. superficie de sextante                 </p>		$A = \frac{br}{2} \frac{r^2 \pi 2\alpha}{360^\circ}$
 <p> <math>OG = \frac{r^3}{12A} = \frac{2rs}{3} \frac{\operatorname{sen}^3 \alpha}{\alpha \pi - \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha}</math> </p> <p>segmento circular</p>		$A = \frac{br}{2} \frac{s(r-h)}{2}$



POSICION DEL CENTRO DE GRAVEDAD Y AREAS

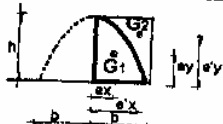
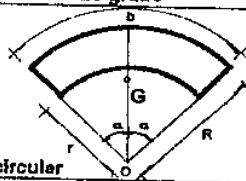

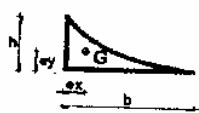
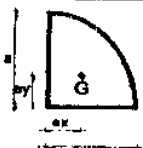
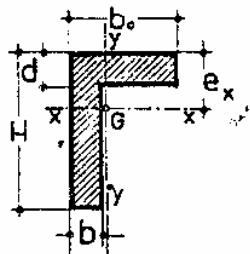
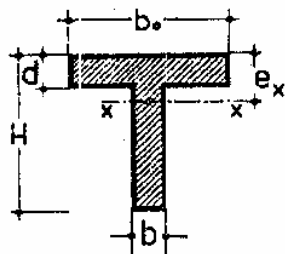
	CENTRO DE GRAVEDAD	AREA
 <p>segmento parabólico de 2o grado</p>	$ex = \frac{3}{8} b$ $ey = \frac{2}{5} h$ $ex = \frac{3}{4} b$ $ey = \frac{7}{10} h$	$A = \frac{2}{3} bh$ $A = \frac{bh}{3}$
 <p>sector de anillo circular</p>	$OG = \frac{2(R^3 - r^3) \operatorname{sen} \alpha}{3(R^2 - r^2) \operatorname{arc} \alpha} = 38.1972 \frac{R^2 - r^2}{R^2 \cdot r^2} \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\alpha}$	$A = \frac{\pi (R^2 - r^2) 2 \alpha}{360^\circ}$
 <p>superficie complementaria del cuadrante</p>	$ex = ey = \frac{2}{3} \frac{r}{(4 \cdot \pi)} = 0.777 r$	$A = r^2 (1 - \frac{\pi}{4}) = 0.215 r^2$
 <p>parábola grado n (n=4)</p>	$ex = \frac{b}{n+2}$ $ey = \frac{(h+1)h}{4h+2}$	$A = \frac{bh}{h+1}$
 <p>cuarta elipse</p>	$ex = \frac{4b}{3\pi} = 0.426 b$ $ey = \frac{4a}{3\pi} = 0.424 a$	$A = \frac{\pi ab}{4}$
<b>DE VOLUMENES</b>		
<p>1. prisma y cilindro rectos</p> <p>2. pirámide y cono</p>	<p>G se encuentra en el punto medio del segmento de recta que une los centros de gravedad de las bases.</p> <p>A 1/4 de la altura de la base sobre el segmento que une el vértice con el baricentro de la base.</p>	
<p>1. segmento esférico</p> <p>2. sector esférico</p> <p>3. semi-esfera</p>	<p>r es el radio de la esfera, h la altura del segmento. OG es la distancia del centro de gravedad de la esfera.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>OG = \frac{3}{4} \frac{(2r-h)^2}{3r-h}</math></li> <li><math>OG = \frac{3}{8} r (1 + \cos \alpha) = \frac{3}{4} (r - \frac{h}{2})</math></li> <li><math>OG = \frac{3}{8} r</math></li> </ol>	
<p>paraboloides de revolución</p>	<p>Si el eje de la parábola generatriz es el eje de rotación, h la distancia a la superficie extrema; OG es la distancia del centro de gravedad a esta superficie.</p> $OG = \frac{1}{3} h$	

Tabla 2.4

**CENTROS DE GRAVEDAD DE SECCIONES 'T' y 'L'**



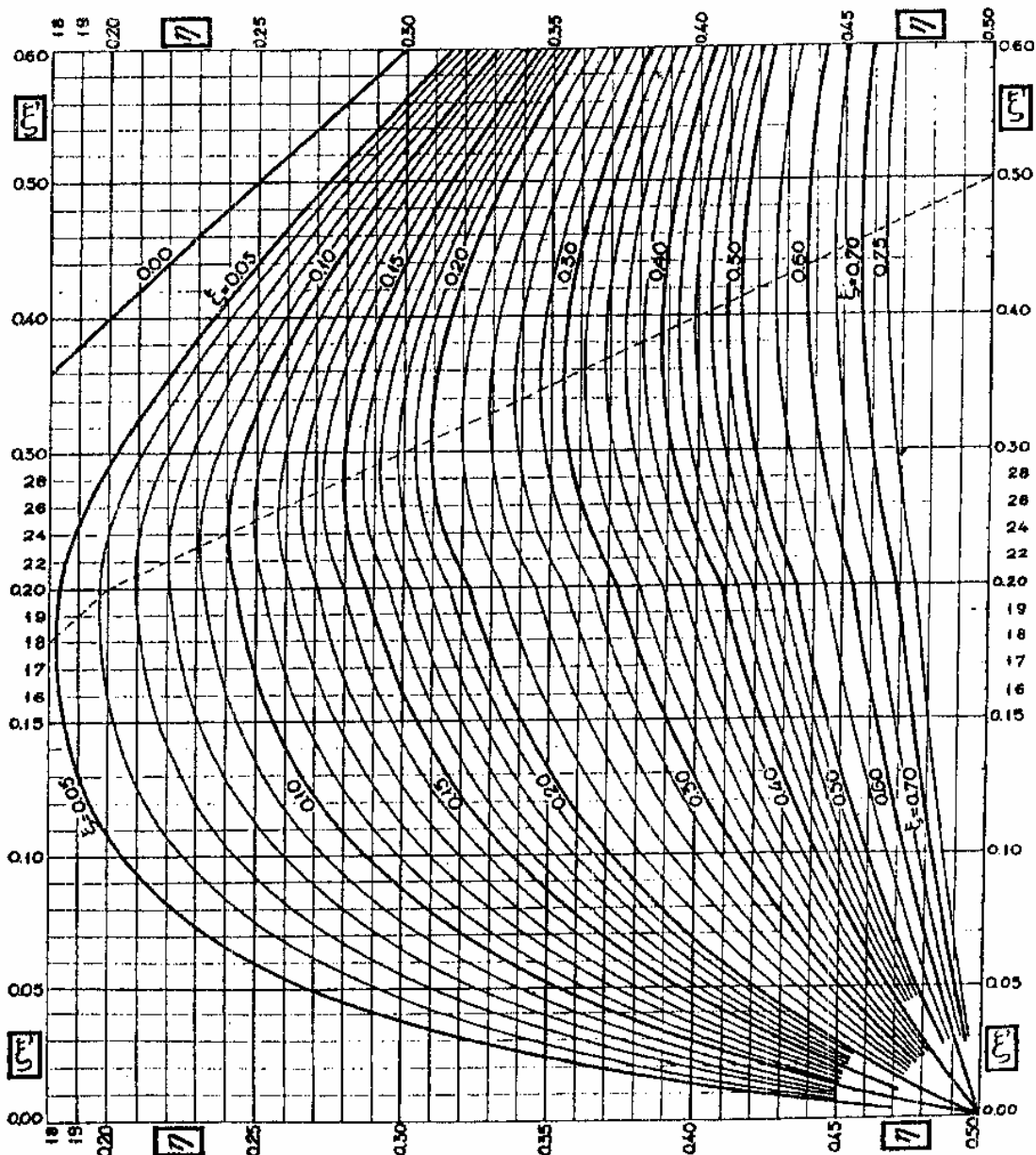
$$\xi = \frac{b}{b_0} \quad \xi' = \frac{d}{H}$$

