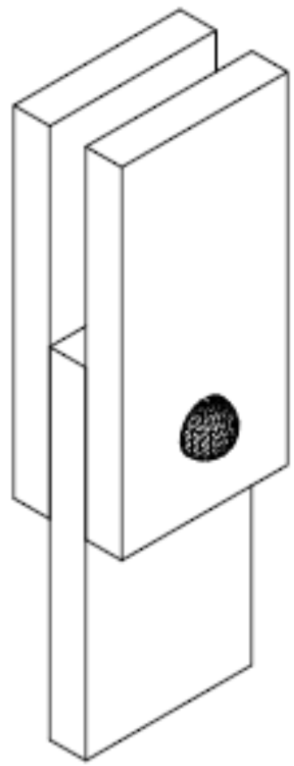
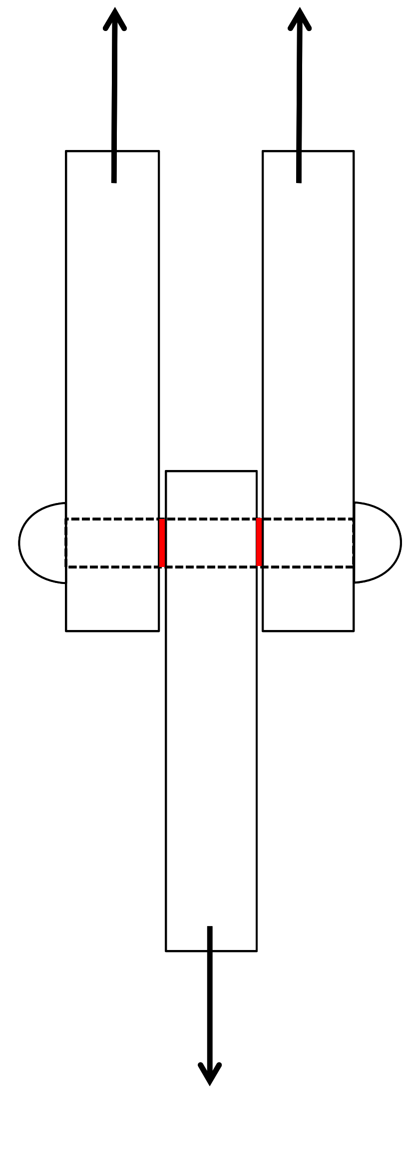
TERCERA FAMILIA de ESTRUCTURAS: ESTRUCTURAS FLEXADAS

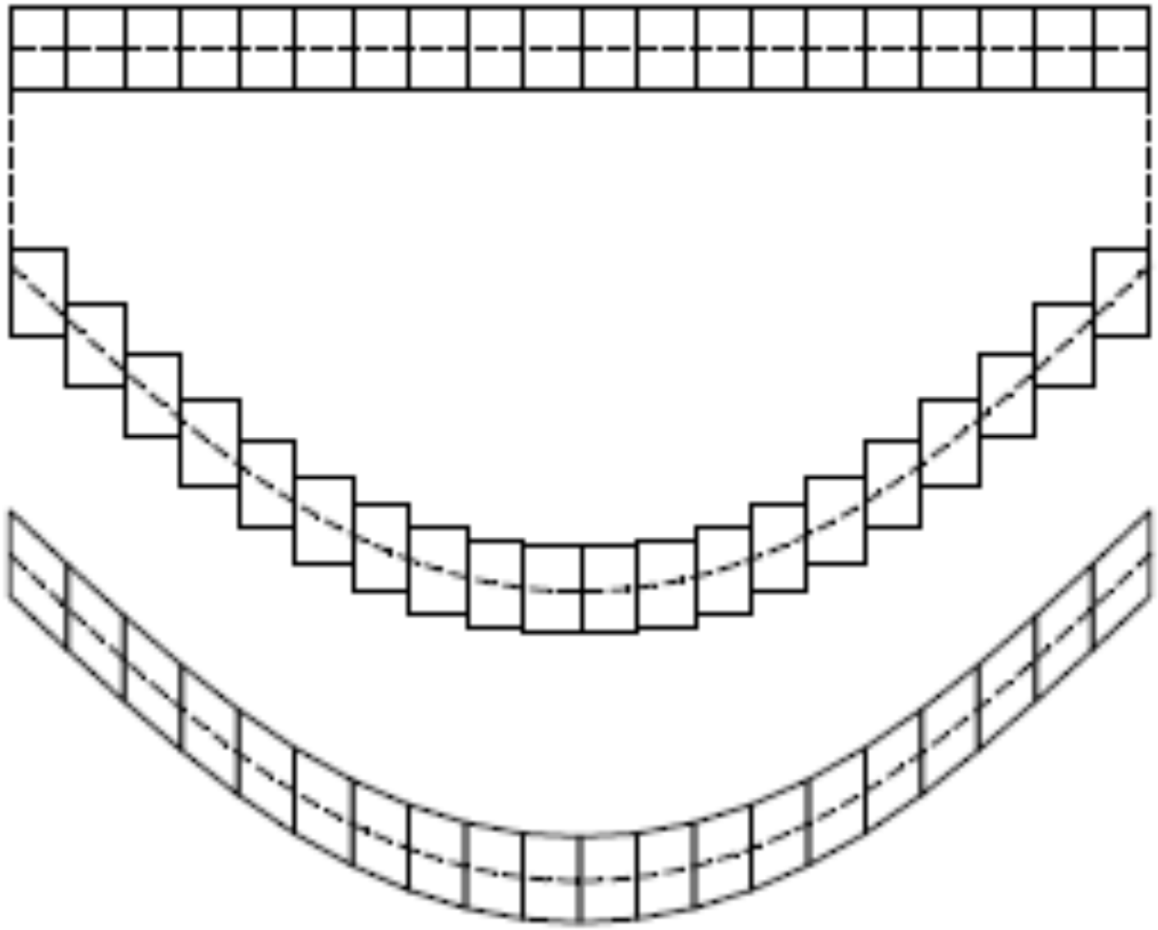
4. DIMENSIONADO POR ESFUERZO CORTANTE Y POR CONTROL DE DEFORMACIONES.

