



PRIMER BORRADOR PUBLICACIÓN DE CABLES Y ARCOS

# CABLES Y ARCOS



COORDINACIÓN:  
REALIZACIÓN:

ING. CESAR FERNÁNDES  
ARQ. VIRGINIA CASAÑAS

BASADO EN LOS TRABAJOS PREVIOS DE: ARQ. FELICIA GILBOA - ARQ. RICARDO VIDART  
Y EN LA PUBLICACIÓN DE ESTRUCTURAS TRACCIONADAS ARQ. VIRGINIA CASAÑAS Y  
PROF. JESÚS ARGUIÑARENA

# CABLES Y ARCOS

## PRESENTACIÓN DE LA FAMILIA.

Se trata de estructuras que actúan principalmente mediante su forma material, lo que hace a Engel llamarlas de forma activa o sistemas estructurales en estado de tracción simple o compresión simple.

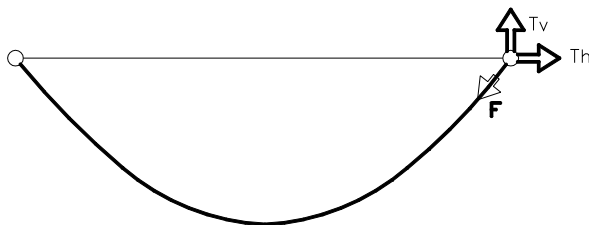
La característica de los sistemas estructurales de forma activa es que ellos vuelven a encauzar las fuerzas exteriores por medio de simples tensiones normales: el **arco** por **compresión** y el **cable** por **tracción**.

La forma de los sistemas estructurales de forma activa coincide, en el caso ideal, precisamente con el flujo de los esfuerzos, y estos sistemas son, por tanto, el camino natural de las fuerzas expresado en materia. La trayectoria natural de los esfuerzos de un sistema de *tracciones* es el *cable suspendido* y la de un sistema de *compresiones* es el *arco funicular*.

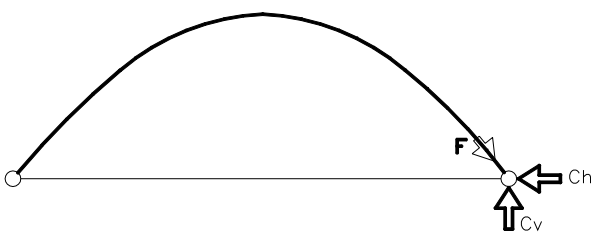
Cualquier cambio en las condiciones de carga o sustentación afecta a la forma de la curva funicular dando origen a una nueva forma estructural que responderá siempre a la funicular correspondiente a las cargas existentes en el caso del cable (estructura flexible). El arco funicular (estructura resistente) debido a su rigidez no cambiará su forma apareciendo diferencias entre el arco y su nueva curva funicular.

**Cables:** Son estructuras especialmente apropiadas para cubiertas de grandes luces con materiales ligeros (livianos) donde el elemento estructural esencial es el cable y el esfuerzo fundamental es el de tracción.

A causa de ser estructuras solicitadas exclusivamente por simple tracción, son los sistemas más económicos para cubrir un espacio atendiendo a la relación peso-luz.



**Arco Funicular:** Las formas inversas de los cables colgantes, corresponden a las formas comprimidas, que con la misma longitud soportarían las mismas cargas.



# CABLES:

Un material flexible (no rígido) con una forma determinada, fijado por sus extremos, puede sostenerse por sí mismo y cubrir un gran espacio.

Los cables son estructuras sin rigidez a la flexión debido a la pequeña sección transversal en relación a su longitud, por lo que la carga se transforma en tracción y hace que el cable cambie su forma según la carga que se le aplique.



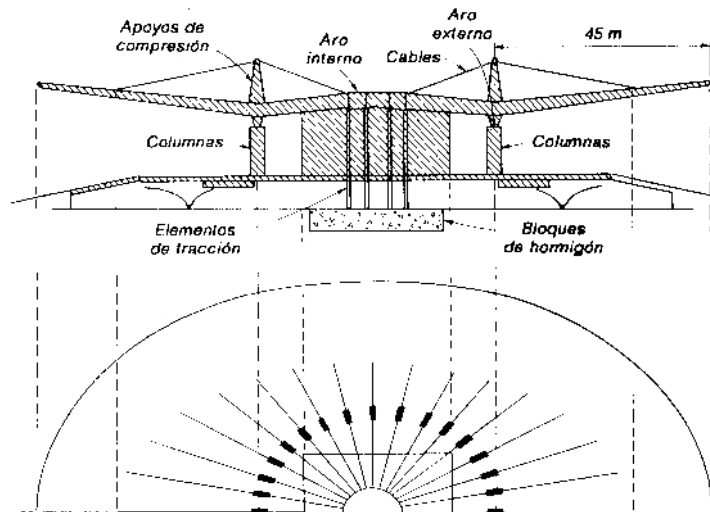
**Puente Golden Gate**



**Puente Brooklyn**



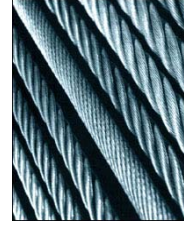
**Puente**



**Techo elíptico colgado de cables  
Acceso a Aeropuerto JFK New York**

# 1. Características

- Resisten únicamente esfuerzos de **tracción pura**.
- La **forma** responde a las **cargas**.
- Cualquier **cambio** en las condiciones de carga **afecta la forma**.
- **Carecen de rigidez transversal**.
- Las cargas pueden ser muy grandes **en relación al peso propio**.
- **No** constituye una estructura **autoportante**.



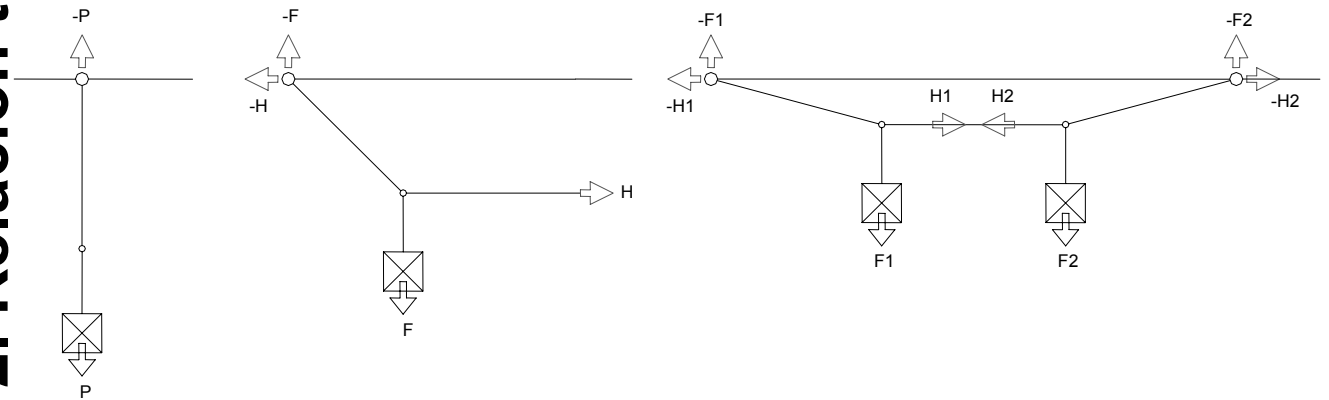
El cable estará trabajando en **tracción pura**, uniforme para toda la sección del cable, con un aprovechamiento total y absoluto de la capacidad de éste, dando estructuras ligeras aptas para cubrir grandes luces. Especialmente ligeros serán las unidades funcionales esenciales -el cable- si se usa acero de alta resistencia. Estos sistemas son los **más económicos** atendiendo a la **relación peso-luz**.

Un cable **no constituye una estructura autoportante**, el diseño exigirá estructuras auxiliares que sostengan los cables a alturas importantes, ello conlleva una combinación de sistemas estructurales diferentes, y el estudio de la eficiencia en cada caso concreto, deberá incluirlo.

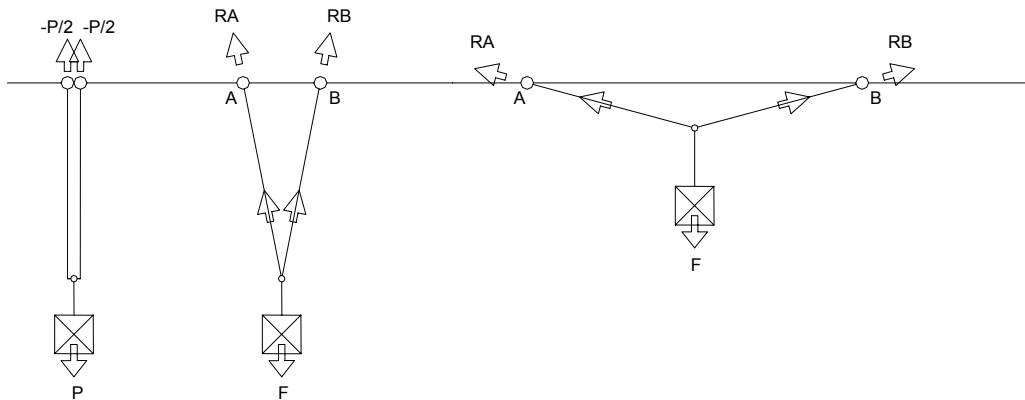
Las acciones sobre una cubierta se pueden transmitir a cables, que se alargarán traccionándose de forma de encontrar la forma correspondiente al equilibrio.

## 2. Relación trazado - esfuerzos

El cable adopta la forma de las cargas: por ejemplo la plomada nos indica la verticalidad de la fuerza de gravedad del peso de la misma (carga), en la forma del hilo (cable) que lo sostiene.  
 Aplicada una fuerza horizontal en cualquier punto de dicho cable, la forma del mismo se modifica en función del valor de dicha carga.



Si colgamos la carga de dos cables en vez de uno, cada uno de ellos equilibrará la mitad de la carga.



Separando los puntos de amarre, la carga quedará suspendida en el espacio creado. El cable transmite la carga a ambos lados, cubriendo el espacio. La forma del cable sigue las direcciones de las fuerzas.

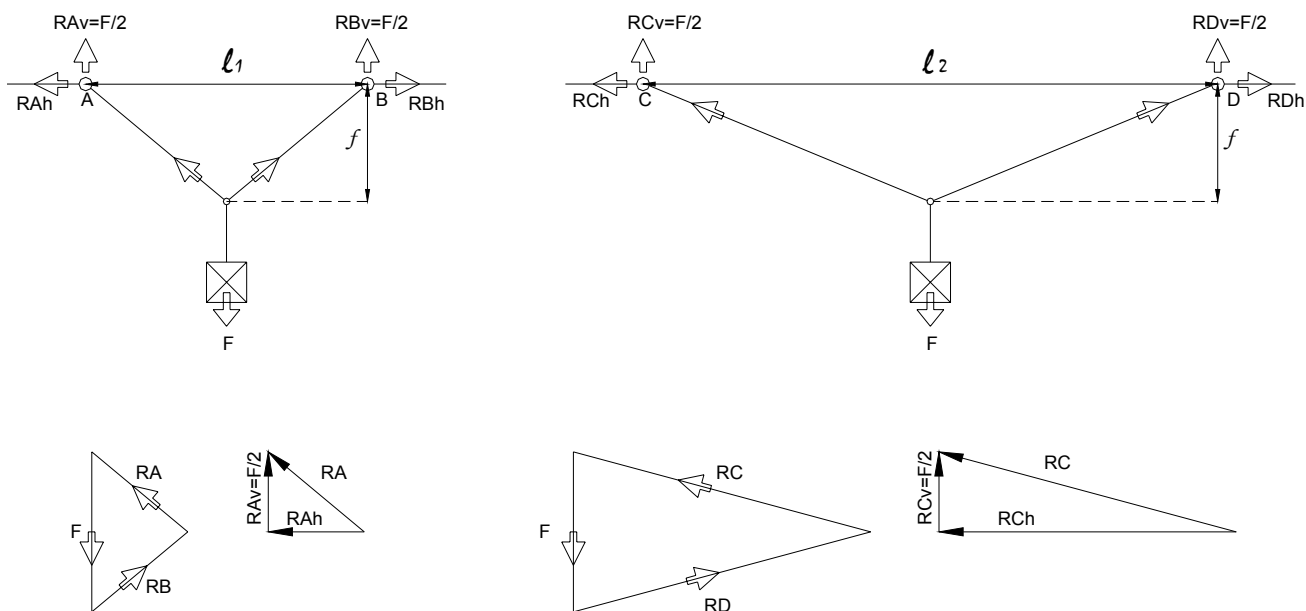
Debido a su reducida sección transversal en relación con su longitud, el cable no puede resistir la flexión, y así modifica su forma para cada nuevo estado de cargas.