$$e_x = \eta H$$

EN LA SECCION ANGULAR

$$\xi = \frac{d}{H} \quad \xi' = \frac{b}{b_0}$$

$$e_y = \eta b_0$$



MOMENTOS DE INERCIA Y MODULOS RESISTENTES

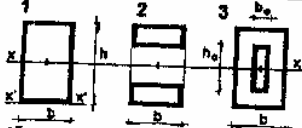
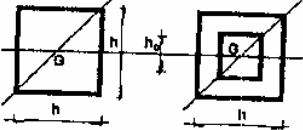
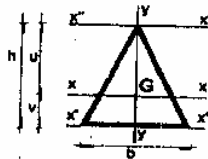
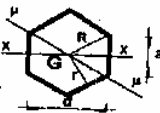
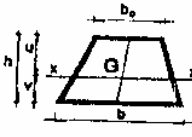
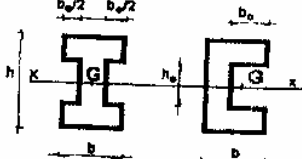
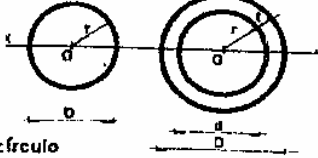
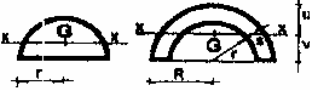
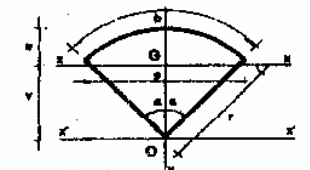
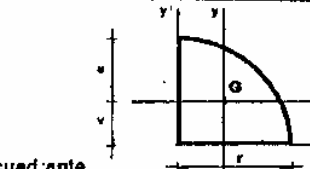
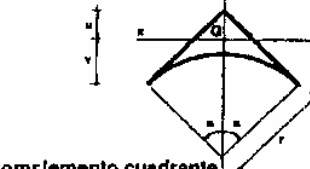

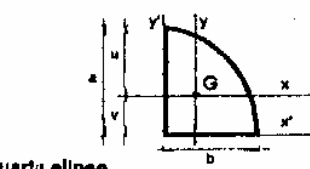
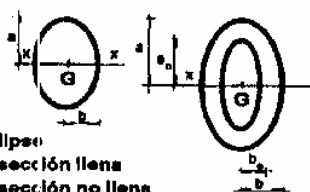
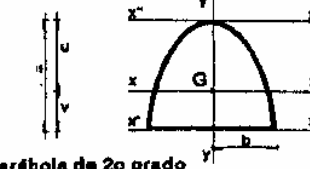
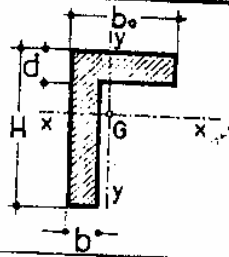
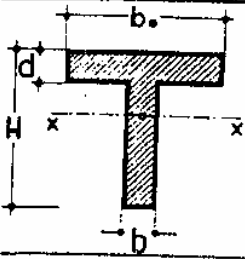
TIPO DE SECCION	MOMENTO DE INERCIA	MODULO RESISTENTE
 <p>1. rectángulo 2. sección no llena 3. sección no llena</p>	<p>1. <math>I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{Ah^2}{12}</math>     <math>I_{x'} = \frac{bh^3}{3} = \frac{Ah^2}{3}</math>                  2. <math>I_x = \frac{b}{12} (h^3 - h_o^3)</math>                  3. <math>I_x = \frac{bh^3 - b_o h_o^3}{12}</math></p>	<p>1. <math>W = \frac{bh^2}{6} = 0.1667 bh^2</math>                  2. <math>W = \frac{b}{6} \frac{h^3 - h_o^3}{h}</math>                  3. <math>W = \frac{bh^3 - b_o h_o^3}{6h}</math></p>
 <p>cuadrado 1. sección llena 2. sección no llena</p>	<p>1. <math>I_x = \frac{h^4}{12}</math>     <math>I_{\mu} = \frac{h^4}{12}</math>                  2. <math>I_x = \frac{h^4 - h_o^4}{12}</math>     <math>I_{\mu} = \frac{h^4 - h_o^4}{12}</math></p>	<p>1. <math>W_x = \frac{h^3}{6} = 0.1667 h^3</math>     <math>W_{\mu} = \frac{\sqrt{2}}{12} h^3 = 0.1179 h^3</math>                  2. <math>W_x = \frac{1}{6} \frac{h^4 - h_o^4}{h}</math>  <math>W_{\mu} = \frac{\sqrt{2}}{12} \frac{h^4 - h_o^4}{h} = 0.1179 \frac{h^4 - h_o^4}{h}</math></p>
 <p>triángulo</p>	<p><math>I_{x'} = \frac{bh^3}{4}</math>  <math>I_x = \frac{bh^3}{36}</math>  <math>I_{x'} = \frac{bh^3}{12}</math>  <math>I_y = \frac{bh^3}{48}</math></p>	<p><math>W_x = \frac{bh^2}{24}</math>  <math>W_y = \frac{bh^2}{24}</math></p>
 <p>polígono regular 1. caso general 2. hexágono 3. octógono</p>	<p>1. <math>I_{\mu} = \frac{A}{24} (6R^2 + a^2) = \frac{A}{48} (12R^2 + a^2)</math>                  2. <math>I_{\mu} = \frac{5\sqrt{3}}{16} R^4 = 0.5413 R^4 = 0.060 d^4</math>                  3. <math>I_{\mu} = \frac{1+2\sqrt{2}}{6} R^4 = 0.6381 R^4 = 0.05474 d^4</math></p>	<p>1. <math>W = \frac{AR}{4}</math>                  2. <math>W_{\mu} = 0.625 R^3 = 0.12028 d^3</math>     <math>W_x = 0.5413 R^3</math>                  3. <math>W_{\mu} = 0.6906 R^3 = 0.10948 d^3</math>     <math>W_x = 0.6381 R^3</math></p>
 <p>trapecio</p>	<p><math>I_x = \frac{h^3}{36} \frac{b_o^2 + 4b_o b + b^2}{b_o + b}</math></p>	<p><math>W_x = \frac{h^2}{12} \frac{b_o^2 + 4b_o b + b^2}{b_o + 2b}</math>  <math>W_y = \frac{h^2}{12} \frac{b_o^2 + 4b_o b + b^2}{2b_o + b}</math></p>
 <p>doble T - doble L</p>	<p><math>I_x = \frac{bh^3 - b_o h_o^3}{12}</math></p>	<p><math>W = \frac{bh^3 - b_o h_o^3}{6h}</math></p>
 <p>círculo 1. sección llena 2. sección no llena</p>	<p>1. <math>I_x = \frac{\pi d^4}{64} = 0.0491 d^4</math>                  2. <math>I_x = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4) = 0.05 (D^4 - d^4)</math></p>	<p>1. <math>W = \frac{\pi d^3}{32} = 0.0982 d^3</math>                  2. <math>W = \frac{\pi}{32} \frac{D^4 - d^4}{D}</math></p>