ESTRUCTURAS I
FACULTAD DE ARQUITECTURA, DISEÑO Y URBANISMO / UDELAR

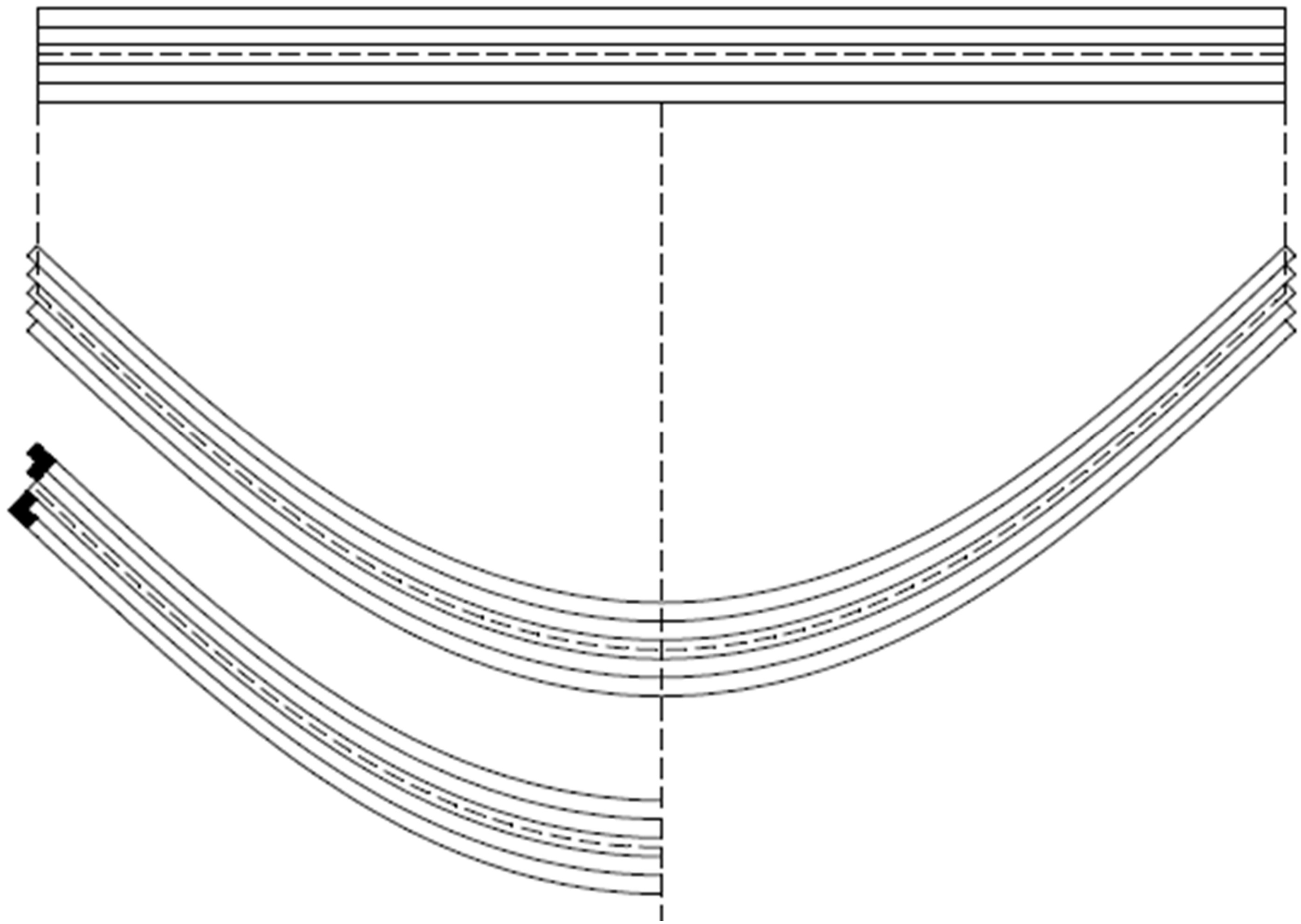
DIMENSIONADO POR ESFUERZO CORTANTE



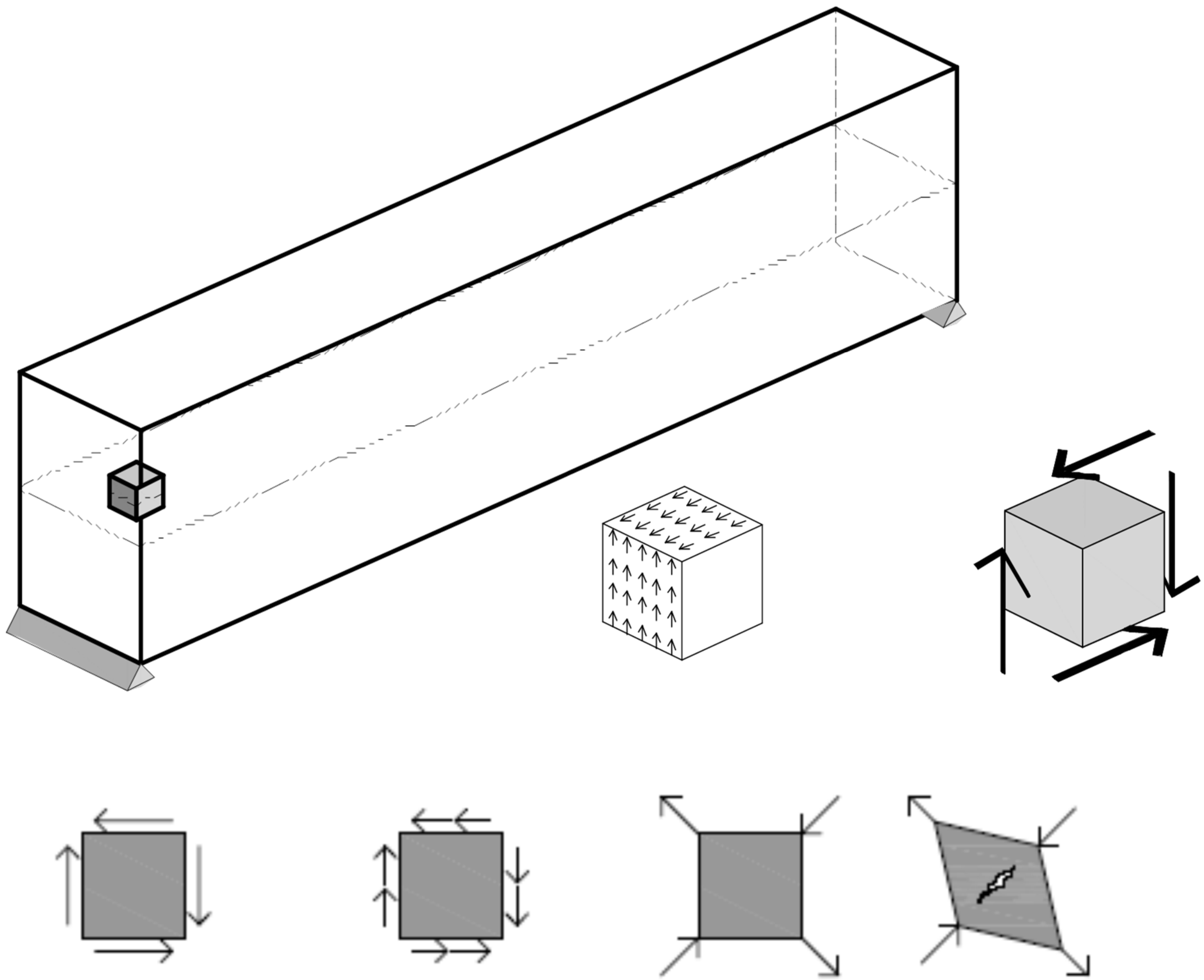




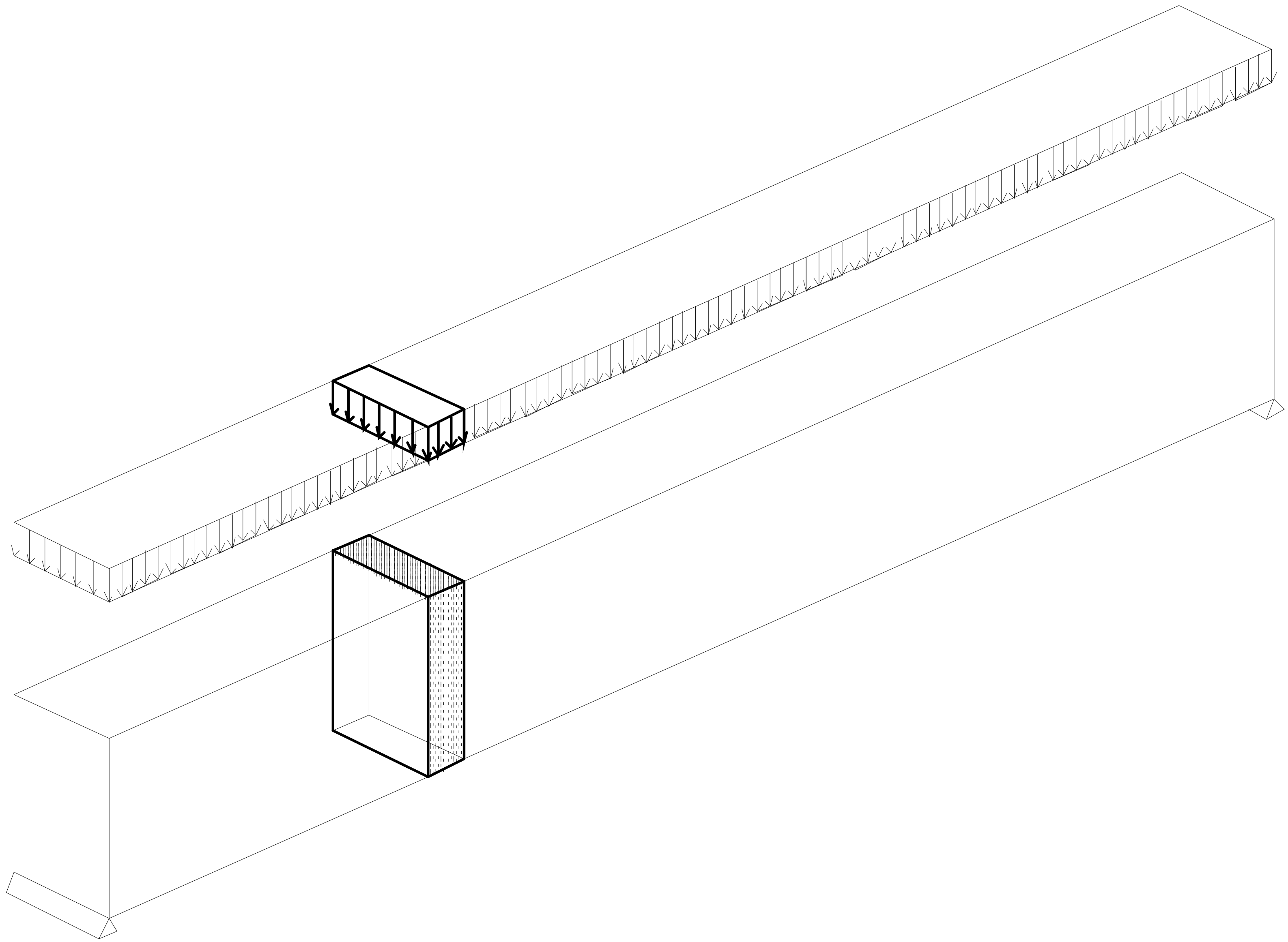
TERCER MODELO DE LAS DOVELAS
dovelas transversales



