TERCERA FAMILIA de ESTRUCTURAS:
ESTRUCTURAS FLEXADAS

3. DIMENSIONADO POR MOMENTO FLECTOR.

ESTRUCTURAS I
FACULTAD DE ARQUITECTURA, DISEÑO Y URBANISMO / UDELAR

DIMENSIONADO:

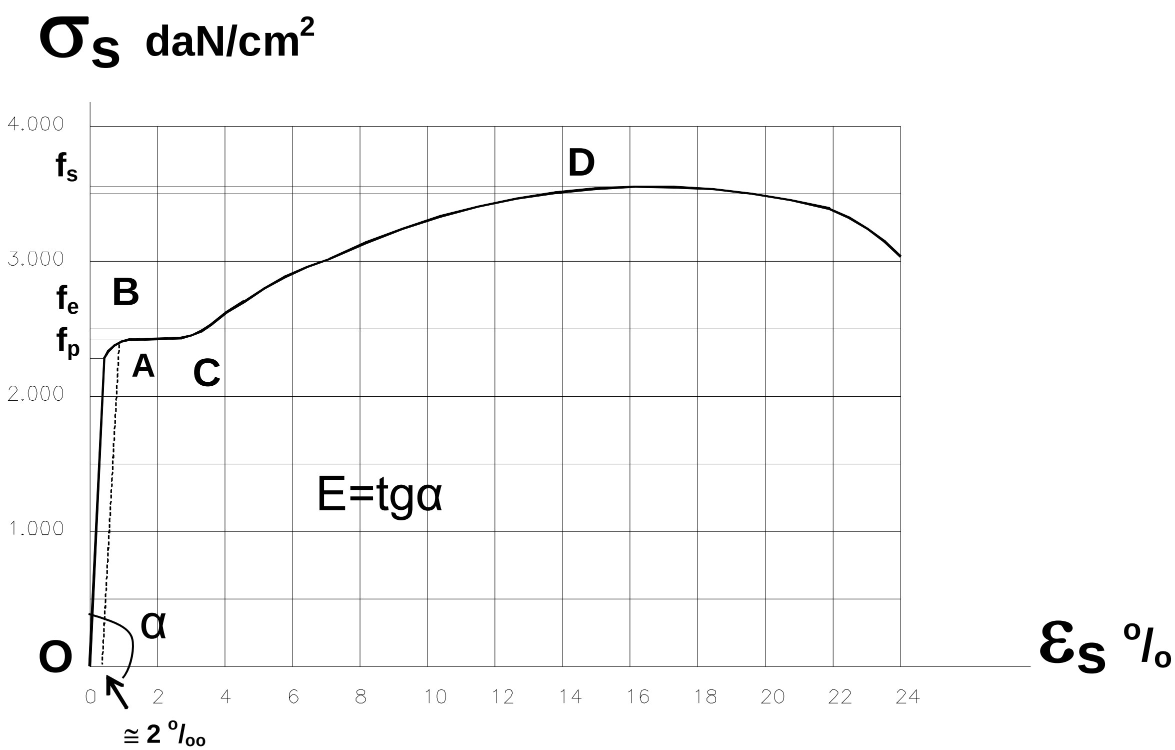
- DEFINIDO UN MATERIAL (ACERO, MADERA, ETC.)
- ELEGIDA UNA FORMA DE LA SECCIÓN RECTANGULAR, DE PERFILERÍA NORMAL DE ACERO, ETC)

DETERMINAR LAS DIMENSIONES MÍNIMAS DE MODO QUE EN NINGÚN PUNTO DE LA PIEZA SE SUPERE LA TENSIÓN DE DIMENSIONADO.

DIMENSIONADO EN FLEXIÓN SIMPLE
Para el Momento flector

Se trata de vincular las solicitaciones, (fácilmente calculables a partir del análisis de las piezas), con las deformaciones y luego hallar las tensiones correspondientes, mediante la relación tensión-deformación

Gráfico de tensiones-deformaciones del acero común



ACERO COMÚN

- Para cada deformación existe un valor de tensión
- Cada valor de tensión se corresponde con una deformación