El valor del esfuerzo a que estará sometido el cable dependerá de la distancia entre los puntos de amarre ( $l = \text{luz}$ ), del valor de la carga ( $F = \text{fuerza}$ ), y la distancia de la flecha del cable ( $f$ ). La resolución gráfica a los efectos de obtener el valor de dicho esfuerzo la podemos visualizar en el polígono vectorial, equilibrando la carga aplicada sobre el cable según las direcciones que adopta el trazado del cable.

Analicemos la variación de los esfuerzos en el cable, manteniendo **constantes** el valor de la **fuerza (F)** y la distancia de la **flecha del cable (f)**, **variando la distancia entre los puntos de amarre (l)**.

- fuerza  $F = F$
- flecha  $f = f$
- distancia entre los puntos de amarre  $l_1 < l_2$

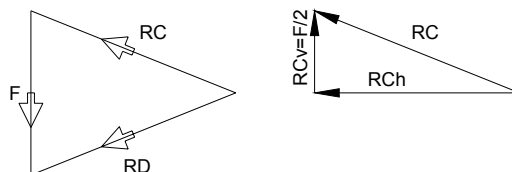
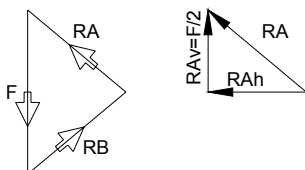
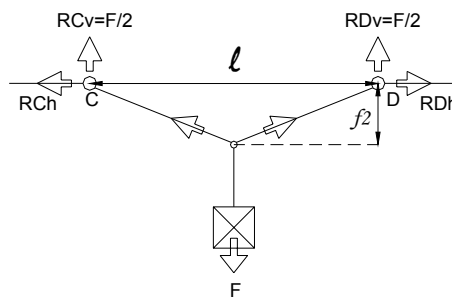
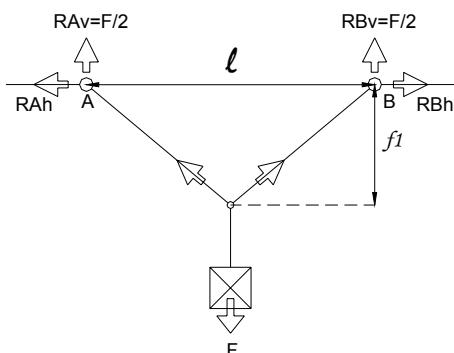
Vemos que la componente vertical se mantiene constante:  $RA_v = RC_v = F/2$ , en tanto que el valor del esfuerzo a que está sometido el cable aumenta:  $RC > RA$  a medida que se incrementa la distancia entre los puntos de amarre ( $l$ ).



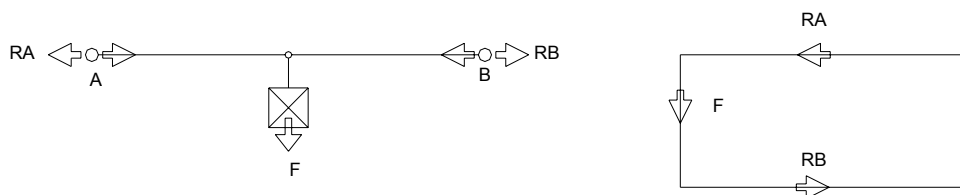
El valor del esfuerzo al que está sometido el cable aumenta, a mayor distancia entre los puntos de amarre mayor **tracción**.

Analicemos ahora dicha variación manteniendo constantes, el valor de la fuerza ( $F$ ) y la distancia entre puntos de amarre ( $\ell$ ), modificando la flecha del cable ( $f$ ).

- fuerza  $F = F$
- flecha  $f_1 \triangleright f_2$
- distancia entre los puntos de amarre  $\ell$



La componente vertical se sigue manteniendo constante:  $RAv = RCv = F/2$ , en tanto que a medida que aumenta la flecha ( $f$ ) el esfuerzo a que está sometido el cable es cada vez menor, dado que disminuye la componente horizontal:  $RAh < RCh$ . Así, el esfuerzo en el cable y la componente horizontal de la reacción, son inversamente proporcionales a la flecha. Si la flecha es nula, el esfuerzo del cable y la componente horizontal de la reacción resultarán infinitas; es decir, el cable colgante no puede resistir la carga.



A medida que aumentamos la flecha, disminuye el esfuerzo en el cable, pero necesitamos un cable más largo, es decir, más material. Analizando la variación de la flecha en relación a la variación del volumen del cable, llegamos a una situación óptima del mismo cuando el ángulo que abre el cable con la horizontal es de  $45^\circ$ .

# trazado del cable:

Si la carga se desplaza del punto medio, cambia la forma del cable y éste se acomoda para transferir la carga por medio de los tramos rectos.

Si se fijan al cable dos cargas idénticas en ubicaciones simétricas, vuelve a cambiar de forma con tres lados rectos. Si se aumenta el número de cargas, el cable toma nuevas configuraciones de equilibrio con lados rectos entre las cargas.

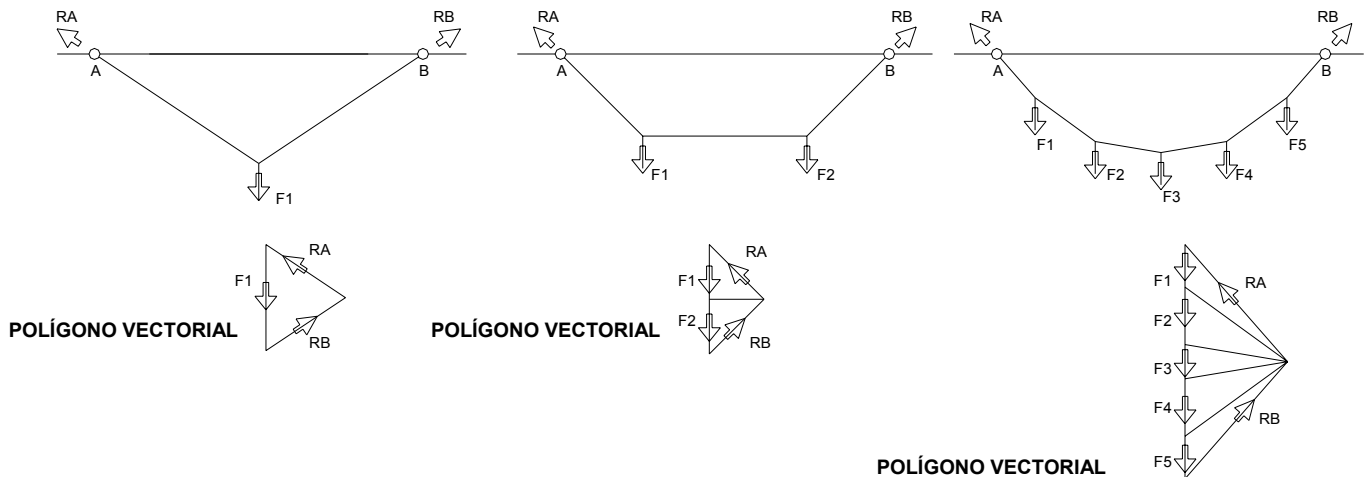
Cuando aplicamos dos o más fuerzas sobre el cable, éste adopta la forma de una funicular.

Cada situación de carga se corresponderá con una forma. Esa forma coincide con el lugar geométrico de las resultantes de las acciones y reacciones sobre el cable. Es decir que el eje del cable coincide con la línea de presiones, la forma de estos sistemas estructurales coincide, entonces, con el flujo de los esfuerzos y podríamos decir, que esta forma dibuja el camino natural de los "flujos" expresado en materia resistente del cable.

Esa línea de presiones, o funicular de las cargas, tienen una dependencia directa del sistema de fuerzas a equilibrar, y no puede someterse al proyecto libremente.

La resolución de dicha funicular, se realiza, en primer lugar obteniendo la resultante de las fuerzas, y luego, trazando la funicular que pasa por los puntos de amarre del cable. (Para la resolución de funiculares ver **Ficha b** "Elementos teóricos para el Análisis del equilibrio de un sistema de fuerzas")

El valor del esfuerzo sobre el cable se obtiene en el polígono vectorial; cada lado de dicho polígono nos indica el esfuerzo del cable en una zona del mismo y, por tanto, el mayor esfuerzo sobre el cable, será el mayor de dicho polígono.



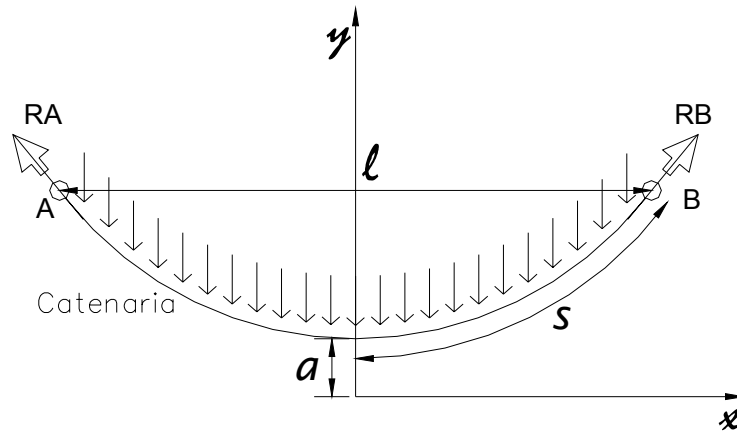
A medida que aumenta el número de cargas el polígono funicular toma un número creciente de lados más pequeños y se aproxima a una curva.

Cuando la cantidad de fuerzas tienden a infinito, la poligonal tiende a una curva funicular. Las reacciones que equilibran al cable son tangentes a la curva en los puntos de amarre del cable.

En el caso de que las cargas aplicadas se distribuyan a lo largo del cable (igual cantidad de carga por largo de cable), la forma que adoptará el cable es el de una curva **catenaria**.



La flecha óptima de una catenaria es aproximadamente un tercio de la luz y para esta relación de flecha luz la catenaria y la parábola son curvas muy similares.



## ecuación de la catenaria

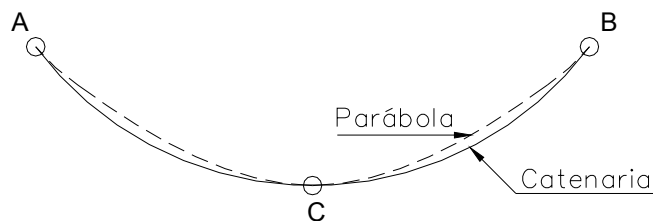
$$s = \text{sen. hip } \frac{x}{a}$$

$$y = a \cdot \text{cos. hip } \frac{x}{a}$$

Las reacciones en A y en B son tangentes a la curva.