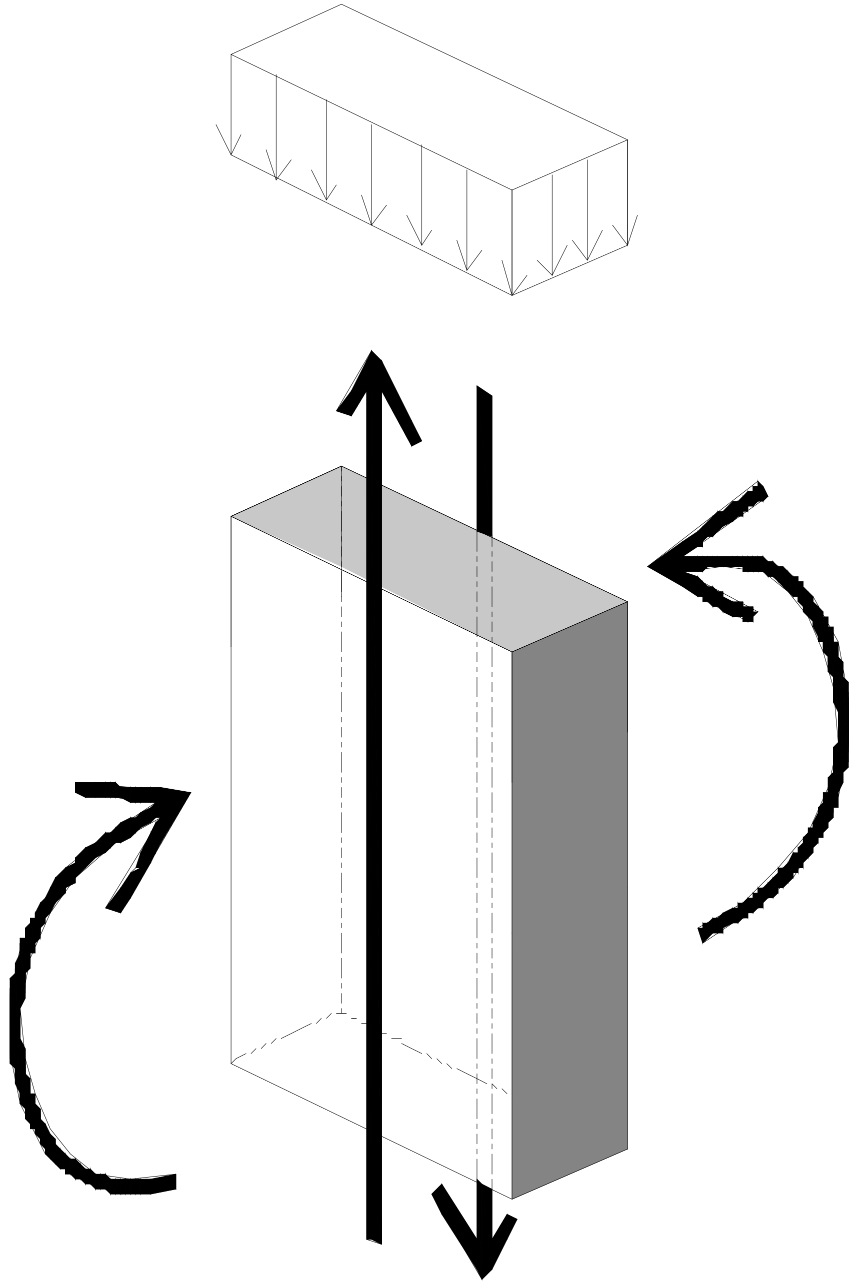
MODELO DE LAS TABLILLAS
dovelas longitudinales