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$ Módulo de Young

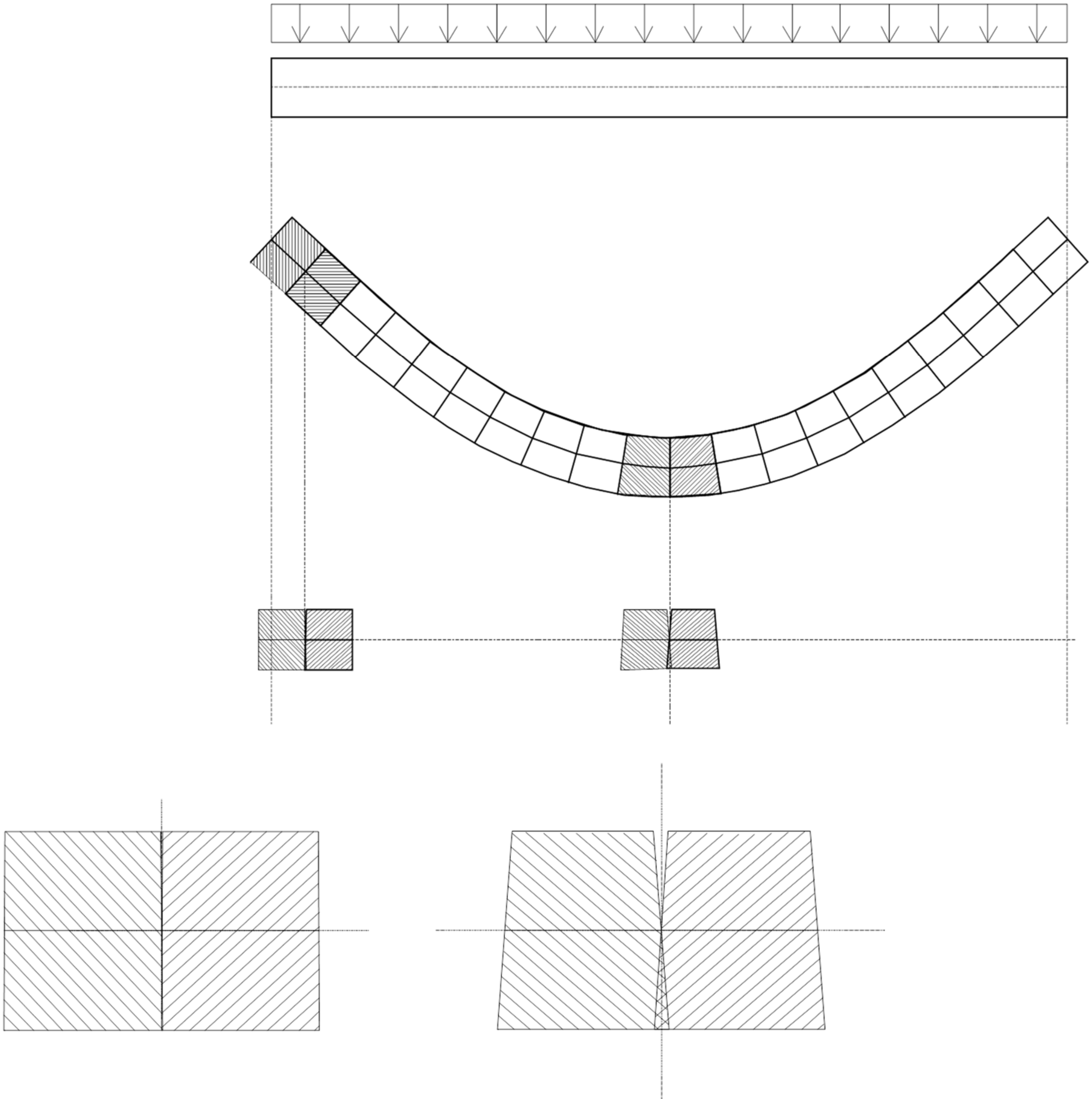
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$ Deformación unitaria

Cuando en una sección la distribución de las tensiones es uniforme, se puede plantear:

$$\boxed{Tensión = \frac{Fuerza}{Área}}$$

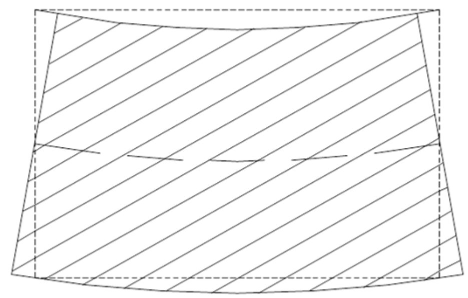
Por lo tanto, también:

$$\boxed{Fuerza = Tensión \; . \; Área}$$



MODELO DE LAS DOVELAS

En flexión las dovelas se deforman acortándose las fibras de un lado y alargándose las del lado opuesto, permaneciendo las centrales sin deformación