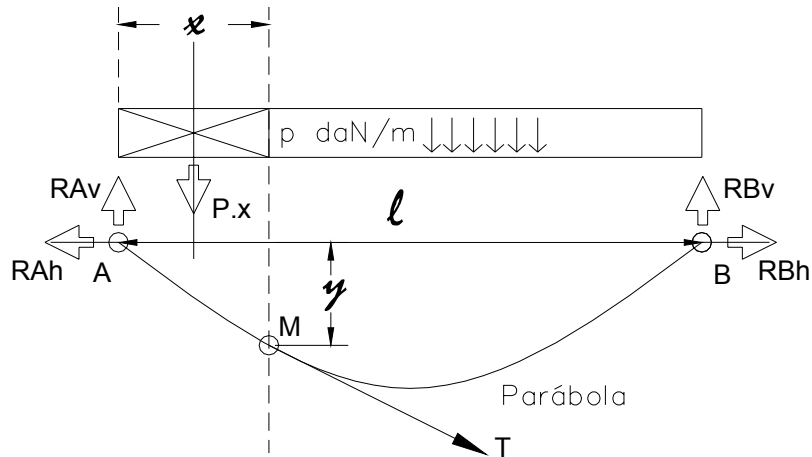
Si las cargas aplicadas se distribuyen horizontalmente, la curva funicular difiere de la catenaria, si bien posee la misma configuración general, la forma que adopta un cable sometido a una carga horizontal uniformemente repartida se aproxima a una parábola.

Ambas curvas coinciden en tres puntos: los dos puntos de amarre del cable y en el punto medio del trazado.



## ecuación de la parábola

La parábola tiene una ecuación más simple que corresponde a una carga uniformemente repartida.



**equilibrio global:**

$$\sum M = 0$$

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$P = p \cdot l$$

$$RAh = RBh$$

$$RAv = RBv = \frac{p \cdot l}{2} \quad (1)$$

**equilibrio de la parte:**

$$\sum F = 0 \rightarrow p \cdot x - RAv - RAh + T = 0$$

$$\sum M_M = 0 \rightarrow -RAh \cdot y + RAv \cdot x - p \cdot x \cdot \frac{x}{2} = 0$$

$$\sum M_M = 0 \rightarrow -RAh \cdot y + \frac{p \cdot l}{2} \cdot x - \frac{p \cdot x^2}{2} = 0 \quad \text{sustituyo } RAv \quad (1)$$

$$y = \frac{p \cdot l \cdot x - p \cdot x^2}{2RAh}$$

$$y = \frac{p}{2RAh} (lx - x^2)$$

**Ecuación de la parábola de 2º grado**

Para  $x = \frac{\ell}{2} \rightarrow y = f$

$$RA_h = \frac{p}{2f} \left( \frac{\ell^2}{2} - \frac{\ell^2}{4} \right) = \frac{p}{2f} \cdot \frac{\ell^2}{4} = \frac{p \cdot \ell^2}{8f}$$

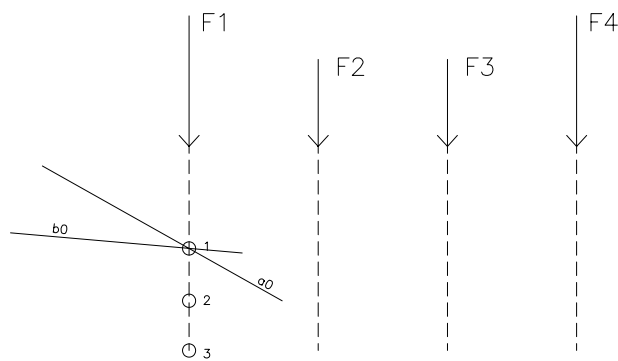
$$RA_h = \frac{p \cdot \ell^2}{8f}$$

## trazado funicular:

Dado un sistema de fuerzas paralelas en el plano, hallamos su resultante.

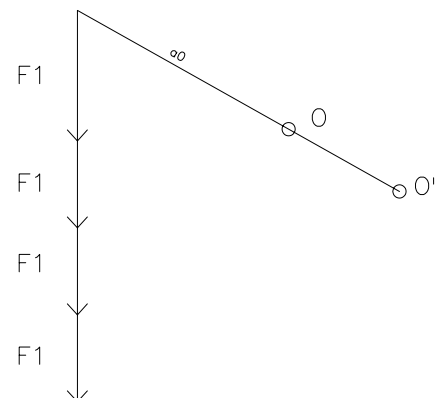
Conocemos su intensidad que será  $F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$ , y su sentido que dependerá del sentido e intensidad de las fuerzas del sistema.

Desconocemos su línea de acción.



PLANO DE SITUACIÓN

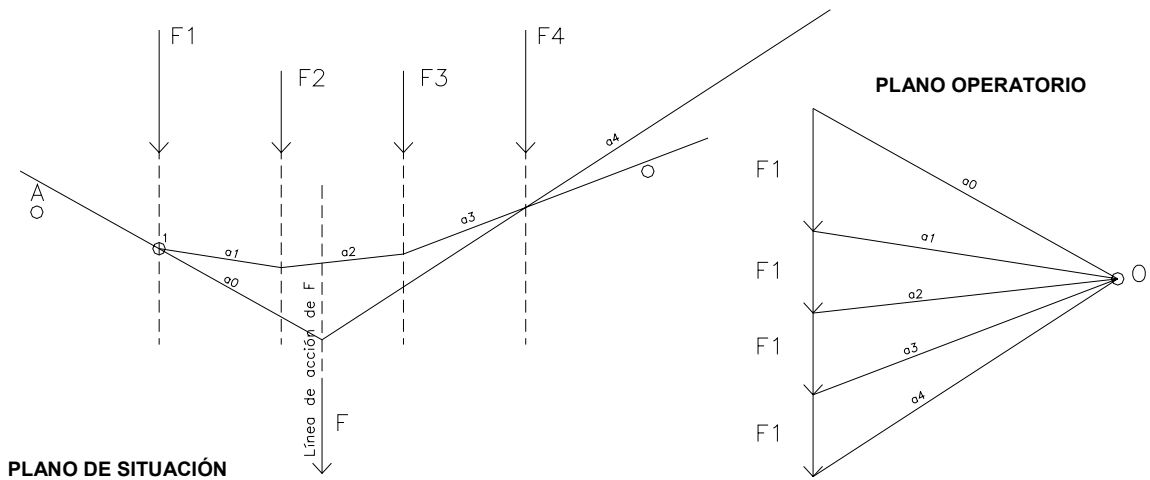
### PLANO OPERATORIO



Para hallar la resultante  $F$  de las fuerzas se pueden trazar distintas funiculares:

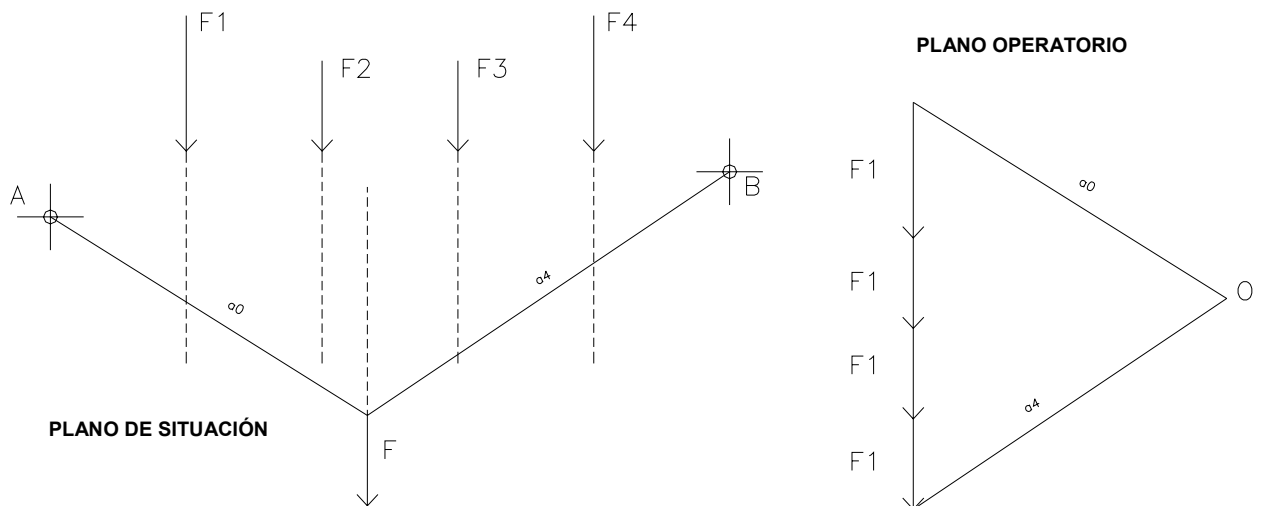
- Elijo un punto cualquiera de pasaje de la funicular sobre  $F_1$ : pto.1, 2, o 3, **primera indeterminación.**
- Por uno de esos puntos (pto.1) se pueden pasar infinitud de líneas de acción para la primera fuerza  $a_0, b_0$ , **segunda indeterminación.**
- Y sobre la paralela a esas direcciones ( $a_0$ ) en un polígono vectorial tomo como polo uno de los infinitos puntos  $O, O'$ , **tercera indeterminación.**

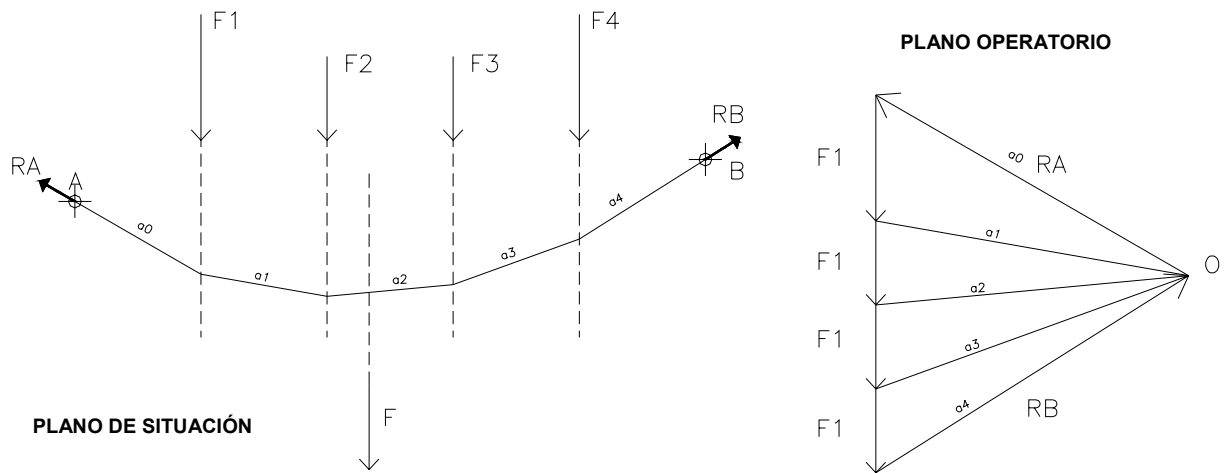
Hay infinitas soluciones para estas 3 indeterminaciones, si se fija el punto de pasaje de la funicular y la dirección de la línea de acción de  $a_0$  y se fija el polo el problema queda totalmente determinado.



## funicular por 2 puntos fijos A y B:

Si fijamos dos puntos de pasaje de la funicular tendremos una infinitud de posibilidades. Hallada la resultante  $F$  de las fuerzas, se descompone la misma en dos fuerzas  $a_0$  pasando por  $A$  y  $a_4$  pasando por  $B$ , en el plano de situación. Sus paralelas en el plano operatorio determinarán el polo  $O$ . Éste permite el trazado de una de las infinitas funiculares que resuelven el problema.





Si A y B son puntos fijos, las reacciones  $R_A$  y  $R_B$  serán según la dirección de  $a_0$  y  $a_4$  y se podrán descomponer según una vertical y según la dirección de AB.

La forma que adopta el cable para un determinado sistema de cargas es el de la funicular.

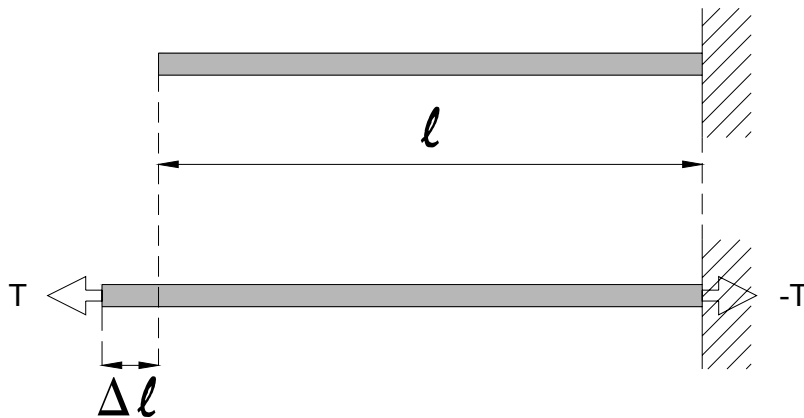
Esa forma coincide con la línea de presiones: lugar geométrico de las resultantes izquierdas. El eje del cable coincide con la línea de presiones, por lo cual podemos conocer el esfuerzo en cada tramo del cable.