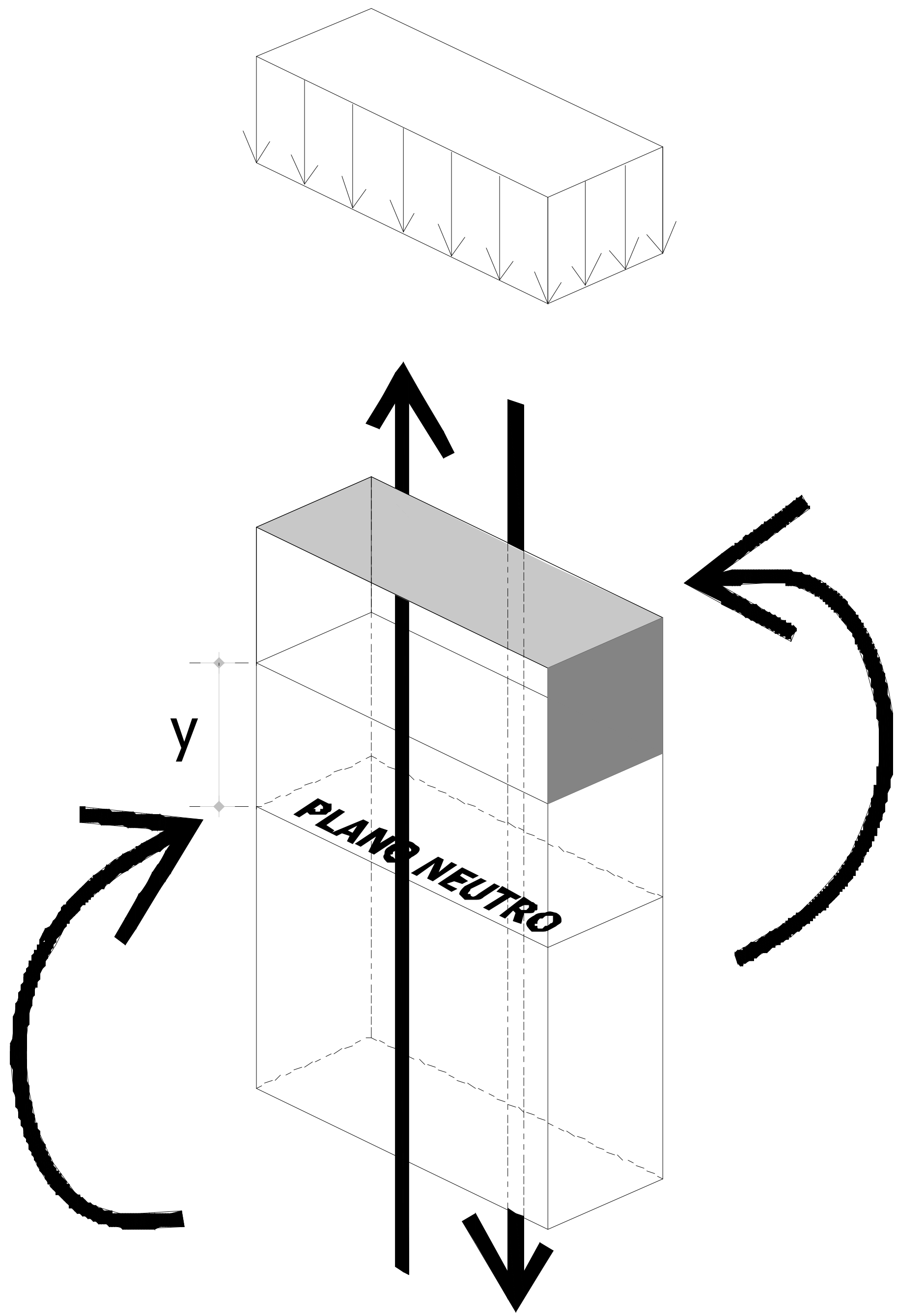
DEFORMACIONES DE UN PRISMA SOMETIDO A TENSIONES RASANTES



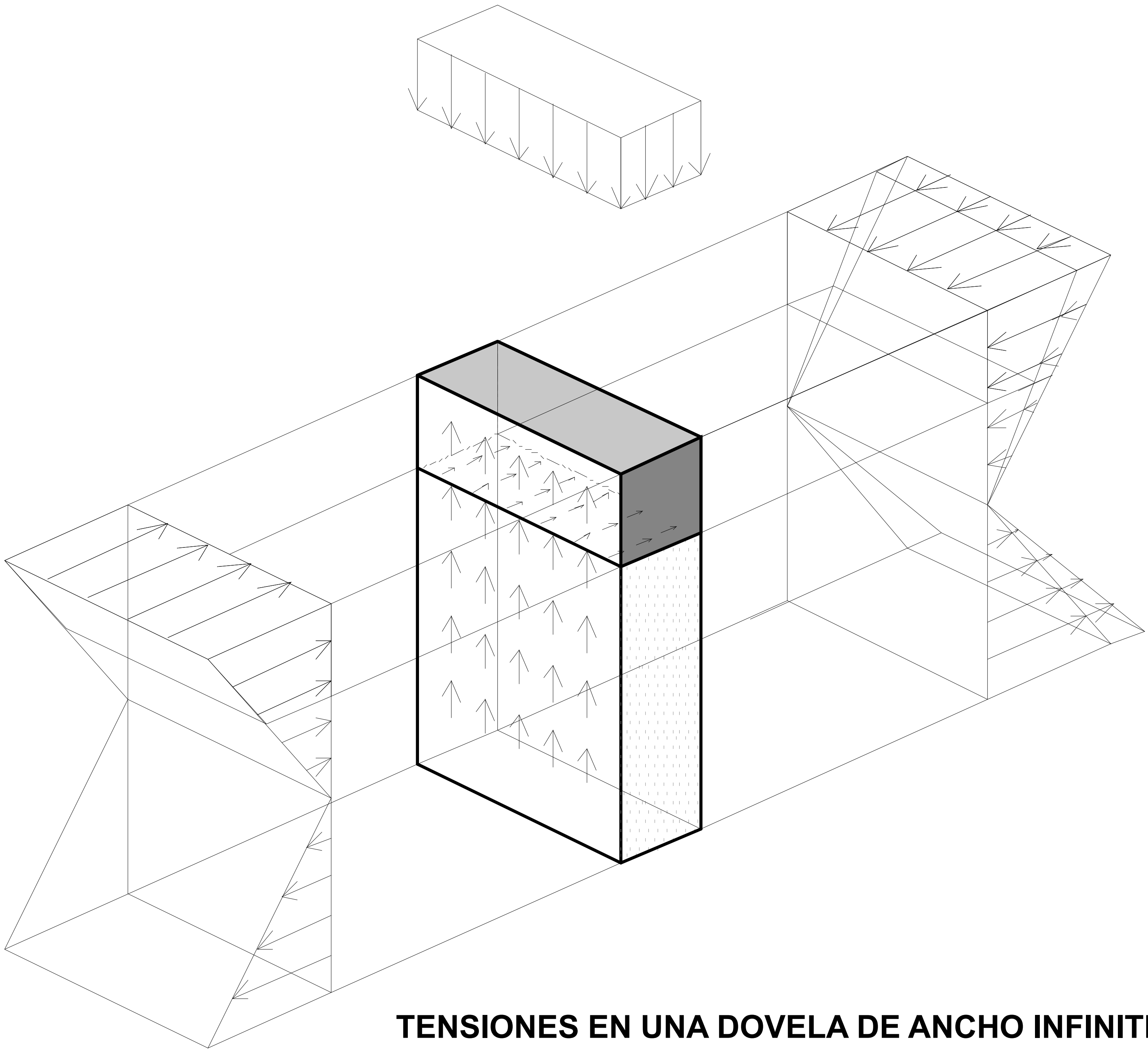
DOVELA DE ANCHO INFINITESIMAL



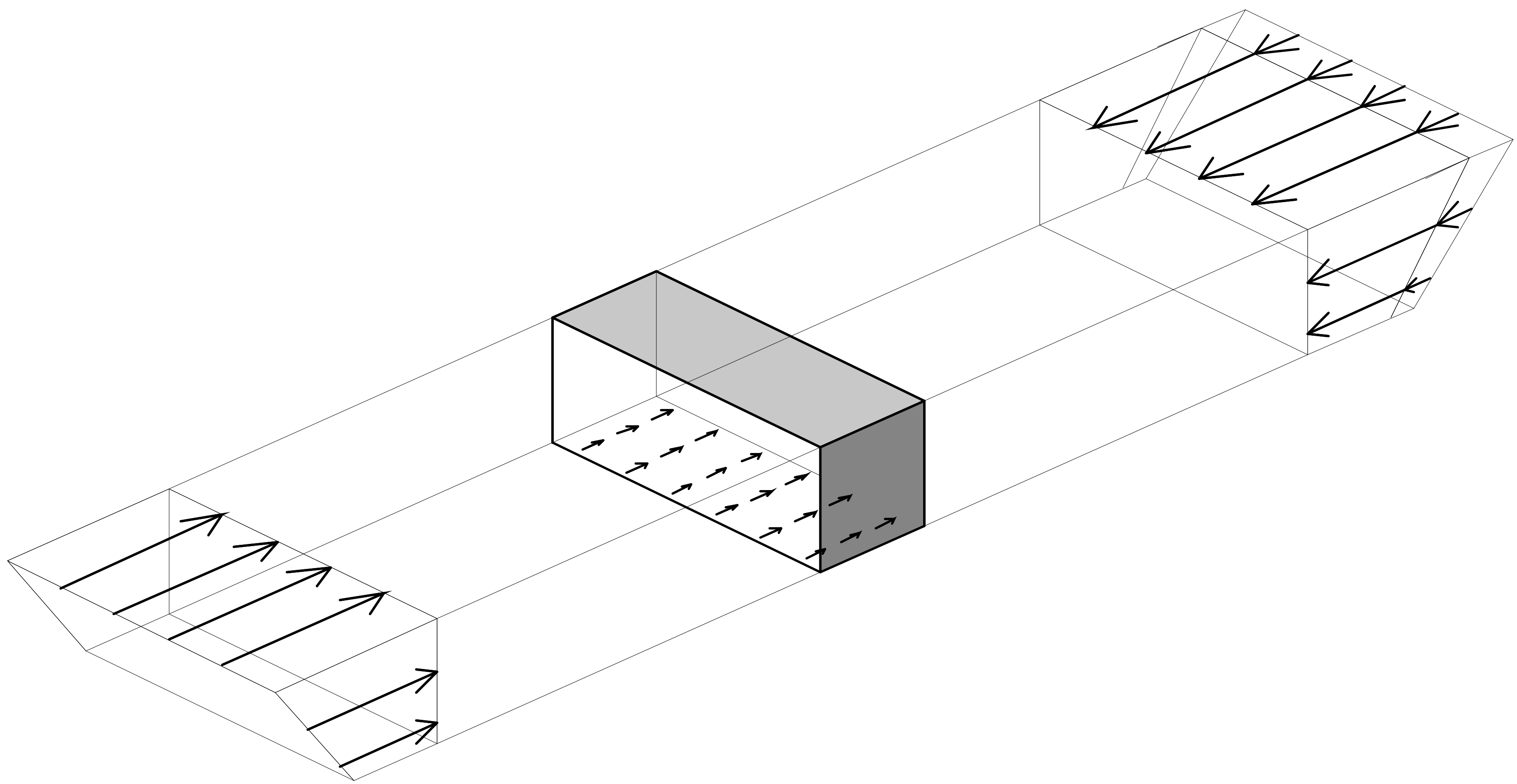
EQUILIBRIO DE UNA DOVELA DE ANCHO INFINITESIMAL