Tabla 2.6

MOMENTOS DE INERCIA Y MODULOS RESISTENTES		
TIPO DE SECCION	MOMENTO DE INERCIA	MODULO RESISTENTE
 <p>semicírculo 1. sección llena 2. sección no llena</p>	<p>1. <math>I_x = r^4 \left( \frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi} \right) = 0.1098 r^4</math></p> <p>2. <math>I_x = 0.1098 (R^4 - r^4) - \frac{0.283 R^2 r^2 (R-r)}{R+r}</math></p>	<p>1. <math>W_x^u = 0.1007 r^3</math></p> <p>2. <math>W_x^v = \frac{3\pi I_x (R+r)}{4(R^2 + Rr + r^2)}</math></p> <p><math>W_x^u = \frac{3\pi I_x (R+r)}{R^2(3\pi-4) + Rr(3\pi-4) - 4r^2}</math></p>
 <p>sector circular</p>	<p><math>I_x' = \frac{r^4}{4} \left( 1 + \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\text{arc } \alpha} \right) \text{arc } \alpha</math></p> <p><math>I_x'' = I_x - \frac{r^4 \alpha^2}{9A}</math></p> <p><math>I_x' = \frac{r^4}{4} \left( 1 - \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\text{arc } \alpha} \right)</math></p>	<p><math>W_x^v = \frac{3 A I_x}{3 A r - r^2 \alpha}</math></p> <p><math>W_x^u = \frac{3 A I_x}{r^2 \alpha}</math></p>
 <p>cuadrante</p>	<p><math>I_x = I_y = \frac{A r^2}{14.31} = 0.0549 r^4</math></p> <p><math>I_x' = I_y' = \frac{A r^4}{18} = 0.1963 r^4</math></p>	<p><math>W_x^u = 0.0956 r^3</math></p> <p><math>W_x^v = 0.1296 r^3</math></p>
 <p>complemento cuadrante</p>	<p><math>I_x = 0.003 r^4</math></p> <p><math>I_y = 0.0121 r^4</math></p>	<p><math>W_x^u = 0.0085 r^3</math></p> <p><math>W_x^v = 0.0077 r^3</math></p>
 <p>complemento cuadrante</p>	<p><math>I_x = I_y = \frac{A r^2}{28.5} = 0.00754 r^4</math></p> <p><math>I_x' = I_y' = \frac{A r^2}{1.567} = 0.1370 r^4</math></p> <p><math>I_x'' = I_y'' = 0.0181 r^4</math></p>	<p><math>W_x^u = 0.0338 r^3</math></p> <p><math>W_x^v = 0.00979 r^3</math></p>
 <p>cuarta elipse</p>	<p><math>I_x = \frac{A a^2}{14.31} = 0.0549 b a^3</math>      <math>I_x' = \frac{A a^2}{4}</math></p> <p><math>I_y = \frac{A b^2}{14.31} = 0.0549 a b^3</math>      <math>I_y' = \frac{A b^2}{4}</math></p>	<p><math>W_x^u = 0.0956 b a^2</math></p> <p><math>W_x^v = 0.12948 b^2 a</math></p>
 <p>elipse 1. sección llena 2. sección no llena</p>	<p>1. <math>I_x = \frac{\pi b a^3}{4} = 0.7854 a^3 b</math></p> <p>2. <math>I_x = \frac{\pi}{4} (a^3 b - a_0^3 b_0)</math></p>	<p>1. <math>w = \frac{\pi a^2 b}{4} = 0.7854 a^2 b</math></p> <p>2. <math>w = \frac{\pi}{4} (a^2 b - \frac{a_0^2 b_0}{a})</math></p>
 <p>parábola de 2o grado</p>	<p><math>I_x = \frac{15}{175} b a^3</math>      <math>I_x' = \frac{4}{7} b a^3</math></p> <p><math>I_x'' = \frac{32}{105} b a^3</math>      <math>I_y = \frac{4}{15} a b^3</math></p>	<p><math>W_x^u = \frac{20}{21} a^2 b</math></p> <p><math>W_x^v = \frac{16}{15} a^2 b</math></p>

MOMENTOS DE INERCIA EN SECCIONES "T" y "L"



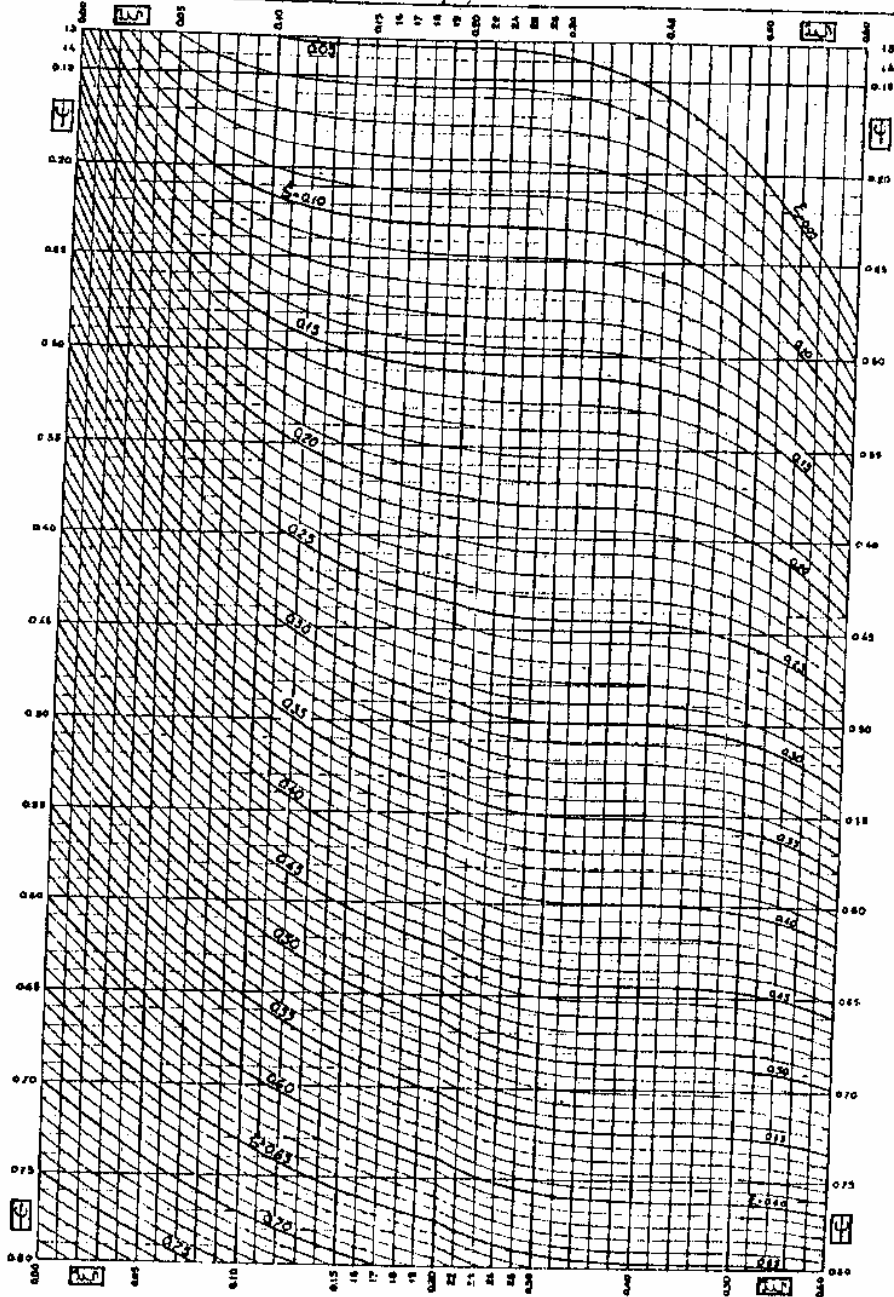
$$\xi = \frac{b}{b_0} \quad \xi' = \frac{d}{H}$$

$$I_x = \psi b_0 \frac{H^3}{12}$$

EN LA SECCION ANGULAR

$$\xi = \frac{b}{b_0} \quad \xi' = \frac{d}{H}$$

$$I_y = \psi H \frac{b_0^3}{12}$$


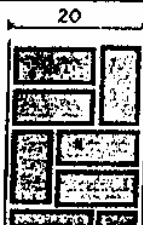
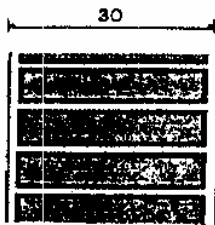