### 3. Estado tensional

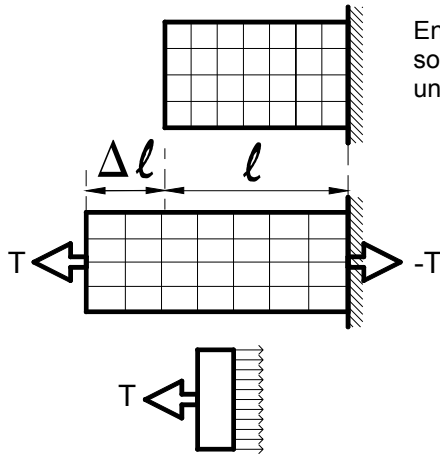
Las estructuras se deforman cuando se las somete a la acción de cargas, aunque esas deformaciones no puedan apreciarse a simple vista las tensiones correspondientes pueden tener valores importantes

La tracción es el estado de tensión en el cual las partículas del material tienden a separarse en el sentido longitudinal y a juntarse en el sentido transversal.

La pieza de la figura está traccionada por una fuerza  $T$ , se alarga un valor  $\Delta l$ , mientras que las dimensiones transversales disminuyen.



Las secciones transversales de la barra que eran planas y perpendiculares a su eje antes de la deformación permanecen planas y normales, después de ocurrir la deformación: **Hipótesis de Bernoulli**, la distribución de las tensiones en la sección de la pieza es uniforme, excepto en la zona de aplicación de la fuerza.



En las secciones transversales de la barra actúan solamente tensiones normales distribuidas uniformemente

Definimos la tensión de tracción como:

$$\sigma = \frac{T}{s}$$

Siendo T la fuerza de tracción y s el área de la sección.

Suponemos que un cuerpo está formado por moléculas pequeñas entre las cuales actúan fuerzas. Estas fuerzas moleculares se oponen a cambios de forma del cuerpo cuando sobre él actúan fuerzas exteriores.

Si un sistema exterior de fuerzas se aplica al cuerpo, sus partículas se desplazan hasta que se establece el equilibrio entre el sistema exterior de fuerzas y las fuerzas interiores.

Si cargamos una barra en su extremo con una fuerza T como indica la figura, bajo la acción de esa carga la barra se alarga un valor  $\Delta l$ . Cuando la carga disminuye el alargamiento de la barra disminuye también.

La propiedad que tienen los cuerpos de recuperar su forma primitiva al descargarlos se denomina elasticidad.

Para un cuerpo elástico la deformación  $\Delta l$  de una pieza de longitud  $l$ , es proporcional a su tensión y a su longitud.

Podemos representar gráficamente esa relación entre las tensiones y las deformaciones unitarias:

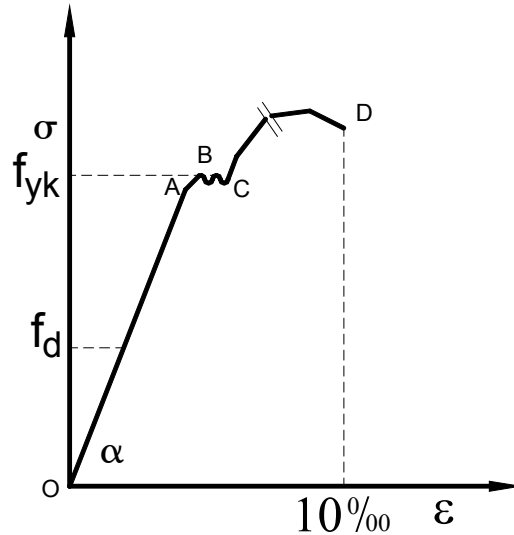
Definimos el alargamiento o deformación unitaria  $\varepsilon$  a la relación:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

**alargamiento deformación unitaria**

$$\Delta l = \varepsilon \cdot l$$

# Diagrama tensión – deformación.



Se establece experimentalmente que cuando las cargas se encuentran entre ciertos límites OA el alargamiento de la barra es proporcional a la tensión y a su longitud e inversamente proporcional a la sección y al módulo de elasticidad **Ley de Hooke**.

## OA - Período de proporcionalidad

Existe un período de proporcionalidad, en el cual a un incremento de la tensión corresponde un incremento proporcional de la deformación. En este período, entre el punto O y el punto A, se cumple que retirada la fuerza, la pieza recupera su forma original. Hasta el límite de la proporcionalidad es válida la Ley de Hooke

El valor de  $tg\alpha$  en ese período se llama  $E = \text{Módulo de Young o Módulo de elasticidad}$ .

$$E = tg\alpha \qquad tg\alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon} \qquad E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \qquad \sigma = \varepsilon \cdot E$$

E es un coeficiente cuyo valor depende de las propiedades del material. Este coeficiente caracteriza la rigidez del material, es decir su capacidad de oponerse a las deformaciones.

<b>Este Módulo de elasticidad E varía para cada material:</b>	
<b>Acero</b>	<b>2.100.000 daN/cm<sup>2</sup> .</b>
<b>Madera</b>	<b>100.000 daN/cm<sup>2</sup> .</b>

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta l = \frac{\sigma \cdot l}{E} = \frac{T}{A} \cdot \frac{l}{E}}$$



Donde:

$T$  = Fuerza de tracción en daN.

$\ell$  = Largo de la pieza en cm.

$s$  = Sección (área) de la pieza en  $\text{cm}^2$ .

$$\sigma = \frac{T}{s}$$

$$\Delta\ell = \frac{T \cdot \ell}{s \cdot E}$$

## OB - Período de elasticidad

El período de elasticidad abarca el período de proporcionalidad, extendiéndose hasta el punto B. La distancia entre A y B es muy pequeña y en la práctica puede tomarse como un sólo punto. Entre el punto A y el punto B, el material conserva sus propiedades elásticas, es decir que al retirar la fuerza, éste recupera su dimensión y su forma inicial.

## Período plástico

Al seguir aumentando la carga, llega un momento (punto C) donde las deformaciones comienzan a aumentar sin un correspondiente incremento sensible de la carga.

Es decir que casi sin incremento de la fuerza se producen incrementos importantes de las deformaciones.

En este período, denominado escalón de fluencia (tramo CD), se producen cambios en la estructura molecular o cristalina de la materia (en su estructura interna), y por consiguiente cambian sus propiedades mecánicas:

La deformación no será estrictamente reversible.

La deformación crece más rápido que la relación  $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$

Sin aumentar la tensión, llega un momento en que la deformación continúa (escurrimiento plástico).

La propiedad de elasticidad ha sido definida por experimentación – generalización sobre barras. La generalización sobre cuerpos no lineales **no** podrá hacerse sin otro proceso de nueva generalización.

# Tensión de dimensionado.

Esta relación estudiada entre la tensión y la deformación se determina, para cada material, empíricamente mediante ensayos y cálculos probabilísticos.

De esta manera se establecen valores límites tales como la tensión de rotura  $f_{sk}$ , la tensión de cadencia (fluencia)  $f_{yk}$ .

A los efectos de dimensionar una pieza debemos trabajar con una tensión inferior a esas tensiones límites.

Este valor inferior que utilizamos como tensión de dimensionado  $f_{sd} \Rightarrow \frac{f_{yk}}{\gamma}$ , se obtiene mediante

un coeficiente de seguridad  $\gamma$ , que es el reflejo de incertidumbres provenientes de las posibles imperfecciones del material, del peso propio, del valor de las cargas de uso (variables) a la que está sometido, de los modelos de cálculo, del proceso de producción de la obra, etc..

Por ejemplo, en un acero común podemos considerar:

**Tensión límite resistente**  $f_{sk} = 3700 \text{ daN/cm}^2$ .

**Tensión de fluencia**  $f_{yk} = 2600 \text{ daN/cm}^2$ .

**Tensión de dimensionado**  $f_{sd} = 1400 \text{ daN/cm}^2$ .

Esto implica considerar un coeficiente de seguridad respecto a la fluencia aproximadamente 1,85.

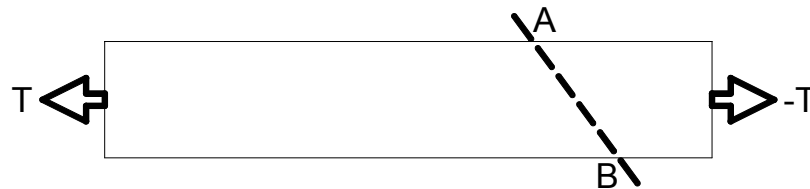
$$\frac{f_{sk}}{f_{sd}} = \frac{2600 \text{ daN/cm}^2}{1400 \text{ daN/cm}^2} = 1.85 = \gamma$$

En el caso de la estructuras de cables podemos trabajar con aceros que admiten tensiones de dimensionado mayores que la anterior, con valores que pueden alcanzar hasta 5000, 8000, 10000 y 18000 daN/cm<sup>2</sup>

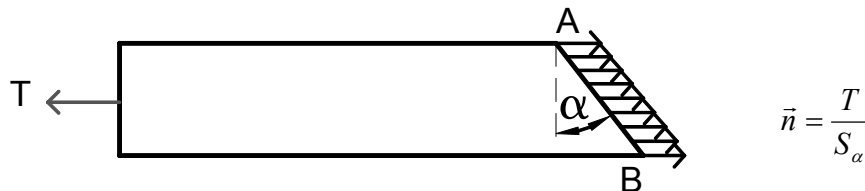
# Variación de la tensión en tracción simple al considerar secciones oblicuas al eje de la barra.

Para poder analizar plenamente la resistencia del material es necesario saber calcular las tensiones que surgen en cualquier plano inclinado del elemento traccionado.

Las tensiones normales en una sección transversal normal  $\sigma = \frac{T}{S}$  se consideran conocidas.

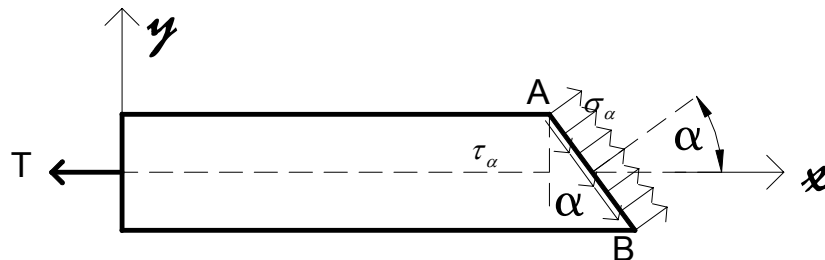


Debido a que todas las fibras longitudinales tienen el mismo alargamiento, las fuerzas que representan la acción de la parte derecha de la barra estarán distribuidas uniformemente sobre la sección AB.



Calculemos las tensiones que aparecen en la sección inclinada AB, cuya normal forma un ángulo  $\alpha$  con la dirección de  $\sigma$ .

La fuerza por unidad de área de la sección AB la llamaremos  $\sigma_\alpha$



$$\vec{n} = \sigma_\alpha + \tau_\alpha$$

S  $\rightarrow$  área de la sección recta perpendicular al eje de la barra  
 $S_\alpha$   $\rightarrow$  área de la sección inclinada

$$S\alpha = \frac{S}{\cos \alpha}$$

$$\sigma_{\alpha} = \frac{T \cdot \cos \alpha}{S} = \sigma \cdot \cos \alpha$$

Donde  $\sigma$  representa la tensión en la sección recta de la barra.

La tensión  $\sigma_{\alpha}$  correspondiente a una sección inclinada es menor que la tensión  $\sigma$  en la sección recta de la barra y disminuye al aumentar el ángulo  $\alpha$ .