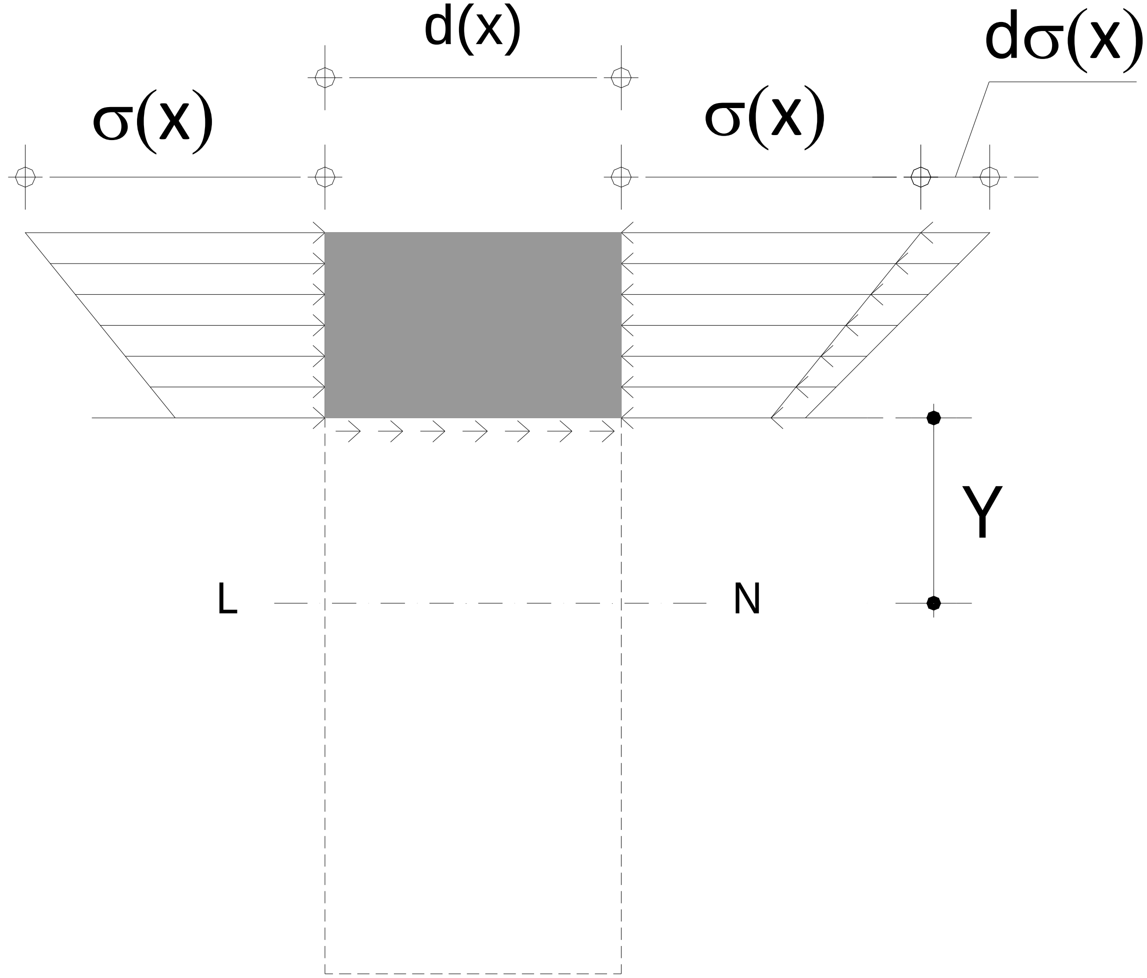
EQUILIBRIO DE LA PORCIÓN SUPERIOR DE UNA DOVELA DE ANCHO INFINITESIMAL



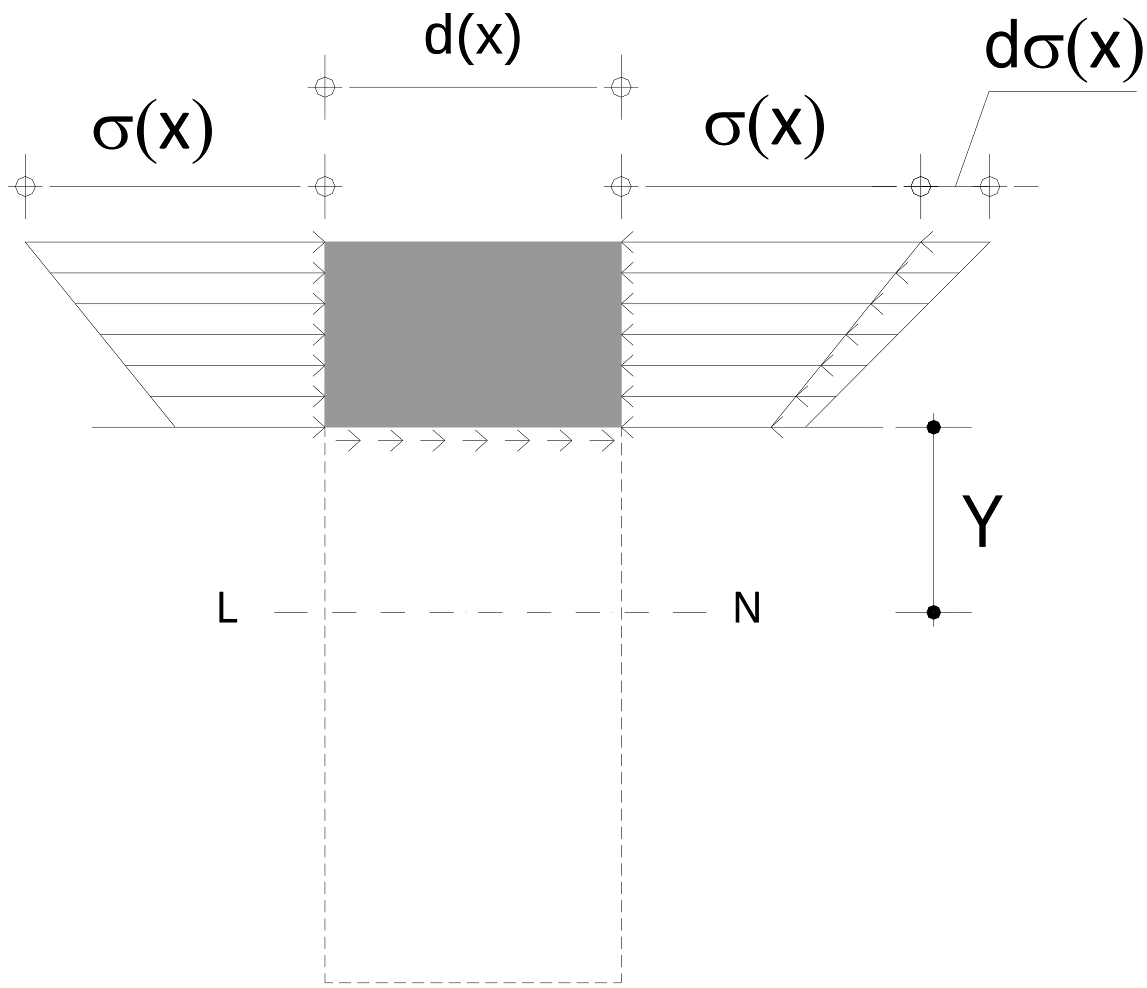
TENSIONES EN UNA DOVELA DE ANCHO INFINITESIMAL



EQUILIBRIO DE LA PORCIÓN SUPERIOR DE UNA DOVELA DE ANCHO INFINITESIMAL ÚNICAMENTE PARA LAS FUERZAS HORIZONTALES ($\sum F_H = 0$)