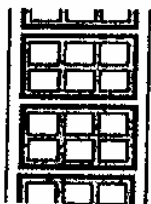


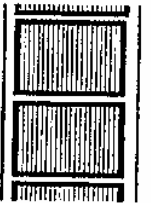
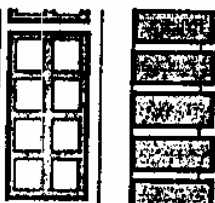
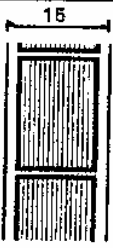
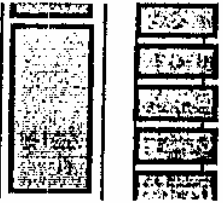

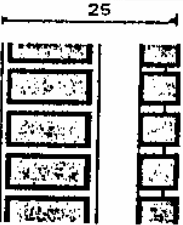
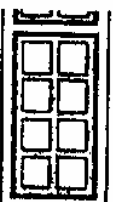


**Acciones**

### ACCIONES A CONSIDERAR EN EL ESTUDIO DE UNA ESTRUCTURA


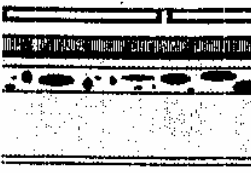
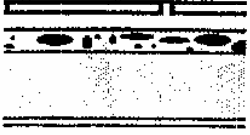
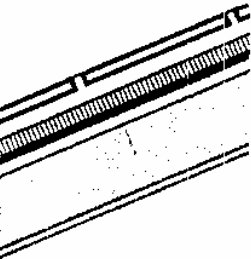
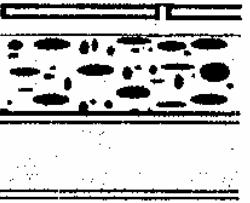
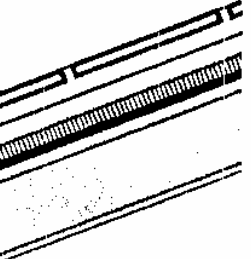
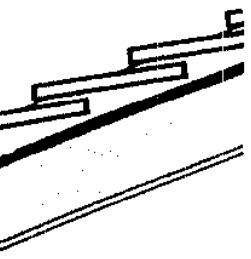
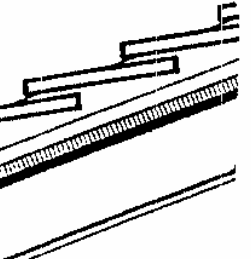
		<b>g</b> cargas permanentes (valores reales)	<b>q</b> cargas de explotación y mantenimiento (valores estadísticos y reglamentarios)	variaciones climáticas	sismos
<b>CARGAS ESTATICAS</b>	PESO fuerzas debidas a la atracción terrestre esfuerzos VERTICALES	- peso de la estructura - peso de los elementos constructivos - equipamiento fijo - tierra	- mobiliario - personas - equipos livianos - materiales - tabiques	- nieve ( la carga depende de la región, la altitud, la pendiente de los techos)	depende de la región del suelo de construcción, de la profundidad de fundación
	esfuerzos con componentes HORIZON- TALES	- presión de la tierra - presión hidráulica	- presión hidráulica - productos almacenados - esfuerzos en las barandas - choques - efecto de frenado	- viento (la presión varía según la región, el lugar, la altitud de la construcción, la rugosidad del suelo)	
<b>CARGAS DINAMICAS</b>	- efecto de impacto  - efecto de resonancia	- presión hidráulica	- marcha - danza - máquinas - circulación - choques - efecto de frenado	- ráfagas y turbulencias (estudio de túnel de viento)	- fuerza de impacto - oscilaciones regulares
	- esfuerzos debidos a las variaciones de temperatura, contracción del hormigón			- ciclo diario - ciclo anual (esfuerzos debidos a deformaciones impedidas)	
	- fuego	separación, compartimentación, extinción, evacuación			
<b>CONCEPCION DE LA ESTRUCTURA</b>					
ACCION del suelo sobre la estructura					

Tabla 3.2

PESO PROPIO DE MUROS DE MAMPOSTERIA		
 <p>MACIZO</p> <p>p.p. = 170 daN/m<sup>2</sup></p>	 <p>MACIZO</p> <p>p.p. = 410 daN/m<sup>2</sup></p>	 <p>MACIZO</p> <p>p.p. = 520 daN/m<sup>2</sup></p>
 <p>TICHOLO 7x12x25</p> <p>p.p. = 135 daN/m<sup>2</sup></p>	 <p>TICHOLO 12x17x25</p> <p>p.p. = 235 daN/m<sup>2</sup></p>	 <p>LADRILLO CON CAMARA DE AIRE</p> <p>p.p. = 470 daN/m<sup>2</sup></p>
 <p>TICHOLO 7x25x25</p> <p>p.p. = 140 daN/m<sup>2</sup></p>	 <p>REJILLA 11x12x25</p> <p>p.p. = 210 daN/m<sup>2</sup></p>	 <p>TICHOLO Y LADRILLO CON CAMARA DE AIRE</p> <p>p.p. = 385 daN/m<sup>2</sup></p>
 <p>REJILLA 11x12x25</p> <p>p.p. = 210 daN/m<sup>2</sup></p>		 <p>REJILLA Y LADRILLO CON CAMARA DE AIRE</p> <p>p.p. = 385 daN/m<sup>2</sup></p>
 <p>MACIZO</p> <p>p.p. = 275 daN/m<sup>2</sup></p>	 <p>LADRILLO CON CAMARA DE AIRE</p> <p>p.p. = 400 daN/m<sup>2</sup></p>	
 <p>TICHOLO 12x25x25</p> <p>p.p. = 175 daN/m<sup>2</sup></p>		