En las secciones oblicuas, la tensión que tiene la dirección de la fuerza T no es perpendicular a la sección, entonces la descomponemos en 2 componentes normal y tangencial a la sección.

Actúan entonces en dicha sección tanto tensiones normales  $\sigma_n$  como tangenciales  $\tau$ .

$$\sigma_n = \sigma_{\alpha} \cdot \cos \alpha = \sigma \cdot \cos^2 \alpha$$

$$\tau = \sigma_{\alpha} \cdot \sin \alpha = \sigma \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{\sigma \cdot \sin 2\alpha}{2}$$

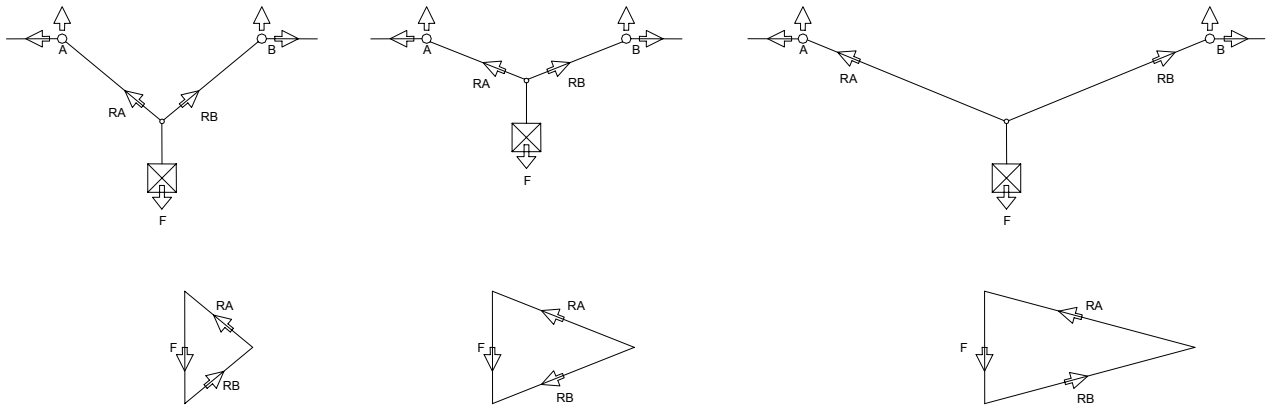
Las tensiones normales reciben magnitud máxima cuando  $\alpha = 0$ , es decir en la sección perpendicular al eje de la barra.

Las tensiones rasantes reciben magnitud máxima cuando  $\alpha = 45^{\circ}$

# 4. Dimensionado

Una vez obtenida la tensión en la sección más comprometida de la barra, podemos diseñar la sección de una pieza, a partir del valor de la fuerza que está sometida y de las tensiones admitidas por el material empleado.

En el caso de las estructuras de cables debemos realizar el dimensionado a partir del valor de la mayor fuerza a la que está sometido el mismo. Dicho valor lo obtenemos del plano operatorio construido para diseñar la forma del cable.



Definido el valor de esa mayor fuerza a la que está sometido el cable podemos obtener las dimensiones de la sección del cable que necesitamos; el área de la sección necesaria será:

$$A_{nec} = \frac{T}{f_{sd}}$$

Por el mismo procedimiento podemos definir qué fuerza admite un cable a partir del valor de la tensión de dimensionado del material del mismo y de su sección.

$$T = A \cdot f_{sd}$$

## 5. Estabilización de la forma

Como se señaló al enumerar las características de esta familia de estructuras, carecen de rigidez transversal y las sobrecargas pueden ser muy grandes en relación al peso propio.

Cada situación de carga se corresponderá con una forma. Esa forma coincide con la línea de presiones.

La correspondencia entre la línea de presiones y la forma del cable, da a estos sistemas, una gran sensibilidad ante los cambios en los estados de carga.

Una posible variación de estas sobrecargas, en la medida en que la forma responde a las cargas aplicadas, puede originar una modificación importante de la estructura. Se puede visualizar esta situación con lo que le sucede a una vela de barco, o el sobretecho de una carpa de tela, con la acción del viento.

Se pretende diseñar estructuras estables, y una de las condiciones del **equilibrio estable** es, precisamente, la **estabilidad de la forma**. Por tanto es necesario resolver esta situación, de manera de obtener estructuras en las que la forma varía entorno acotado al modificarse las cargas aplicadas sobre ella.

### **Posibilidades para la estabilización de las construcciones con cables.**

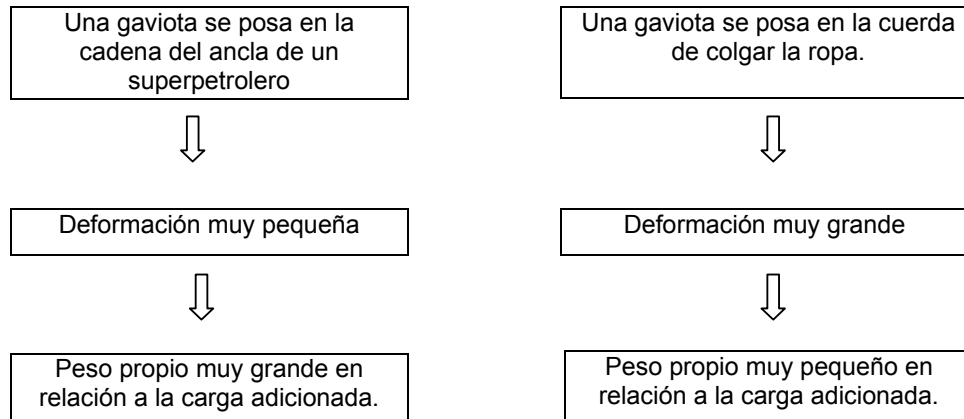
Mediante un gran peso propio en relación a las posibles cargas asimétricas.

Mediante elementos rigidizadores.

Mediante pretensado.

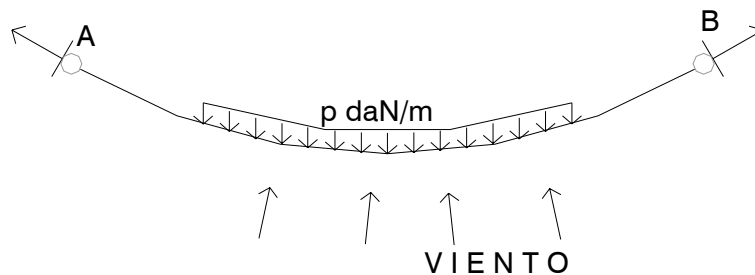
# estabilización mediante peso propio

Se trata de agregar un gran peso propio en relación a las posibles cargas asimétricas: sobrecargas o variaciones climáticas. Es el caso de los grandes puentes colgantes, en los cuales la propia carretera tiene un gran peso propio en relación al viento y al peso del tránsito.



En general es suficiente cuando el peso es 2 a 3 veces más grande que las posibles cargas asimétricas. Este es sin embargo un valor muy aproximado, determinado mediante la práctica; en casos especiales pueden también ser necesarios valores considerablemente mayores.

En general el peso propio de la estructura más los materiales de relleno, aislamiento e impermeabilización es del orden de **25 a 40 daN/m<sup>2</sup>**.



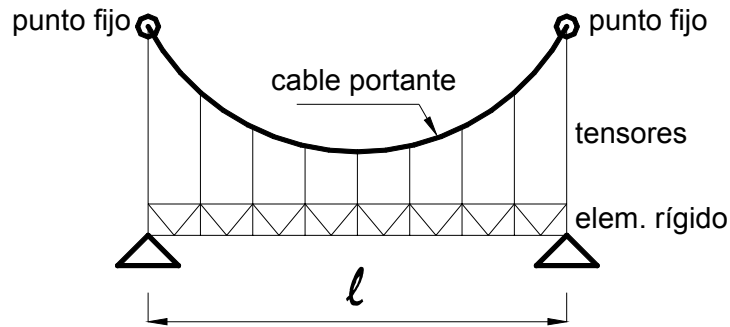
Las cargas climáticas pueden ser superiores: no son asimétricas, son rápidamente variables, alternativamente hacia arriba y hacia abajo (viento).

Esta solución de agregar peso inerte implica una contradicción importante ya que estamos agregando peso material a una estructura que se caracteriza precisamente por su liviandad.



# estabilización mediante elementos rigidizadores

Se trata de colocar un elemento rígido en la zona de aplicación de las cargas. Es el caso de los grandes puentes colgantes en los que la carretera se apoya en una gran viga reticulada impidiendo la deformación excesiva provocada por la variación de las cargas.



En este caso los cables colgantes de largos diferentes tienen alargamientos proporcionales a sus esfuerzos

$$\Delta \ell = \frac{T \cdot \ell}{s \cdot E}$$

De las deformaciones diferenciales pueden provenir esfuerzos adicionales en las vigas rigidizadoras.

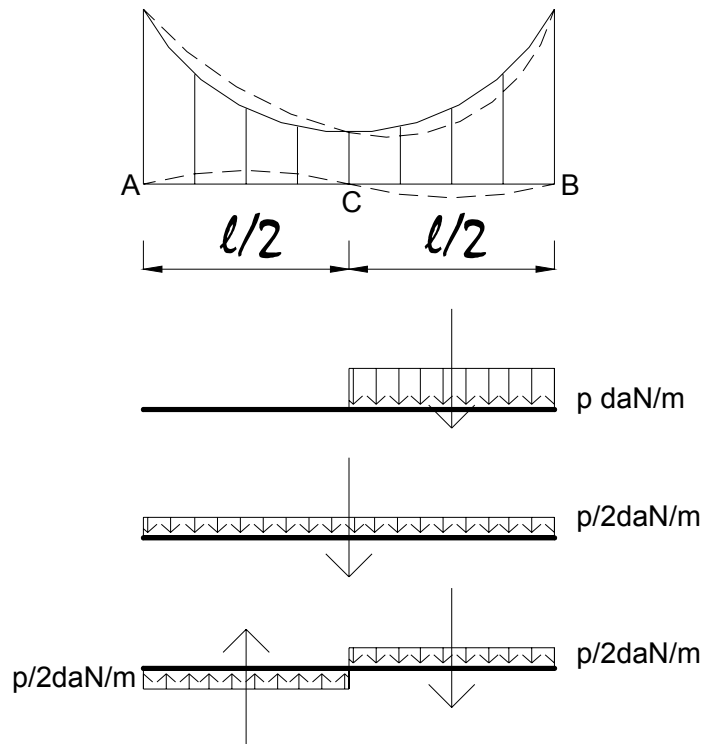


Gráfico de deformaciones del sistema bajo acción de una carga asimétrica uniformemente repartida  $p$ .

En la mitad del sistema se produce un punto de inflexión en la línea de la deformada, apareciendo cargas adicionales que varían en diferentes zonas de la viga.