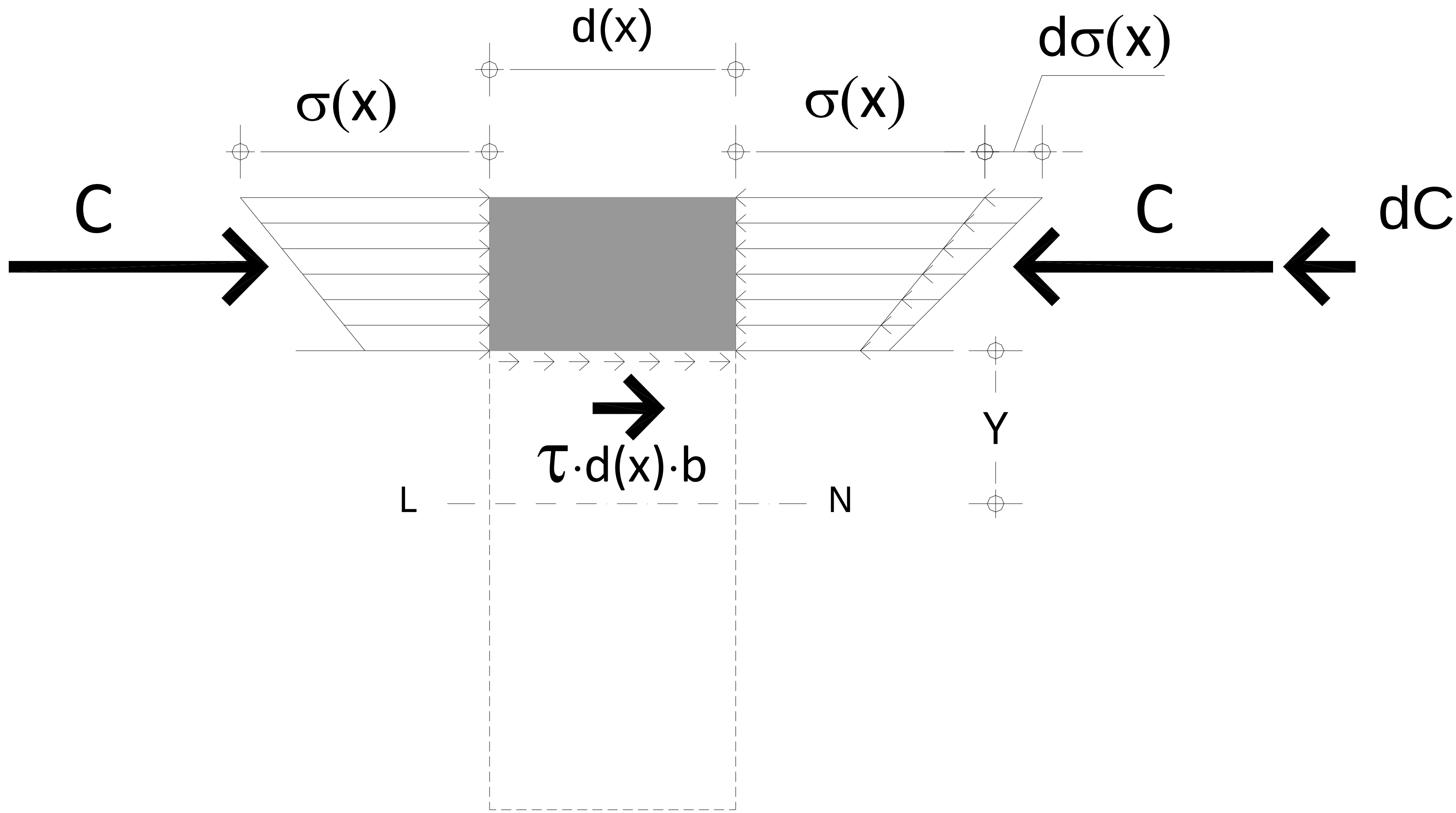


d(x)
dσ(x)
σ(x)
σ(x)
Y
L
N



$$\boxed{Tensión = \frac{Fuerza}{Área}}$$

$$\boxed{Fuerza = Tensión \;.\; Área}$$



$$\boxed{dC = \tau \cdot b \cdot d(x)}$$

$$\boxed{Fuerza = Tensión\ .\ Área}$$

Definimos:

$$\sigma = \frac{M_{fl} \cdot y}{I_x} \longrightarrow d\sigma = \frac{dM_{fl}}{I_x} \cdot y$$

Definimos:

$$\sigma = \frac{M_{fl} \cdot y}{I_x} \longrightarrow d\sigma = \frac{dM_{fl}}{I_x} \cdot y$$

El valor de dC surgirá de la integral en el área de la tensión:

$$\boxed{dC = \int_{Area} d\sigma . dA}$$

Definimos:

$$\sigma = \frac{M_{fl} \cdot y}{I_x} \longrightarrow d\sigma = \frac{dM_{fl}}{I_x} \cdot y$$

El valor de dC surgirá de la integral en el área de la tensión:

$$\boxed{dC = \int_{Area} d\sigma . dA}$$

Sustituyendo la tensión por su valor:

$$dC = \int_{Area} \frac{dM_{fl}}{I_x} \cdot y \cdot dA$$

Definimos:

$$\sigma = \frac{M_{fl} \cdot y}{I_x} \longrightarrow d\sigma = \frac{dM_{fl}}{I_x} \cdot y$$

El valor de dC surgirá de la integral en el área de la tensión:

$$\boxed{dC = \int_{Area} d\sigma . dA}$$

Sustituyendo la tensión por su valor:

$$dC = \int_{Area} \frac{dM_{fl}}{I_x} \cdot y \cdot dA$$

Sacando las constantes:

$$dC = \frac{dM_{fl}}{I_x} \int_{Area} y \cdot dA$$

$$dC = \frac{dM_{fl}}{I_x} \int_{Area} y \cdot dA$$

Por definición:

$$\boxed{S = \int_{Area} y \cdot dA}$$

Siendo *S* el momento estático de un área respecto a un eje

$$dC = \frac{dM_{fl}}{I_x} \int_{Area} y \cdot dA$$

Por definición:

$$\boxed{S = \int_{Area} y \cdot dA}$$

Siendo *S* el momento estático de un área respecto a un eje

de donde:

$$\boxed{dC = \frac{dM_{fl}}{I_x} \cdot S}$$

$$dC = \frac{dM_{fl}}{I_x} \int_{Area} y \cdot dA$$

Por definición:

$$\boxed{S = \int_{Area} y \cdot dA}$$

Siendo *S* el momento estático de un área respecto a un eje

de donde: $$\boxed{dC = \frac{dM_{fl}}{I_x} \cdot S}$$

dado que: $$\boxed{dC = \tau \cdot b \cdot d(x)}$$

$$\longrightarrow \quad \tau \cdot b \cdot d(x) = \frac{dM_{fl}}{I_x} \cdot S$$

$$dC = \frac{dM_{fl}}{I_x} \int_{Area} y \cdot dA$$

Por definición:

$$\boxed{S = \int_{Area} y \cdot dA}$$

Siendo *S* el momento estático de un área respecto a un eje

de donde: $$\boxed{dC = \frac{dM_{fl}}{I_x} \cdot S}$$

dado que: $$\boxed{dC = \tau \cdot b \cdot d(x)}$$

$$\longrightarrow \quad \tau \cdot b \cdot d(x) = \frac{dM_{fl}}{I_x} \cdot S$$

$$\tau = \frac{dM_{fl} \cdot S}{d(x) \cdot b \cdot I_x}$$

$$dC = \frac{dM_{fl}}{I_x} \int_{Area} y \cdot dA$$

Por definición:

$$\boxed{S = \int_{Area} y \cdot dA}$$

Siendo *S* el momento estático de un área respecto a un eje

de donde: $$\boxed{dC = \frac{dM_{fl}}{I_x} \cdot S}$$

dado que: $$\boxed{dC = \tau \cdot b \cdot d(x)}$$

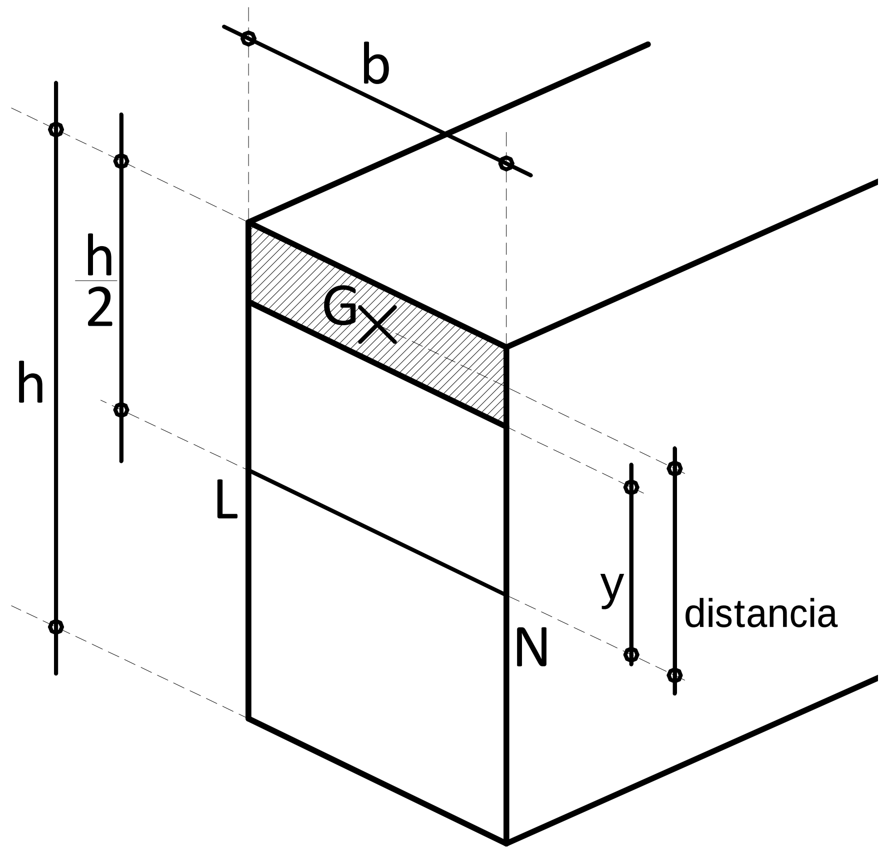
$$\tau \cdot b \cdot d(x) = \frac{dM_{fl}}{I_x} \cdot S$$