## PESO PROPIO DE ENTREPISOS Y CUBIERTAS

ENTREPISOS	CUBIERTA SUPERIOR
 <ul style="list-style-type: none"> <li>-BALDOSA MONOLITICA O CERAMICA O PARQUE</li> <li>-MORTERO DE TOMA</li> <li>-LOSA DE HORMIGON</li> <li>-REVOQUE</li> </ul> <p style="text-align: center;"><math>g = 380 \text{ daN/m}^2</math> (sin sobrecarga)</p>	 <ul style="list-style-type: none"> <li>-TEJA PLANA O TEJUELA</li> <li>-MORTERO DE TOMA</li> <li>-AISLACION TERMICA</li> <li>-IMPERMEABILIZACION</li> <li>-ALISADO DE ARENA Y PORTLAND</li> <li>-CONTRAPISO DE HORMIGON DE CASCOTE</li> <li>-LOSA DE HORMIGON</li> <li>-REVOQUE</li> </ul> <p style="text-align: center;"><math>g = 480 \text{ daN/m}^2</math> (sin sobrecarga)</p>
 <ul style="list-style-type: none"> <li>-BALDOSA MONOLITICA O CERAMICA O PARQUE</li> <li>-MORTERO DE TOMA</li> <li>-CONTRAPISO DE HORMIGON DE CASCOTE</li> <li>-LOSA DE HORMIGON</li> <li>-REVOQUE</li> </ul> <p style="text-align: center;"><math>g = 485 \text{ daN/m}^2</math> (sin sobrecarga)</p>	 <ul style="list-style-type: none"> <li>-TEJA PLANA O TEJUELA</li> <li>-MORTERO DE TOMA</li> <li>-AISLACION TERMICA</li> <li>-IMPERMEABILIZACION</li> <li>-ALISADO DE ARENA Y PORTLAND</li> <li>-LOSA DE HORMIGON</li> <li>-REVOQUE</li> </ul> <p style="text-align: center;"><math>g = 380 \text{ daN/m}^2</math> (sin sobrecarga)</p>
 <ul style="list-style-type: none"> <li>-BALDOSA MONOLITICA O CERAMICA</li> <li>-MORTERO DE TOMA</li> <li>-CONTRAPISO DE HORMIGON DE CASCOTE</li> <li>-IMPERMEABILIZACION</li> <li>-ALISADO DE ARENA Y PORTLAND</li> <li>-LOSA DE HORMIGON</li> <li>-REVOQUE</li> </ul> <p style="text-align: center;"><math>g = 750 \text{ daN/m}^2</math> (sin sobrecarga)</p>	 <ul style="list-style-type: none"> <li>-TEJA PLANA O TEJUELA</li> <li>-MORTERO DE TOMA</li> <li>-LOSA DE HORMIGON</li> <li>-AISLACION TERMICA</li> <li>-IMPERMEABILIZACION</li> <li>-ALISADO DE ARENA Y PORTLAND</li> <li>-LOSA DE HORMIGON</li> <li>-REVOQUE</li> </ul> <p style="text-align: center;"><math>g = 455 \text{ daN/m}^2</math> (sin sobrecarga)</p>
	 <ul style="list-style-type: none"> <li>-TEJA ARABE SOBRE MORTERO</li> <li>-IMPERMEABILIZACION</li> <li>-ALISADO DE ARENA Y PORTLAND</li> <li>-LOSA DE HORMIGON</li> <li>-REVOQUE</li> </ul> <p style="text-align: center;"><math>g = 450 \text{ daN/m}^2</math> (sin sobrecarga)</p>
	 <ul style="list-style-type: none"> <li>-TEJA ARABE SOBRE MORTERO</li> <li>-LOSA DE HORMIGON</li> <li>-AISLACION TERMICA</li> <li>-IMPERMEABILIZACION</li> <li>-ALISADO DE ARENA Y PORTLAND</li> <li>-LOSA DE HORMIGON</li> <li>-REVOQUE</li> </ul> <p style="text-align: center;"><math>g = 510 \text{ daN/m}^2</math> (sin sobrecarga)</p>

**Norma para Cargas a utilizar en el proyecto de edificios  
UNIT 33-91 (1a. Revisión)**

Tabla 3.4

1	Objeto	4	Condiciones generales
1.1	Esta norma establece cargas permanentes y las cargas variables de explotación a tomar en el cálculo de estructuras.	4.1	<b>Cargas permanentes</b> Las cargas permanentes se determinan de acuerdo con el análisis de cada elemento constructivo. A los efectos de este cálculo, se debe tomar para los pesos unitarios los valores que se dan a continuación, salvo casos especiales en que se justifiquen debidamente otros valores.
1.2	No se han considerado las cargas debidas al proceso de construcción, ni a la acción del viento, ni las accidentales.	4.1.1	<b>Materiales a granel</b> Arena seca..... 1600 daN/m <sup>3</sup> Arena húmeda..... 1850 " Arena empapada..... 2100 " Canto rodado suelto ..... 1550 " Escoria y cenizas de coque.... 750 " Escoria de carbón de piedra 1000 " Gravilla seca..... 1550 " Gravilla húmeda..... 2000 " Piedra o grava cilindrada..... 2000 " Piedra partida suelta..... 1500 " Tierra seca..... 1300 " Tierra húmeda..... 1800 " Tierra empapada..... 2100 "
2	<b>Referencias normativas</b> UNIT 50, Acción del viento sobre las construcciones	4.1.2	<b>Productos agrícolas</b> Algodón en fardo..... 1300 daN/m <sup>3</sup> Alpiste..... 750 " Arroz..... 800 " Avena..... 500 " Azúcar..... 800 " Café..... 700 " Cebada..... 650 " Girasol..... 400 " Harina..... 600 " Lino..... 650 " Maíz desgranado..... 750 " Maíz en mazorca..... 650 " Malta triturada..... 400 " Papa..... 750 " Porotos..... 750 " Remolacha azucarera, desecada y cortada..... 300 " Remolacha..... 750 " Sémola..... 550 " Soja..... 700 " Sorgo granífero..... 750 " Tabaco en fardo..... 500 " Trigo..... 800 " Zanahoria..... 750 "
3	<b>Definiciones y convenciones generales</b>	4.1.3	<b>Suelos</b>
3.1	<b>Cargas permanentes</b> Las cargas permanentes de un edificio comprenden toda construcción o elemento permanente en el edificio, como ser peso propio de los elementos estructurales, paredes, tabiques, pisos, contrapisos, techos, etc.	4.1.3.1	<b>Suelos cohesivos inorgánicos</b> Angulo de talud natural blandos..... 10 a 24 ..... 1800 a 2000 daN/m <sup>3</sup> duros..... 12 a 26 ..... 1900 a 2050 " compactos... 17 a 27 ..... 2000 a 2100 "
3.2	<b>Cargas variables</b> La carga variable climática comprende la acción del viento. Las cargas variables de explotación comprenden aquellas que pueden actuar sobre la estructura en función de su uso, tomadas con el criterio de valores nominales. Por ejemplo, peso de personas y muebles en edificios, mercaderías en depósitos, etc. El valor nominal de una variable es un valor representativo de la misma que corresponde bien al valor medio, bien al valor característico de la distribución de probabilidad de la variable o, cuando se posea suficiente probabilidad de la variable o, cuando no se posea suficiente información como para realizar una evaluación estadística, a valores corrientemente adoptados en normas internacionales. Se puede considerar que los valores nominales que se establecen en esta norma corresponden a valores característicos de la variable.		
3.3	<b>Cargas accidentales</b> Las cargas accidentales comprenden las que intervienen con una débil probabilidad y con un valor significativo sobre la estructura, durante el periodo de vida útil de la misma. Por ejemplo choques, explosiones, catástrofes naturales, etc. En esta norma no se han considerado este tipo de cargas, las cuales serán determinadas en cada caso.		