# estabilización mediante elementos rigidizadores

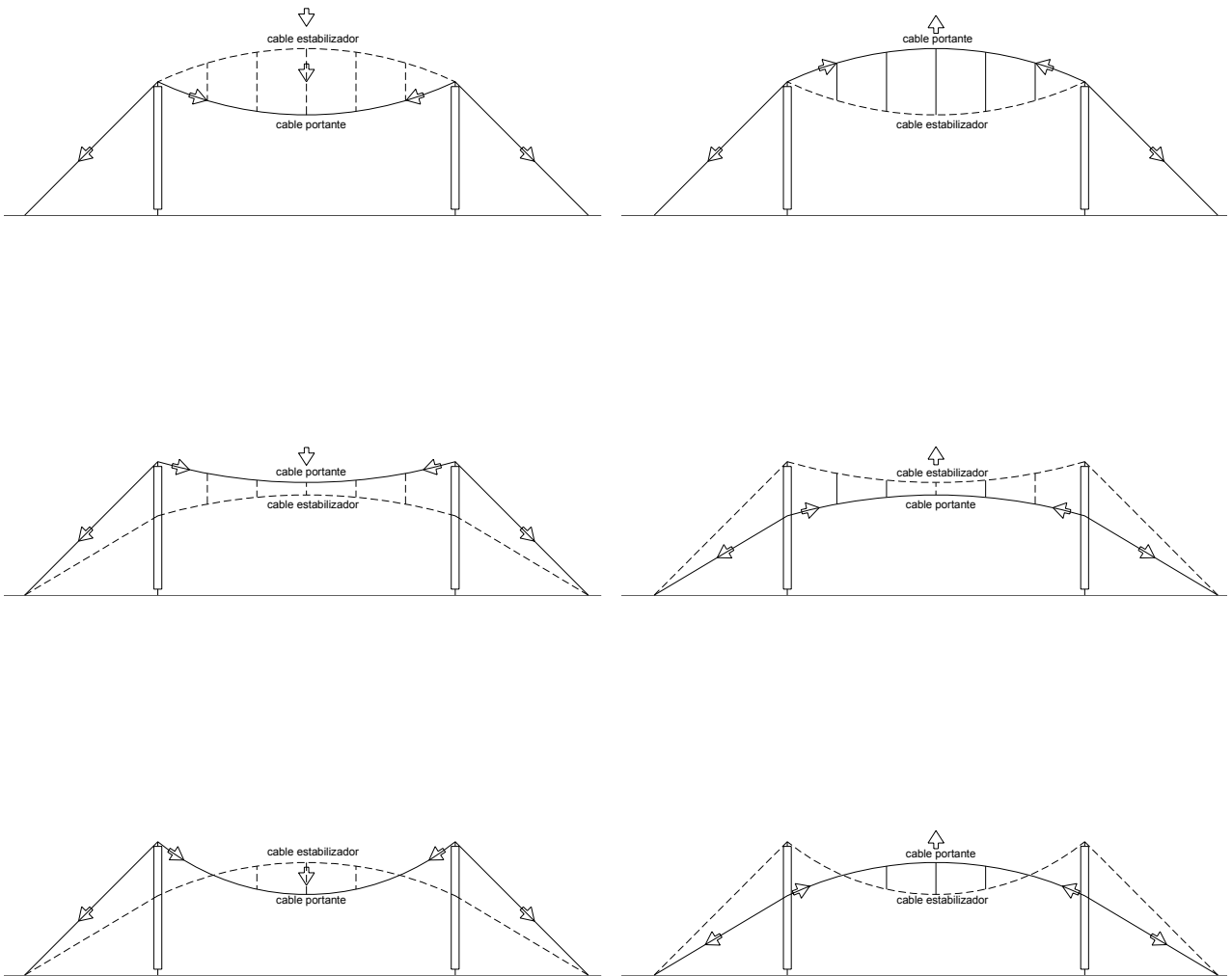


# estabilización mediante pretensado

Se trata de introducir en la estructura tensiones previas a la aplicación de las cargas utilizando, diversos recursos:

- agregando una fuerza previa al cable
- agregando otra estructura de cables que produzca esa fuerza:
  - cables unidos en un plano.
  - cables unidos en el espacio.
  - cables portantes y tensados
  - redes de cables.

Se agrega al cable portante un cable estabilizador. El cable portante y el cable estabilizador se cargan recíprocamente mediante el pretensado del sistema. En el punto de cruce ambos cables se cargan recíprocamente.



En la situación en que los cables estabilizadores y cables portantes no se encuentren en el mismo plano estamos en presencia de una estructura de redes. En una red de cables la distribución de carga se modifica en cada punto; ésta no se mantiene igual sobre toda la superficie.

La combinación de cable portante – cable estabilizador, se puede cerrar en una malla que conduce a las “telas” estructurales.

El pretensado con cables, resulta un sistema eficiente y coherente para lograr la necesaria estabilización de la forma, y genera desde el punto de vista del diseño, fuertes necesidades y oportunidades formales. En definitiva, la combinación de cable portante-cable estabilizador, es una pareja de alta eficiencia para cubrir grandes luces.

# ARCOS:

Podemos considerar a los arcos cuyo eje coincide con la línea de presiones, llamados arcos “funiculares”, como sistemas simétricos respecto al de los cables y en ese sentido incorporarlos a la familia estructural en estudio.

Claro que la palabra funicular refiere a funiculares-cables-tracción. Usamos ahora el término, asociado a arcos, exclusivamente para asociar estos arcos a sus cables simétricos que podrían equilibrar las mismas cargas.

## 1. Características



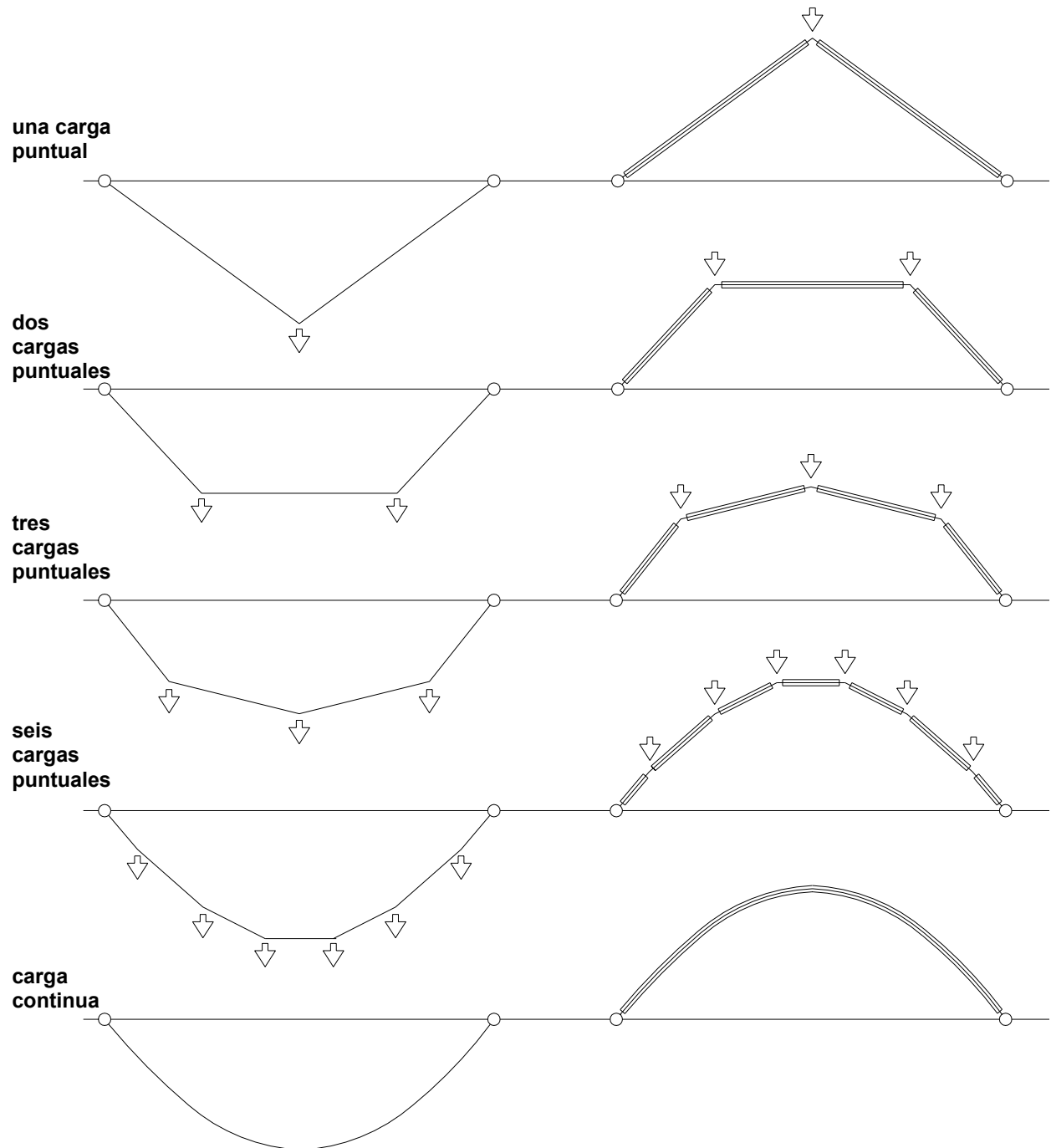
Las diferencias entre los dos se traducen en características diferenciales que se incorporan fuertemente al diseño, o a la expresión formal:

- en un caso la sollicitación será **tracción pura (cables)**, en el otro, **compresión pura (arcos)**, y la consideración (compleja a veces) del fenómeno del pandeo dará secciones y formas de las secciones, diferentes, más importantes, con mayor peso.
- en un caso la flexibilidad permitirá la adaptación a la forma necesaria en cada caso, en el otro, la rigidez del arco llevará a que no lo pueda hacer resultando que el arco será “funicular” solo para un estado de carga particular. También esto lleva a dar secciones para el arco sensiblemente más importante.
- existen otras diferencias y complejidades por ejemplo, en la fijación del arco a los apoyos, en que la rigidez del arco generará nuevas particularidades y complejidades.

Estos elementos hacen que la simetría entre los dos sistemas sea relativa y que expresivamente se marquen como distintos.

De todas formas, sin distinguir entre los dos subsistemas (arcos-cables), debido a que sólo están sometidos a sollicitaciones de compresión o tracción simples permiten cubrir grandes luces y configurar grandes espacios, empleando la mínima cantidad de material posible.

# relación entre cable suspendido y arco funicular.



## 2. Desarrollo

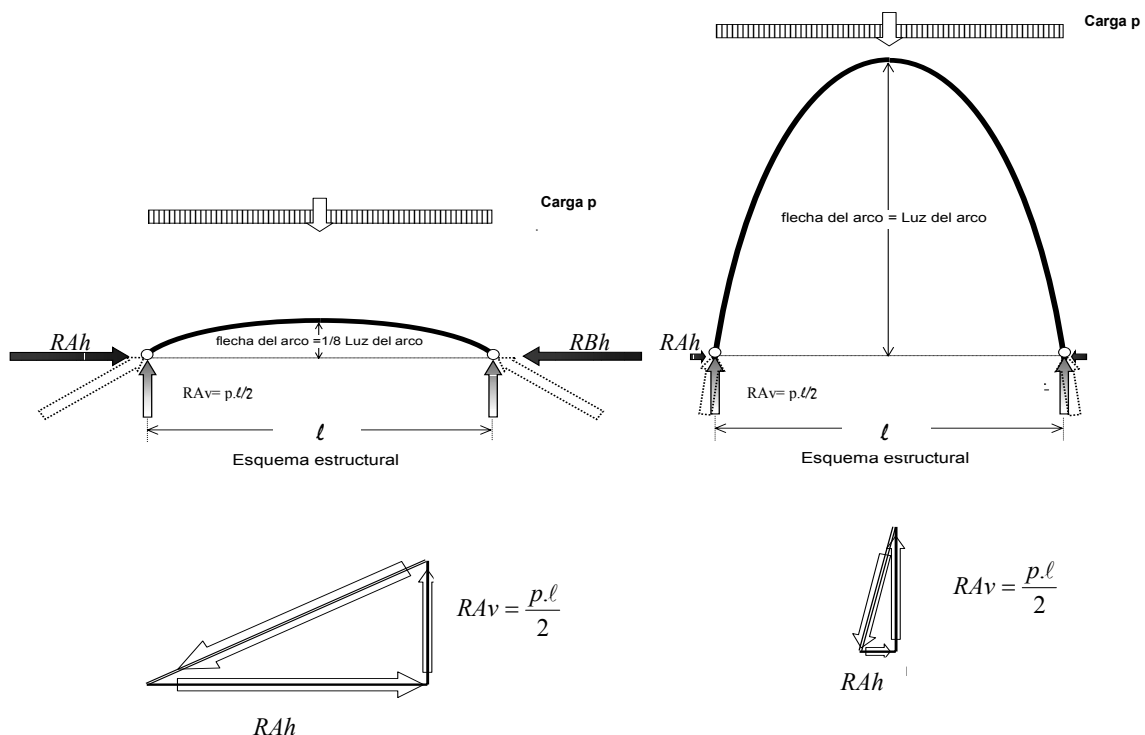
El arco es en esencia una estructura comprimida utilizada para cubrir grandes y pequeñas luces, y puede considerarse como uno de los elementos estructurales básicos en todo tipo de arquitectura.