$$\tau = \frac{dM_{fl} \cdot S}{d(x) \cdot b \cdot I_x}$$

como: $$\boxed{M' = \frac{dM_{fl}}{d(x)} = V}$$

$$\boxed{\tau = \frac{V \cdot S_{LN}}{b \cdot I_x}}$$

Expresión de JOURAWSKY


b
h
2
h
G
L
N
y
distancia

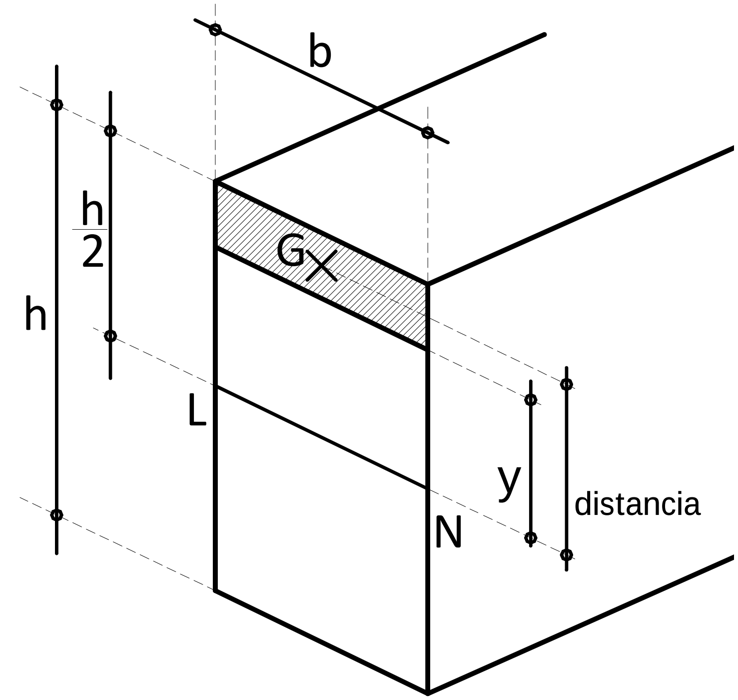
$$S_{LN} = \left(\frac{h}{2} - y\right) \cdot b \cdot \left(\frac{h}{2} + y\right) \cdot \frac{1}{2}$$

(Momento estático = área . distancia)

$$\left(\frac{h}{2} - y\right) \cdot b = AREA$$

$$\left(\frac{h}{2} + y\right) \cdot \frac{1}{2} = DISTANCIA$$ (al centro de gravedad)

$$S_{LN} = \frac{b}{2} \cdot \left(\frac{h^2}{4} - y^2\right)$$



$$\tau = \frac{V}{b \cdot I_x} \cdot \frac{b}{2} \cdot \left(\frac{h^2}{4} - y^2\right)$$

$$\boxed{\tau = \frac{V}{2 \cdot I_x} \cdot \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)}$$

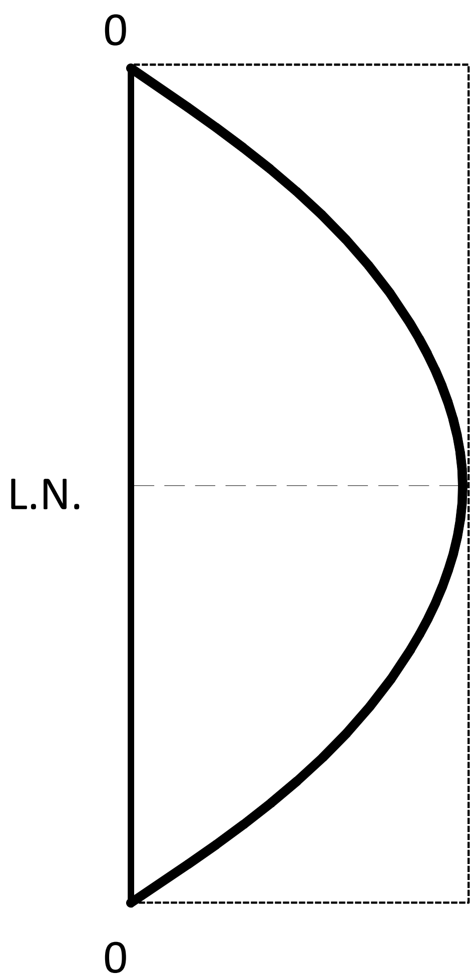
Ecuación de una parábola de 2º grado

Para ***y*** = 0

$$\tau = \frac{V}{2 \cdot I_x} \cdot \left(\frac{h^2}{4} \right) = \frac{V \cdot h^2}{8 \cdot I_x}$$

Para ***y***= h/2

$$\tau = 0$$



$$\tau = \frac{V \cdot h^2}{8 \cdot I_x}$$

$$I_x = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

Sección rectangular

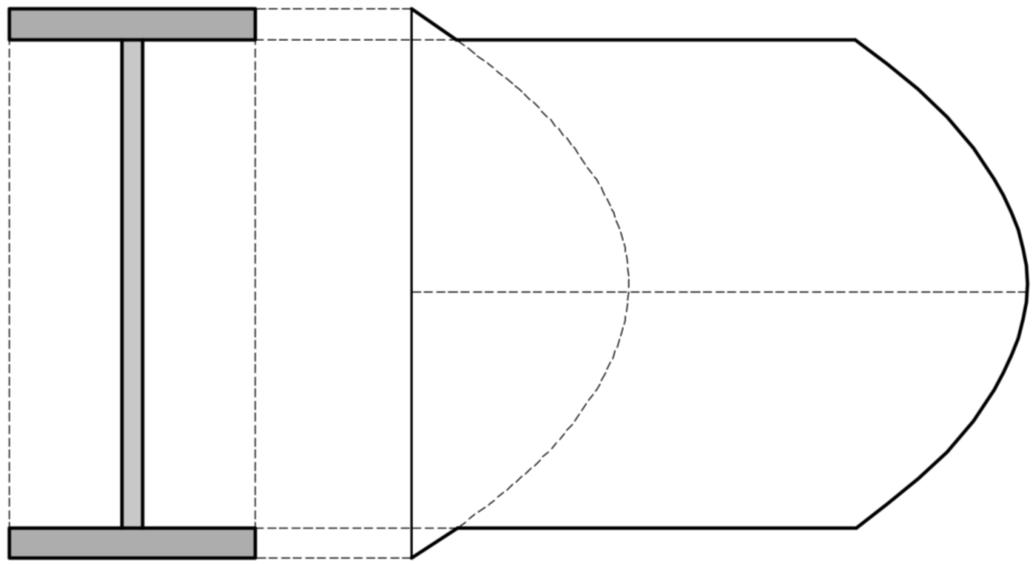
$$\tau = \frac{V \cdot h^2}{8} \cdot \frac{12}{b \cdot h^3}$$

$$\tau = \frac{3}{2} \cdot \frac{V}{b \cdot h}$$

$$\boxed{\tau = \frac{V}{\frac{2}{3} \cdot b \cdot h}}$$

TENSIÓN TANGENCIAL PARA
UNA SECCIÓN RECTANGULAR

CASO DE SECCIÓN DOBLE T



$$\tau = \frac{V \cdot S_{LN}}{b \cdot I_x}$$

$$\boxed{\tau = \frac{V}{A_{alma}}}$$

$$\boxed{A_{alma} = b \cdot (h-2d)}$$

PERFILES DE ACERO con alma

b = ancho del alma

h = altura del perfil

d = espesor del ala

VERIFICACIÓN DE DEFORMACIONES

La ***estabilidad de la forma*** **es condición del** ***equilibrio estable*****, por lo que en todo dimensionado es necesario cuantificar la deformación y verificar que se mantenga dentro de parámetros aceptados.**