Tabla 3.4

<b>4.1.12 Pavimentos y contrapisos</b>			
Baldosas de mosaico, mortero de cemento portland y mármol reconstituido, por cada cm de espesor.....	22	daN/m <sup>2</sup>	
Baldosas cerámicas por cada cm de espesor.....	20	"	
Contrapiso de cascote y mortero, por cada cm de espesor.....	16	daN/m <sup>2</sup>	
Contrapiso de hormigón pobre, por cada cm de espesor.....	22	"	
<b>4.1.13 Cielorrasos</b>			
De yeso sobre enlucado de madera incluyendo listones.....	20	"	
De mortero de cemento portland, cal y arena sobre metal desplagado.....	55	"	
<b>4.1.14 Elementos de cubiertas</b>			
<b>4.1.14.1</b> Los valores que se dan a continuación, incluyen los solapes y los pesos de las grapas, ganchos, tirafondos, etc.			
Chapa ondulada de fibrocemento (valores aprox.) de 8 mm de espesor.....	20	daN/m <sup>2</sup>	
de 6 mm de espesor.....	15	"	
Chapa ondulada de hierro galvanizado de 0,5 mm de espesor.....	7	"	
de 0,8 mm de espesor.....	9	"	
de 1,3 mm de espesor.....	14	"	
Chapa ondulada de cobre de 0,6 mm de espesor.....	6	"	
<b>4.1.14.2</b> Tejas planas simples, sin mortero.....	50	"	
con mortero.....	85	"	
Tejas árabes o coloniales sin mortero.....	75	"	
con mortero.....	115	"	
<b>4.2 Cargas variables</b>			
Las cargas variables mínimas a considerar para distintos locales y destinos, son las que se establecen a continuación e incluyen los efectos normales de aceleración e impacto.			
<b>4.2.1 Edificios de vivienda</b>			
Azoteas y terrazas donde pueden congregarse personas con fines de recreación u observación.....	300	daN/m <sup>2</sup>	
Azoteas accesibles.....	150	"	
Baños.....	150	"	
Balcones			
carga distribuida.....	300	"	
carga vertical aplicada en el borde.....	100	daN/m	
Cocinas.....	150	daN/m <sup>2</sup>	
Comedores y lugares de estar con dimensión mínima:			
menor o igual que 5m.....	150	"	
mayor que 5m.....	200	"	
Dormitorios.....	150	"	
			Escaleras, medidas en proyección horizontal..... 300 daN/m <sup>2</sup>
			Rellanos y corredores..... 300 "
			Barandillas de escaleras y balcones: esfuerzo horizontal dirigido al exterior aplicado al pasamano..... 100 daN/m
			<b>4.2.2 Edificios no destinados a vivienda</b>
			<b>4.2.2.1 En general</b>
			Escaleras, corredores y espacios para la circulación de uso público..... 400 daN/m <sup>2</sup>
			Azoteas accesibles..... 150 "
			Baños..... 200 "
			Cocinas..... 400 "
			Balcones de acceso restringido:
			carga distribuida..... 300 "
			carga vertical aplicada en el borde..... 100 daN/m
			Balcones de acceso no restringido..... 500 daN/m <sup>2</sup>
			Barandillas de escaleras y balcones: esfuerzo horizontal dirigido al exterior aplicado al pasamano..... 100 daN/m
			Azoteas y terrazas donde pueden congregarse personas con fines de recreación u observación..... 300 daN/m <sup>2</sup>
			<b>4.2.2.2 Hoteles</b>
			Habitaciones..... 150 daN/m <sup>2</sup>
			Comedores no susceptibles de otros destinos..... 300 "
			Salones de baile, recepciones, y en general locales donde se puedan llevar a cabo reuniones.. 500 "
			<b>4.2.2.3 Hospitales y sanatorios</b>
			En general..... 200 daN/m <sup>2</sup>
			<b>4.2.2.4 Escuelas</b>
			Aulas..... 300 daN/m <sup>2</sup>
			Salas con asientos fijos..... 300 "
			Salas sin asientos fijos..... 500 "
			Archivos y bibliotecas con estanterías: a ser determinadas en cada caso, pero no menor de..... 500 "
			<b>4.2.2.5 Bancos y oficinas</b>
			Oficinas privadas..... 200 daN/m <sup>2</sup>
			Locales que soportan afluencia de público..... 400 "
			Bibliotecas y archivos: a ser determinada en cada caso, pero no menor de..... 500 "
			<b>4.2.2.6 Salas de espectáculos</b>
			Con asientos fijos..... 300 daN/m <sup>2</sup>
			<b>4.2.2.7 Iglesias</b> ..... 400 "

<b>4.2.2.8 Locales de asamblea</b> Sin asientos fijos ..... 500 daN/m <sup>2</sup>	<b>4.2.4.2 Garage para todo tipo de vehiculos</b> Se debe estudiar con el correspondiente valor y distribución de carga.
<b>4.2.2.9 Locales para baile y gimnasio</b> 500 daN/m <sup>2</sup>	<b>4.2.5 Aceras públicas y patios de maniobras sobre sótano</b> ..... 1000 daN/m <sup>2</sup>
<b>4.2.3 Edificios comerciales</b> Mercados: a ser determinados en cada caso, pero no menor de ..... 500 daN/m <sup>2</sup> Tiendas y depósitos comunes ..... 400 " Talleres y depósitos en general: a ser determinada en cada caso, pero no menor de ..... 500 "	<b>4.2.6 Sala de máquinas para ascensores en edificios de uso corriente</b> Carga distribuida ..... 250 daN/m <sup>2</sup> Carga de equipos: en caso de no estar determinada, no menor de ..... 6000 daN
<b>4.2.4 Garajes</b>	<b>4.3 Cargas variables en techos</b>
<b>4.2.4.1 Garage para vehículos de peso inferior de 2500 daN</b> Carga mínima ..... 350 daN/m <sup>2</sup>	<b>4.3.1 Cubiertas livianas</b> Se debe considerar una carga concentrada de 150 daN en el punto más desfavorable de cada elemento estructural.
El valor del coeficiente de mayoración de las cargas variables a ser considerado en el proyecto de garajes y estacionamientos para vehículos, debe ser determinado del siguiente modo: sea L la luz de una viga o el lado menor de una losa, siendo Lo = 3m para el caso de losas y Lo = 5m para el caso de vigas, se toma $\phi = 1$ ..... cuando $L \geq Lo$ $\phi = Lo / L \leq 1.43$ ..... cuando $L < Lo$ Para el cálculo de pilares y paredes portantes se considera $\phi = 1$	<b>4.3.2 Otros tipos de cubiertas</b> En los techos con pendientes menores o iguales a 10%, se debe considerar las cargas variables para azoteas previstas anteriormente. Si las pendientes son mayores a 10%, se debe considerar una carga concentrada de 150 daN en el punto más desfavorable de cada elemento estructural.
Sobre los elementos estructurales debe considerarse un esfuerzo horizontal, aplicado a 0.50m de altura con el siguiente valor: Garages individuales ..... 1000 daN Garages colectivos ..... 2000 "	<b>4.4 Indicación de la carga variable a considerar</b> Se recomienda que en todos los edificios destinados parcial o totalmente a fábricas, talleres o depósitos, se coloque en cada piso y en lugar visible, una placa que indique la carga variable prevista para el piso. Placas semejantes, se deben colocar en todos los locales en que haya variación de la carga variable prevista.

## ACCIÓN DEL VIENTO SOBRE CONSTRUCCIONES

Basado en la norma UNIT 50 - 84 (2ª Revisión)

(Cátedra)

### SÍNTESIS:

El objetivo de estas líneas es llevar al estudiante un primer contacto con las variables a considerar en la evaluación de las acciones de viento, y dejar una cuantificación que de una idea de las magnitudes de las mismas. Pero esencialmente se espera promover el estudio de la Norma UNIT 50:84. Como información para el anteproyecto, o como primer acercamiento a la modelización estática, y a una primera cuantificación derivada, damos valores que surgen de la norma sobre la acción del viento, UNIT 50:84. A dicha norma debe remitirse para una valoración normativa de proyecto. Realizamos ahora, una simplificación que permita valores de amplio uso y que no exija estudiar la forma, la altura, y la situación topográfica, con demasiado detalle. De esta forma definiendo la zona de franja costera y un primer acercamiento a la evaluación de la rugosidad topográfica, tendremos criterios rápidos de acercamiento al fenómeno.