La forma ideal de un arco capaz de resistir cargas determinadas por un estado de compresión simple, pueden hallarse siempre con la forma del polígono funicular correspondiente invertido.

El método que utilizó Gaudí para establecer la forma de sus obras fue una compleja y laboriosa maqueta funicular de hilos colgados traccionados con pesos representativos de las diferentes partes del edificio, cuya inversión de 180°, mediante croquis o fotografía, daba la posición y la dirección en el espacio de los ejes de los elementos constructivos exclusivamente lineales, pilares o arcos, que estarían sometidos sólo a esfuerzos de compresión pura. En el paso del hilo a la materia genera los elementos portantes con una corporeidad suficiente para no sufrir los efectos del pandeo.

Los arcos generan fuerzas horizontales que se deben absorber en los apoyos mediante contrafuertes o tensores.

Analicemos la variación de los esfuerzos en el arco, manteniendo **constantes** el valor de la **fuerza (F)** y la **distancia** entre los **puntos de apoyo ( $\ell$ )**, **variando** la **altura del arco ( $h$ )**



Vemos que la componente vertical se mantiene constante:  $RA_v = RB_v = F/2$ , en tanto que el valor del esfuerzo horizontal  $RA_h$  crece a medida que disminuye la altura ( $h$ ).

El valor del empuje horizontal es inversamente proporcional a su altura, para reducir el empuje horizontal en los apoyos el arco debería ser lo más alto posible.

El valor del esfuerzo al que está sometido el arco aumenta, a mayor altura mayor **compresión**.

### 3. Estado tensional

Hablamos de arcos, diseñados, con su eje coincidiendo con la **línea de presiones** (entonces todo lo dicho para los cables podría repetirse para estos arcos en **compresión pura**, para una “geometría simétrica”).

La **línea de presiones** está asociada a un **estado de cargas**, el eje de dicho arco coincidirá con el estado de carga correspondiente a los pesos propios, exclusivamente.

Cualquier variación en las condiciones de carga modifica la forma del arco funicular y crea una nueva forma estructural. Mientras el cable suspendido adopta por sí mismo la nueva línea de presiones al variar las cargas, el arco funicular ha de absorber a través de su rigidez la variación en la línea de presiones.

Para otro estado de carga el axil **N**, tendrá una excentricidad **e**, y la secciones estarán en presoflexión, es decir **comprimidas** por el axil y **flexadas** por la excentricidad de la carga.

De manera que en los arcos esbeltos en acero y también en hormigón armado, no podrán, estrictamente, ser considerados dentro de la familia, ya que aparece la flexión asociada a los diferentes estados de carga.

Para arcos pétreos o de mampostería, con materiales sin capacidad importante para trabajar en tracción, y con importante peso propio, podemos si considerar a los arcos como arcos comprimidos exclusivamente.

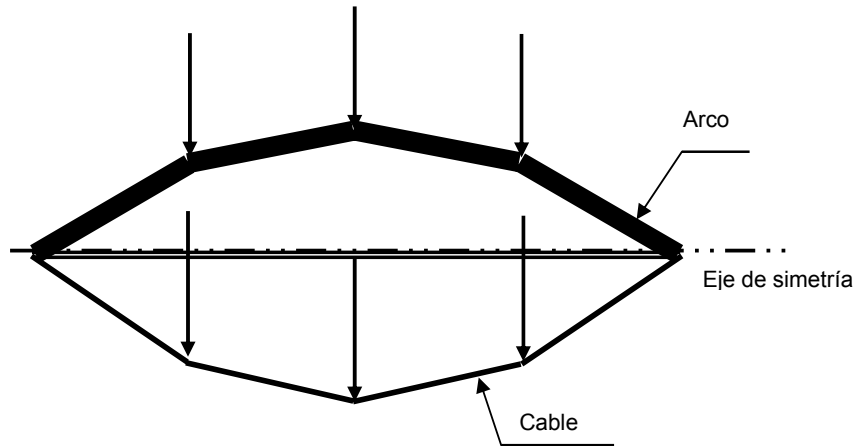
Las líneas de presiones, correspondiente a los diferentes estados de carga, dan una “medida del espacio” adecuada al diseño para esa situación concreta.

Pensemos ahora en esos arcos en que las líneas de presión, de los diferentes estados de carga, se apartan poco de la correspondiente, a la de los pesos propio, que define el eje del arco.





En ese caso el diseño debe asegurar que el axil esté siempre poco apartado del centro de gravedad, de la sección, es decir que la excentricidad de la sollicitación axil, sea pequeña, de forma que todo el material esté **siempre comprimido**, evitando la aparición de tracción en las diferentes secciones. Esto se asegura por el poco apartamiento de las distintas líneas de presión, respecto al eje del arco.



Así podríamos asociar a estos arcos como los simétricos de los cables "estabilizados mediante peso propio". Obsérvese que la situación no es idéntica, o no es "estrictamente simétrica".

En un caso el cable se deforma hasta coincidir con la nueva línea de presiones, pero esa nueva posición es muy cercana a la primera, en el otro caso el arco permanece (para análisis de primer orden) en su forma original, apartándose de la nueva línea de presiones, pero ésta excentricidad es menor, de forma de que toda la sección permanezca **sin "fibras" traccionadas**. Es decir que en éste último caso aparece la flexión para estados de carga y estrictamente no deberíamos considerarlo dentro de la familia en estudio.

Esa zona de la geometría de la sección que asegura, que si el axil, "cae" en ella, no hay fibras traccionadas, es el llamado "**núcleo central**". Esa geometría naturalmente se desarrolla entorno al centro gravitacional de la sección, tiene como centro a éste y es de fácil determinación.

# núcleo central.

La excentricidad "e", crea el momento flector M:

$$M = e.N$$

Las tensiones normales  $\sigma$  por el axil N serán:

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

Las tensiones normales  $\sigma$  máximas, (de tracción y de compresión) por el flector M será:

$$\sigma = \frac{M}{W_x} = \frac{e.N}{W_x}$$

Con A, área de la sección (b.h, para el caso de la figura);

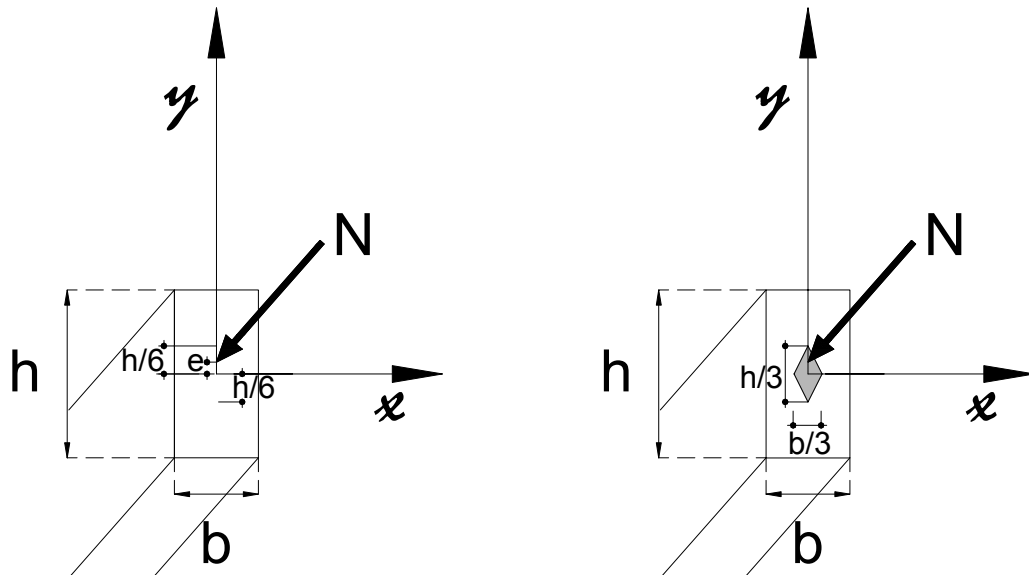
Y con  $W_x$ , módulo resistente de la sección ( $\frac{b.h^2}{6}$ , para el caso de la figura).

Al aumentar la excentricidad aumenta la tracción que se resta a las compresiones del axil, (ver flexión simple y preso-flexión), el límite para que no haya tracciones será cuando esa resta sea cero:

$$0 = \frac{N}{A} - \frac{e.N}{W_x}, \text{ dividiendo los dos términos por N obtenemos, } 0 = \frac{1}{A} - \frac{e}{W_x}$$

Despejando

$$e = \frac{W_x}{A}, \text{ que para el caso de la figura, } e = \frac{W_x}{A} = \frac{b.h^2}{6.b.h} = \frac{h}{6}$$



El razonamiento realizado sobre el eje según  $h$ , se puede repetir según el otro eje obteniéndose como límite en vez del segmento centrado  $h/3$ , el segmento centrado  $b/3$ .

Si hubiera excentricidad simultáneamente respecto a los dos ejes, se obtendría como límite el rombo de la figura.

Es fácil ver que para una sección circular, de radio  $R$ , el núcleo central será un círculo de radio  $R/4$ . Así si fuera necesario se puede determinar el núcleo central para cualquier geometría.

En nuestro análisis plano, importa esencialmente el valor  $\pm \frac{h}{6}$ .

# Antonio Gaudí:<sup>1</sup>

Retomemos las características de los Arcos analicemos la arquitectura de Gaudí, y su teoría “*arquitectónica estructural espacial*” ligada estrechamente a la naturaleza que se basó en formas geométricas tridimensionales curvas.

---

Antonio Gaudí definió un sistema arquitectónico revolucionario en su concepción estructural, estética y espacial, en el marco de los movimientos reformistas europeos que en España se lo conoce como el Modernismo Catalán.

Representó un camino especial inspirado en la lógica y la naturaleza, definiendo un nuevo modelo geométrico.

Analizó los principios de los modelos funiculares que se constituyeron en su principal herramienta de diseño debido a la interacción entre la geometría y la mecánica.

Descubrió que la simetrización de la catenaria daba lugar a uno de los arcos más perfectos “*el más racional y mecánico de los arcos*”, el único que adopta perfectamente la línea de presiones, que distribuye los esfuerzos a compresión pura y siempre bajo la dirección y sentido de la resultante de fuerzas, lo que lo llevó a utilizar maquetas funiculares para la comprensión de la lógica estructural

Las formas inversas de los hilos colgantes catenarios, funiculares o parabólicos, que soportan su propio peso o cargas, y que siempre están traccionados, corresponden a las formas comprimidas que, con las mismas longitudes, soportan las mismas cargas.

Para la ejecución de sus obras, realizó maquetas tridimensionales para determinar el arco “*catenario*” o parabólico, que luego fotografiaba, giraba la imagen 180° y obtenía la volumetría del conjunto. El trabajo se completaba con el cálculo de las secciones necesarias para soportar las cargas y con la construcción de maquetas de yeso de las diferentes piezas a escala que entregaba al artesano para que éste las ejecutara en material y escala real.

Establecidas las cargas de gravedad sostenidas del hilo, obtenía una figura plana que representaba los ejes de una estructura que funciona en tracción pura. Si la figura se invierte funciona en compresión pura.

El modelo de hilos le permitió visualizar fácilmente la interacción entre la geometría y la mecánica y por prueba error corregir la forma según las necesidades funcionales, estéticas y expresivas, pero siempre en el marco de las leyes de la mecánica.

Las estructuras planas se vinculan entre sí componiendo estructuras espaciales y por ello la comprensión del funcionamiento sólo es posible en las tres dimensiones.

Gaudí emplea generalmente materiales pétreos sin resistencia a la tracción. Por ello es indispensable conocer la forma global de la estructura para que se encuentre totalmente comprimida, coincidiendo con **la línea de presiones**, lo que permite garantizar la estabilidad. La tensión de contacto entre los componentes no alcanza valores significativos y sólo se debe prestar atención a la estabilidad global.

Esta característica se logra adaptando la forma y proporción estructural de la construcción al perfil simétrico del funicular espacial de equilibrio de los hilos suspendidos, permitiendo pasar de la maqueta tensada a la obra de piedra comprimida.