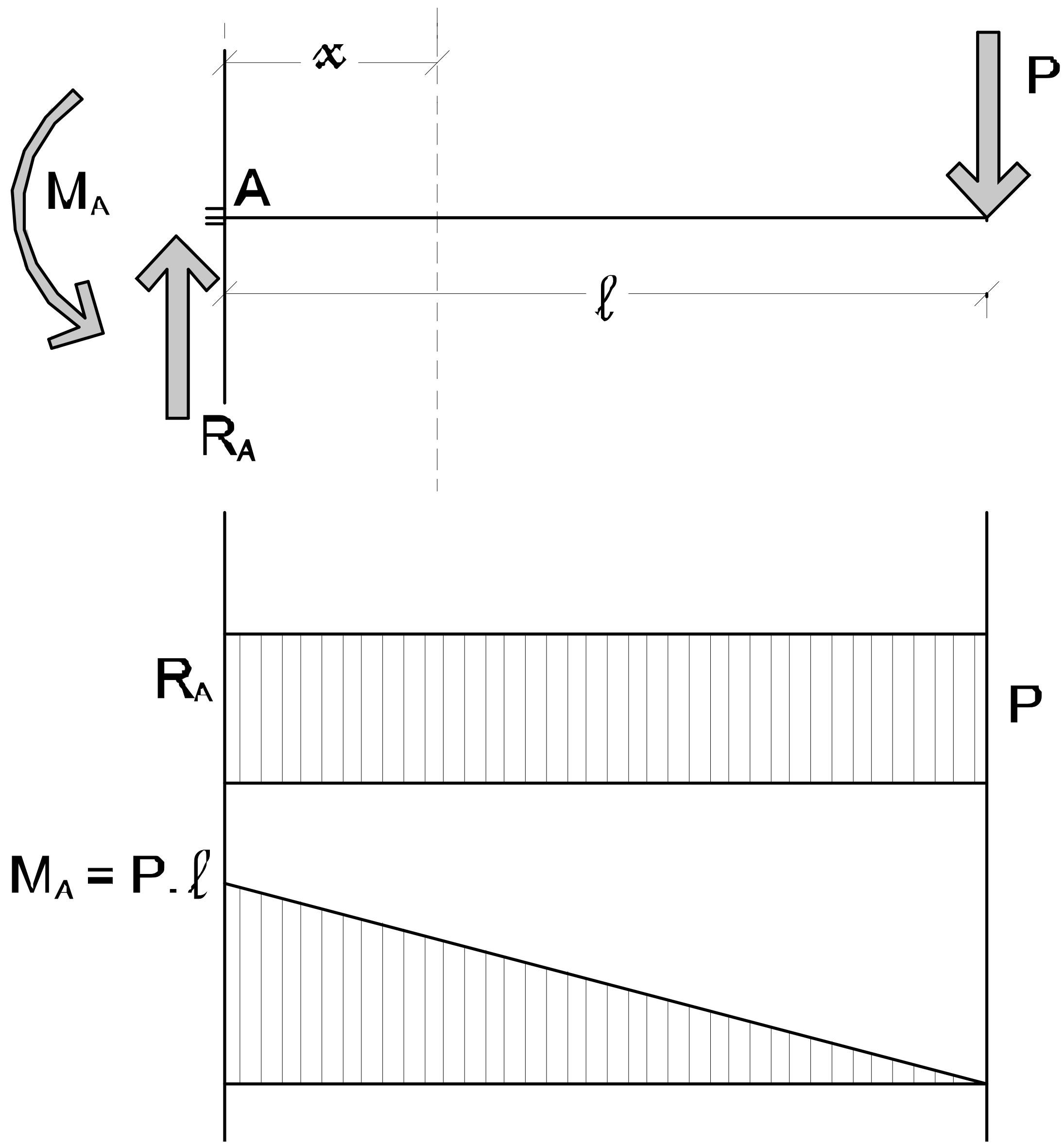
En condiciones generales, para piezas en flexión se admite como deformación máxima:

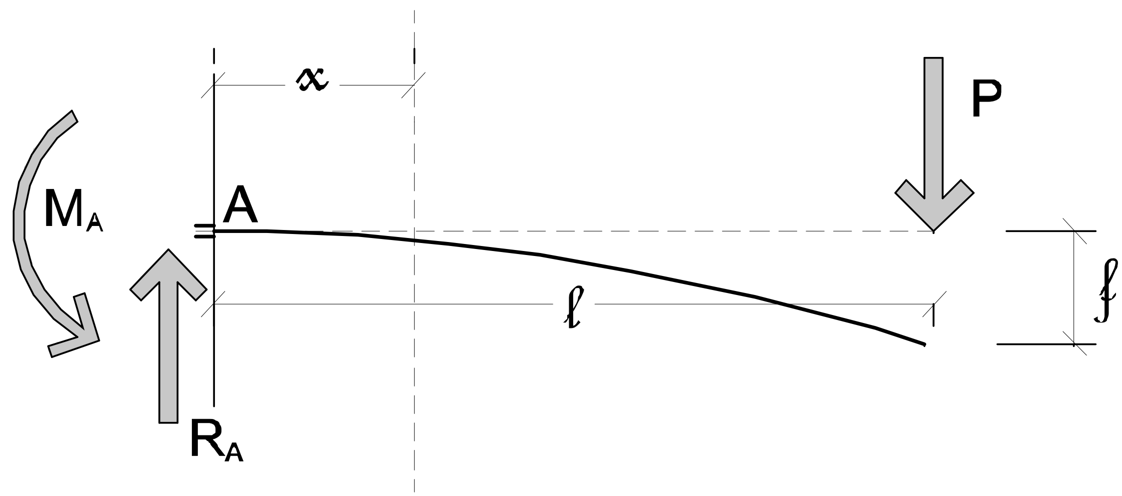
$$f_{adm} = \frac{l}{500} \quad \text{en piezas principales}$$

$$f_{adm} = \frac{l}{300} \quad \text{en piezas secundarias}$$

Estos valores se comparan con los máximos relativos de la curva que representa la elástica.

EJEMPLO: MÉNSULA CON CARGA PUNTUAL EN EL EXTREMO



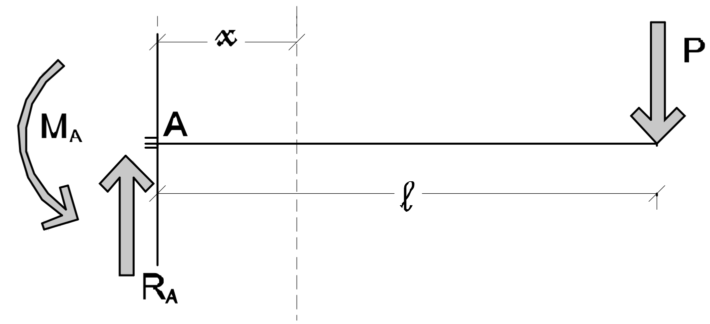


x
P
M_A
A
ℓ
f
R_A

La ecuación de la función que representa los momentos será:

$$Mf_x = -M_A + R_A \cdot x = -M_A + P \cdot x$$

o sea $$Mf_x = P \cdot x - P \cdot \ell$$



Recordar: $$Mf = K(x) \cdot E \cdot I_x$$

$$K(x) = \frac{Mf}{E \cdot I_x} \qquad K \cong z''(x) \qquad z''(x) = \frac{Mf}{E \cdot I_x}$$

Sustituyendo: $$z''(x) = \frac{P \cdot x - P \cdot \ell}{E \cdot I_x}$$

Integrando:

$$z'(x) = \frac{\frac{P \cdot x^2}{2} - P \cdot \ell \cdot x}{E \cdot I_x} + C_1$$

para x=0 se deduce que C_1=0

Integrando una segunda vez:

$$z(x) = \frac{\frac{P \cdot x^3}{2 \cdot 3} - \frac{P \cdot \ell \cdot x^2}{2}}{E \cdot I_x} + C_2$$

para x=0 se deduce que C_2=0

$$z(x)=\frac{\dfrac{P\cdot x^3}{2\cdot 3}-\dfrac{P\cdot \ell\cdot x^2}{2}}{E\cdot I_x}$$

Para $x=\ell$, donde se produce la máxima flecha:

$$z(\ell)=\frac{\dfrac{P\cdot \ell^3}{6}-\dfrac{P\cdot \ell\cdot \ell^2}{2}}{E\cdot I_x}$$

$$z(\ell)=\frac{\dfrac{P\cdot \ell^3}{6}-\dfrac{3\cdot P\cdot \ell^3}{6}}{E\cdot I_x}=\frac{-\dfrac{2\cdot P\cdot \ell^3}{6}}{E\cdot I}$$

$$\boxed{z(\ell)=-\frac{P\cdot \ell^3}{3\cdot E\cdot I_x}}$$