PRESIÓN DE VIENTO $p_c$ BASADA EN NORMA UNIT 50:84 (daN/ m <sup>2</sup> )	RUGOSIDAD	FAJA COSTERA ( $d \leq 25 \text{ km}$ )	ZONA INTERIOR
$z \leq 10 \text{ mts.}$ $K_t=1, K_d=1$ $K_k=1.$	I	118 x c	89 x c
	II	106 x c	78 x c
	III	88 x c	65 x c
	IV	71 x c	52 x c
TIPO DE RUGOSIDAD			
I	II	III	IV
Terreno abierto sin obstrucciones, superficie de agua y faja costera en un ancho de 1 km.	Terreno plano o poco ondulado con obstrucciones bajas $\approx 2 \text{ m}$	Obstrucción de construcciones, parques y bosques, ciudades pequeñas, bajas $\approx 10 \text{ m}$	Centro de ciudades mayores, obstrucciones de altura $\geq 25 \text{ m}$

Insistimos: a la norma UNIT 50:84 debe remitirse para una valoración normativa de proyecto.

Para la tabla de valores dada se hicieron las siguientes consideraciones

- Nos ubicamos en altura de 10 mts.
- La valoración de la situación topográfica, la consideramos como normal,  $K_t=1$  (varía entre 0,90 y 1,10 según la norma). No consideramos situaciones topográficas muy expuestas.
- La presión media resultante de la incidencia del viento sobre un área, tiene una dependencia de la magnitud de dicha área. No se toma en cuenta disminuciones de la presión media resultante de considerar áreas de incidencia cada vez mayores,  $K_d=1$  según la norma.
- $K_k=1$  es un coeficiente que toma en cuenta el grado de seguridad requerido y el método de análisis.  $K_k=1$  (es el valor usado cuando se trabaja para cargas de servicio, o en general para método de tensiones admisibles).
- El factor C (de forma u eólico) se debe estudiar para cada caso.

A partir de estos valores pueden ajustarse los valores para otras situaciones específicas.

**ACCIÓN DEL VIENTO SOBRE CONSTRUCCIONES**  
Basado en la norma UNIT 50 - 84 (2ª Revisión)

La norma recoge los estudios realizados, la normativa internacional, y las necesidades de diseño y cálculo. Modeliza la acción del viento, dando los elementos para evaluar las solicitaciones que genera el viento sobre una estructura. En casos de incidencia especialmente rigurosa o especialmente determinante para la definición estructural, se deberán realizar ensayos sobre modelos en túnel de viento, cuyos resultados podrán prevalecer sobre las disposiciones de la norma.

Se acepta que la acción del viento puede considerarse como estática, cuando la estructura es suficientemente rígida (período propio de oscilación -modo fundamental- es menor que un segundo).

**DIRECCIÓN DEL VIENTO.**

Se admite que el viento presenta dirección horizontal o sea que se desprecia su componente vertical, excepto casos muy especiales y excepcionales. Se supondrá que el viento puede incidir, igualmente, en cualquier dirección, debiendo considerarse en cada caso la o las direcciones más desfavorables. La acción del viento debe estudiarse actuando sobre la estructura así como sobre los elementos de cerramiento, muros, vidrieras, etc.

La presión unitaria de cálculo  $p_c$  se define como :  $p_c = C \cdot q_c$

con,  $q_c$  presión dinámica de cálculo, en  $\text{daN/m}^2$ , y  $C$  coeficiente de forma adimensional. Este coeficiente de forma, llevará signo positivo si se trata de una sobrepresión, o negativo si se trata de una depresión (succión), referidas, siempre, a la presión atmosférica. Cuando se trate de una construcción, un volumen, que pueda considerarse como herméticamente cerrado, o cuando interesa solamente, el efecto global sobre la estructura, este efecto provendrá exclusivamente de las presiones existentes en la superficie exterior. Cuando se trate de cuerpos no herméticos, o de superficies, el efecto del viento sobre un elemento, resultará de la superposición de las dos presiones existentes en dicho elemento.

$q_c = \frac{v_c^2}{16,3}$ , con  $v_c$  velocidad de viento de cálculo en  $\text{m/s}$ , ( $1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/hora}$ ).

$v_c$  se determina a partir de la velocidad característica  $v_k$ . Esta velocidad de referencia, es la velocidad media de una ráfaga de 3 segundos de duración medida a 10m de altura sobre el terreno, en campo plano, abierto y sin obstáculos ("rugosidad I"), que tiene una probabilidad de 5 % de ser excedida en cualquier año. Para las condiciones climáticas de nuestro país, se corresponde con un período de recurrencia de 20 años.

Los estudios muestran que este valor será de  $v_k = 43,9 \text{ m/s} = 158 \text{ km/h}$ ,

para la franja costera (distancia a la costa  $\leq 25 \text{ km}$ ).

Será  $v_k = 37,5 \text{ m/s} = 135 \text{ km/h}$ , para el resto del territorio.

Se definen una serie de coeficientes para tomar en cuenta las características propias del lugar y el objeto de estudio:

(Kt) para tomar en cuenta la incidencia de las características topográficas del lugar,

(Kz) para tomar en cuenta la altura y la rugosidad del terreno.

(Kd) toma en cuenta las dimensiones de la superficie de influencia del elemento estudiado,

(Kk) toma en cuenta el grado de seguridad requerido.

Todos estos coeficientes son adimensionales.

**FACTOR TOPOGRÁFICO  $K_t$ :**

TIPO	DESCRIPCIÓN DEL TERRENO	$K_t$
NORMAL	Todos los casos excepto los siguientes	1,0
EXPUESTO	Cima de acantilados o de cerros muy expuestos. Valles estrechos donde el viento se encajona. Islas o penínsulas angostas, montañas aisladas y ciertas abras	1,10
PROTEGIDO	Valles o cunetas profundas y abruptas, protegidas de todos los vientos en todo su perímetro.	0,90

**FACTOR DE ALTURA  $K_z$ :**

ALTURA Z en m	TIPO DE RUGOSIDAD			
	I	II	III	IV
$\leq 5 m$	0,993	0,822	0,667	0,515
10 m	1,000	0,900	0,750	0,600
$K_z$ :	$1,00 \left(\frac{Z}{10}\right)^{0,10}$	$0,90 \left(\frac{Z}{10}\right)^{0,13}$	$0,75 \left(\frac{Z}{10}\right)^{0,17}$	$0,60 \left(\frac{Z}{10}\right)^{0,22}$
TIPO DE RUGOSIDAD				
I	II	III	IV	
Terreno abierto sin obstrucciones, superficie de agua y faja costera en un ancho de 1 km.	Terreno plano o poco ondulado con obstrucciones bajas $\approx 2 m$	Obstrucción de construcciones, parques y bosques, ciudades pequeñas, bajas $\approx 10 m$	Centro de ciudades mayores, $\geq 25 m$	

$K_d$ : toma en cuenta la irregular distribución espacial de las velocidades de racha y la consecuente disminución de la presión media sobre una superficie a medida que esta aumenta sus dimensiones. Para la determinación de las presiones se toma el coeficiente como igual a 1, y ello haremos en este material.

$$K_d = 1$$

$K_k$ : coeficiente referido a la seguridad:

GRUPO	$K_k$	MÉTODO DE CÁLCULO	
Mayor seguridad, hospitales, comunicaciones, etc.	1,28	Ú L T I M O	ESTADOS LÍMITES
Viviendas y oficinas, enseñanza, comercio e industria.	1,15		
Depósitos, construcciones rurales.	1,08		
Elementos de cierre de carácter secundario.	0,93		
Locales no permanentes, exposiciones, etc.	0,97		
Elementos de la propia construcción (temporarios)	$\geq 0,80$		
	1,00	SERVICIO	
	1,00	TENSIONES ADMISIBLES	

La velocidad de cálculo ( $v_c$ ) se obtiene entonces a partir de la característica ( $v_k$ ):

$$v_c = v_k \cdot K_t \cdot K_z \cdot K_d \cdot K_k$$



Por ejemplo, para situación topográfica normal ( $K_T=1$ ), para una altura entre 5 y 10 mts., y rugosidad I (terreno abierto sin obstrucciones) ( $K_z=1$ ), con  $K_d=1$ , y  $K_k=1$ , se obtiene:

$$v_c = v_k \quad / \quad p_c = c q_c \quad / \quad q_c = \frac{v_c^2}{16,3} \quad / \quad v_k = 43,9 \text{ m/s} = 158 \text{ km/h},$$

para la franja costera (distancia a la costa  $\leq 25 \text{ km}$ ),

$$v_k = 37,5 \text{ m/s} = 135 \text{ km/h}, \text{ para el resto.}$$

Naturalmente, en cada caso deben estudiarse los coeficientes correspondiente en la norma.

Se obtiene:

PRESIÓN DE VIENTO $p_c$ BASADA EN NORMA UNIT 50:84 (daN/m <sup>2</sup> )	RUGOSIDAD	FAJA COSTERA ( $d \leq 25 \text{ km}$ )	ZONA INTERIOR
$z \leq 10 \text{ mts.}$ $K_T=1, \quad K_d=1$ $K_k=1.$	I	118 x c	89 x c
	II	106 x c	78 x c
	III	88 x c	65 x c
	IV	71 x c	52 x c

Evaluaremos como acción, a la fuerza  $F$  ejercida por el viento sobre una superficie:

$$F = A \cdot c \cdot q_c = A \cdot p_c$$

con  $F$ , en daN,  $c$  coeficiente de forma, adimensional,  $A$  área en m<sup>2</sup>, y  $p_c$  presión de cálculo en daN/m<sup>2</sup>.

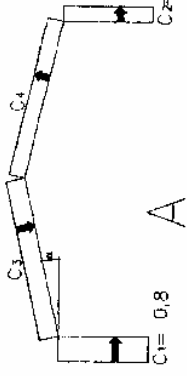
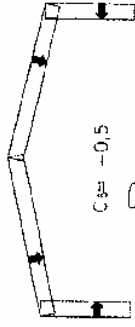

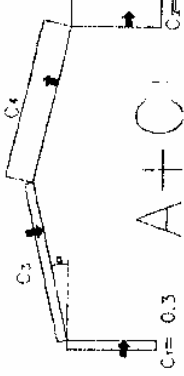
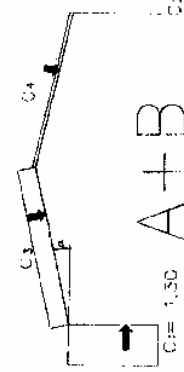
La acción de conjunto ejercida por el viento sobre una construcción o parte de ella, es la resultante vectorial de las fuerzas ejercidas sobre cada una de las superficies que forman el volumen en estudio.

Remitimos a la norma UNIT 50:84 para una profundización necesaria, sobre el tema.

Reiteramos, el objetivo de estas líneas es llevar al estudiante un primer contacto con las variables a considerar en la evaluación de las acciones de viento, y dejar una cuantificación que de una idea de las magnitudes de las mismas. Pero esencialmente se espera promover el estudio de la Norma UNIT 50:84.

PRESIÓN DE VIENTO $p_c$ BASADA EN NORMA UNIT 50:84 (daN/ m <sup>2</sup> )	RUGOSIDAD	FAJA COSTERA ( $d \leq 25.km$ )	ZONA INTERIOR
$z \leq 10mts.$ $K_r=1, K_d=1$ $K_k=1.$	I	$118 \times C$	$89 \times C$
	II	$106 \times C$	$78 \times C$
	III	$88 \times C$	$65 \times C$
	IV	$71 \times C$	$52 \times C$

con  $C$ , coeficiente de forma ( o eólico)

<p>construcción cerrada</p>  <p><math>C_1 = 0.8</math> <math>C_2 = -0.5</math></p>	<p>presión interior por aberturas</p>  <p><math>C_2 = -0.5</math></p>																																																				
<p>la presión interior por aberturas depende de la permeabilidad (% de huecos). Solo se dan estos valores para poner en evidencia la incidencia de esa variable a estudiar según la norma en cada caso.</p>	<p>presión interior por aberturas</p>  <p><math>C_2 = 0.5</math></p>																																																				
 <p><math>C_1 = 0.3</math> <math>C_2 = -0.5</math> <math>C_3 = 0</math></p>	 <p><math>C_1 = 1.30</math> <math>C_2 = 0</math> <math>C_3 = 0</math></p>																																																				
<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2"><math>\alpha</math></th> <th colspan="2">superf. planas</th> </tr> <tr> <th><math>C_3</math></th> <th><math>C_4</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>60°</td> <td>0.80</td> <td></td> </tr> <tr> <td>50°</td> <td>0.60</td> <td></td> </tr> <tr> <td>40°</td> <td>0.40</td> <td></td> </tr> <tr> <td>30°</td> <td>0.20</td> <td>-0.4</td> </tr> <tr> <td>20°</td> <td>0.00</td> <td></td> </tr> <tr> <td>10°</td> <td>-0.2</td> <td></td> </tr> <tr> <td>0°</td> <td>-0.4</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	$\alpha$	superf. planas		$C_3$	$C_4$	60°	0.80		50°	0.60		40°	0.40		30°	0.20	-0.4	20°	0.00		10°	-0.2		0°	-0.4		<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2"><math>\alpha</math></th> <th colspan="2">superf. planas</th> </tr> <tr> <th><math>C_3</math></th> <th><math>C_4</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>60°</td> <td>1.30</td> <td></td> </tr> <tr> <td>50°</td> <td>1.10</td> <td></td> </tr> <tr> <td>40°</td> <td>0.90</td> <td></td> </tr> <tr> <td>30°</td> <td>0.70</td> <td>0.1</td> </tr> <tr> <td>20°</td> <td>0.50</td> <td></td> </tr> <tr> <td>10°</td> <td>0.30</td> <td></td> </tr> <tr> <td>0°</td> <td>0.10</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	$\alpha$	superf. planas		$C_3$	$C_4$	60°	1.30		50°	1.10		40°	0.90		30°	0.70	0.1	20°	0.50		10°	0.30		0°	0.10	
$\alpha$		superf. planas																																																			
	$C_3$	$C_4$																																																			
60°	0.80																																																				
50°	0.60																																																				
40°	0.40																																																				
30°	0.20	-0.4																																																			
20°	0.00																																																				
10°	-0.2																																																				
0°	-0.4																																																				
$\alpha$	superf. planas																																																				
	$C_3$	$C_4$																																																			
60°	1.30																																																				
50°	1.10																																																				
40°	0.90																																																				
30°	0.70	0.1																																																			
20°	0.50																																																				
10°	0.30																																																				
0°	0.10																																																				