---

1. El siguiente capítulo está basado en la monografía: Gaudí: Mecánica y forma de la naturaleza. Autores: Ing. Eduardo Daniel Quiroga y Arq. Eduardo Alberto Salomón de la Universidad de Mendoza – Argentina, adaptado por la Cátedra de Estabilidad de las Construcciones 1.

Según se vaya modificando la relación entre la luz y la flecha, irán incrementándose los empujes que tienden a separar los apoyos. Este empuje debe ser resistido y transmitido por otro elemento estructural, por ejemplo una columna, que recibe una carga horizontal en su capitel perpendicular al eje.

Por ello decide modificar la forma de los apoyos disponiendo su eje coincidente con la recta de acción de la resultante. De este modo surgen las columnas con inclinación respecto de la horizontal, poniendo de manifiesto su apego por las estructuras sin empuje.

En las galerías del parque Güell se puede inferir a partir del eje del arco cual debe ser la inclinación del eje de la columna que coincide con la recta de acción de la reacción del arco, garantizando que trabaje en **compresión simple**.

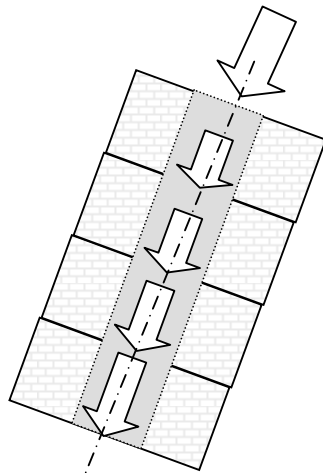
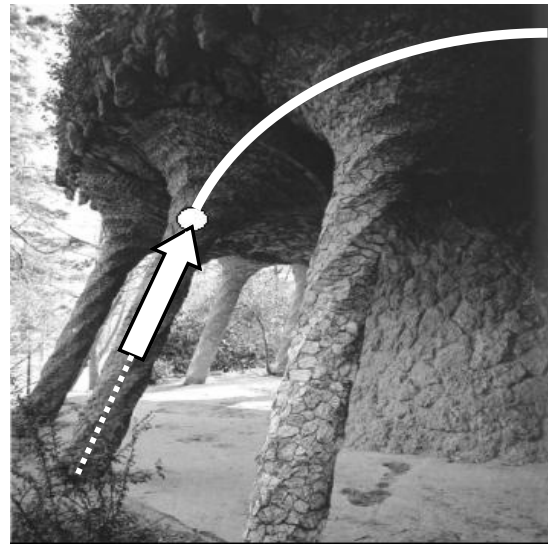
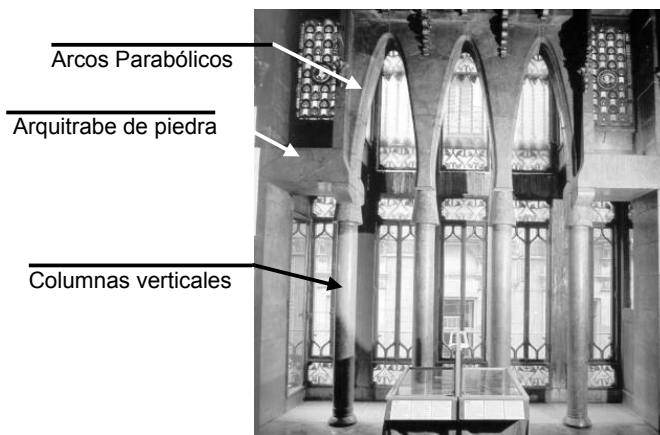


Gráfico de fuerza



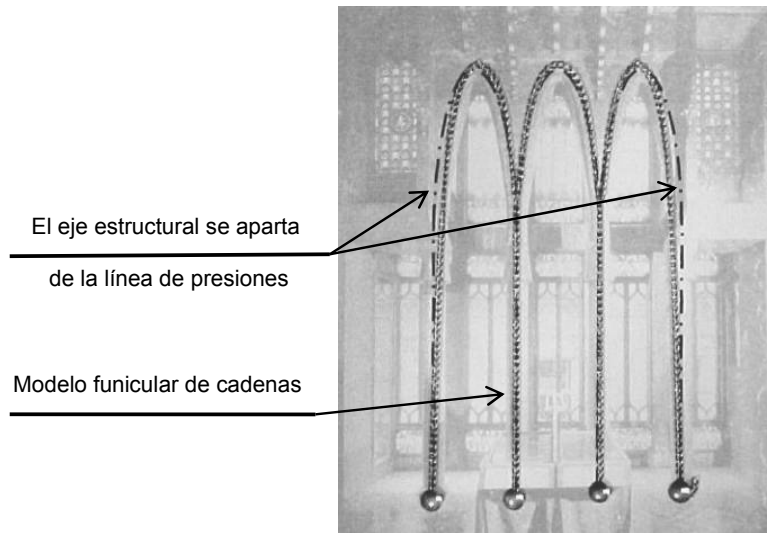
Galería Parque Güell - esquema estático

En algunas ocasiones debe resolver proyectos en los que necesita que las columnas sean verticales como apoyos de arcos. Es el caso de un sector del palacio Güell.. La condición de diseño que establece es reforzar el espacio central con cuatro columnas verticales.



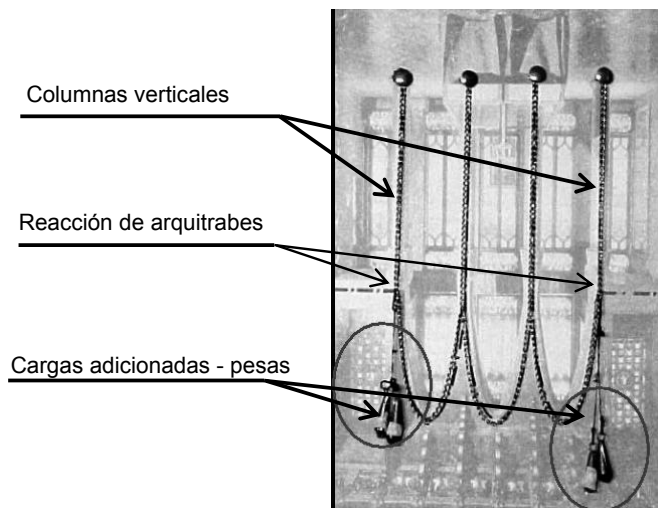
Palacio Güell Pórtico de arcos parabólicos y apoyos verticales

Cuando debe disponer columnas verticales, incorpora los elementos estructurales que le permitan modificar el polígono funicular hasta lograr que los ejes de las columnas sean verticales. En las columnas centrales la misma simetría proporciona la solución porque las componentes horizontales de las reacciones (empujes) de cada arco se equilibran y la resultante es vertical, coincidiendo con el eje vertical de cada columna. Pero en las columnas exteriores, la forma funicular se aparta de los ejes estructurales (indicados con líneas de trazo y punto) generando esfuerzos de flexión que, como se vio, no pueden resolverse con materiales pétreos. En esta figura se ha elaborado el modelo funicular con cadenas y se ha invertido para compararlo con la obra real.



**Modelo funicular invertido**

La solución surge del mismo modelo de cadenas al obligarlo a desplazarse mediante la adición de fuerzas. Disponiendo cargas cerca de los arranques de los arcos, se modifica el funicular hasta dejarlo vertical haciendo coincidir, el modelo funicular modificado por la distribución de cargas, con los ejes de las cuatro columnas, quedando perfectamente verticales y eliminado los empujes de los arcos. Esta carga extra se obtiene colocando piezas de piedra a modo de vigas (arquitrajes) cuya reacción, sobre cada columna, produce la modificación buscada que en el modelo funicular están representadas por pequeñas pesas. El uso de cadenas en lugar de hilos, permite mostrar más fielmente el peso propio de los componentes de piedra.



**Modelo funicular modificado**

Para Gaudí, la mecánica y la forma, son los elementos paradigmáticos de toda su arquitectura, por medio de la observación y de la prueba, creó un nuevo sistema arquitectónico estructural que trasciende a sus contemporáneos y lo sitúa en un lugar único. Su arquitectura innovadora nos invita al estudio de su método, de su sistema constructivo, de su modo de leer la naturaleza, de modo similar como lo hicieron y lo hacen en esta concepción orgánico vital de las obras como Dieste, Torroja, Nervi y Calatrava, entre otros.

# Eladio Dieste.

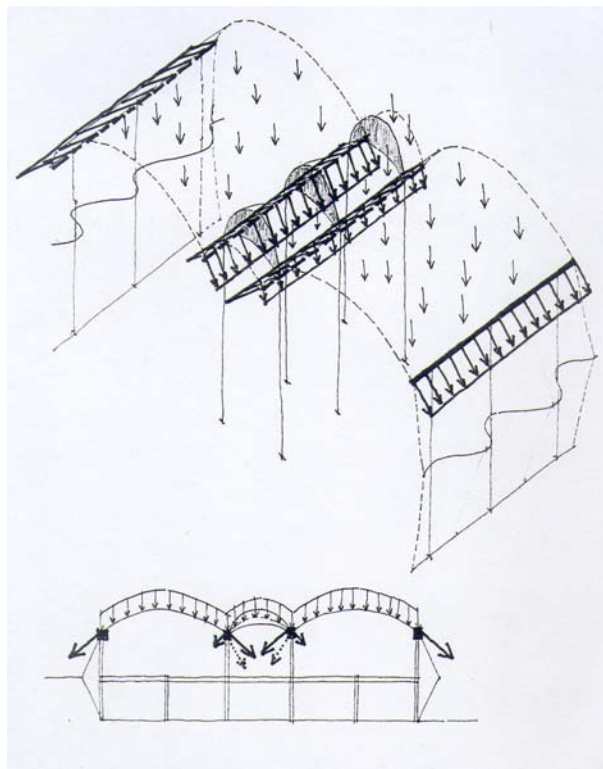
Las cubiertas de grandes luces y pequeño espesor de cerámica armada, más en general, las estructuras de Dieste, basan su concepción esencial, en los principios de arcos y funiculares. Debido a las características de los materiales y a la baja relación espesor / luz, en su diseño interviene, luego, fuertemente, la consideración de la inestabilidad elástica por pandeo de arcos y bóvedas comprimidos, así como, la consideración de la presoflexión para determinados estados de carga.

Pero las ideas generadoras de las formas y del sistema constructivo, consideramos que siguen siendo los **principios básicos de los arcos**. A partir de ello, Dieste ha llevado el sistema a los límites de sus posibilidades tecnológicas y expresivas.

Dieste establece sus condiciones para una arquitectura "que no puede producirse sin un uso racional y económico de los materiales de construcción",



Montevideo Shopping



Esquema realizado por el Arq. Haroutun Chamlian



La pared ondulada estructuralmente se transforma en una serie de dobles ménsulas precomprimidas, resistiendo el empuje H en su parte superior ancladas en el entrepiso que funciona como un gran tensor, y comprimiendo con el mismo empuje H el piso de planta baja.

# Bibliografía.

- FICHA ESTRUCTURAS TRACCIONADAS. Cátedra de Estabilidad de las Construcciones 1. Arq. Virginia Casañas, Prof. Jesús Arguiñarena.
- GIRALT – MIRACHE 2002. Gaudí, La búsqueda de la forma: espacio, geometría, estructura y construcción.
- HEINIO ENGELS. Sistemas de estructuras.
- ING. EDUARDO DANIEL QUIROGA – ARQ. ALBERTO SALOMÓN. Gaudí: Mecánica y forma de la naturaleza. Universidad de Mendoza – Argentina.
- SALVADORI Y HELLER. Estructuras para arquitectos.
- STIOPIN P. Resistencia de Materiales.
- TIMOSHENCO. Resistencia de Materiales.
- UNIVERSIDAD DE COLOMBIA. Eladio Dieste: estructura cerámica

# Imágenes.

- ARQ. HAROUTUN CHAMLIAN. Trabajo realizado para la exposición Disparos sobre la arquitectura 4: Eladio Dieste.
- [www.flickr.com](http://www.flickr.com)
- [www.google.com](http://www.google.com)