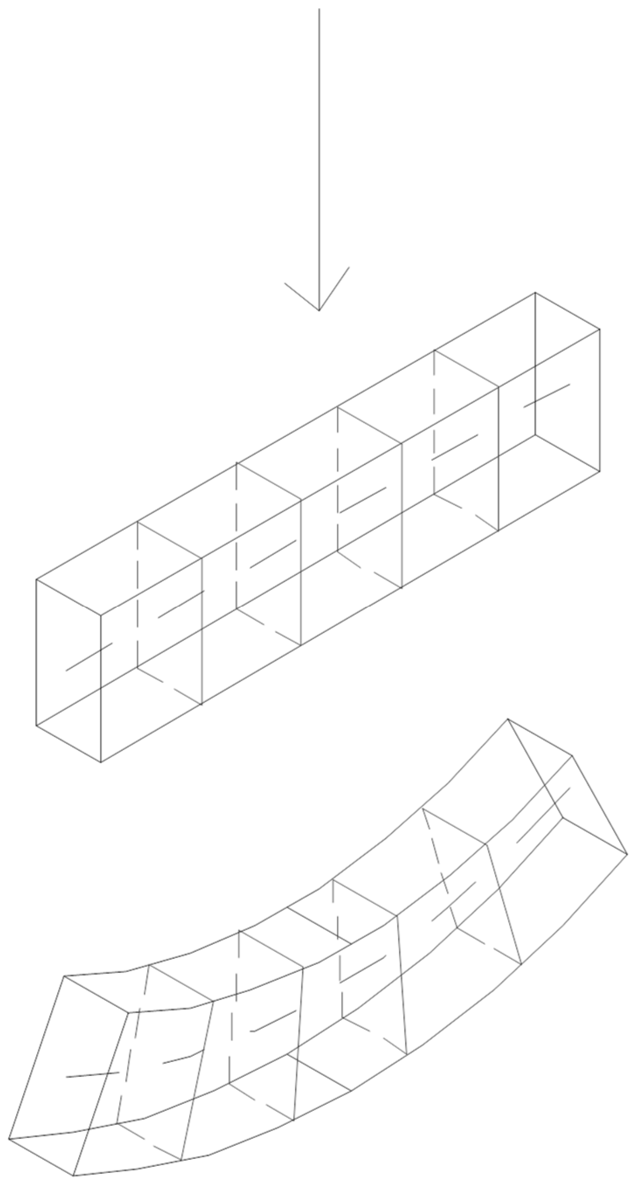


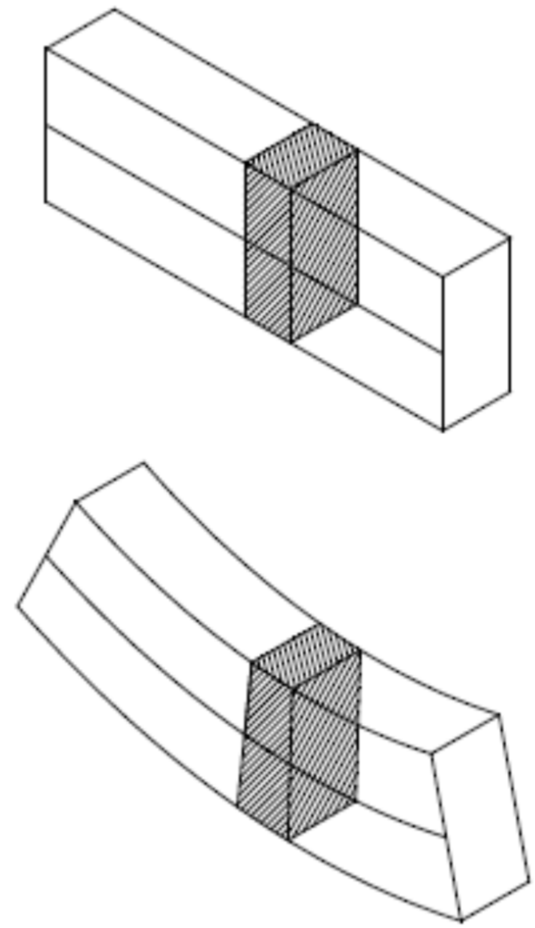
La deformación se expresa por acortamientos y alargamientos, lo que equivale a decir que existen esfuerzos de compresión y de tracción

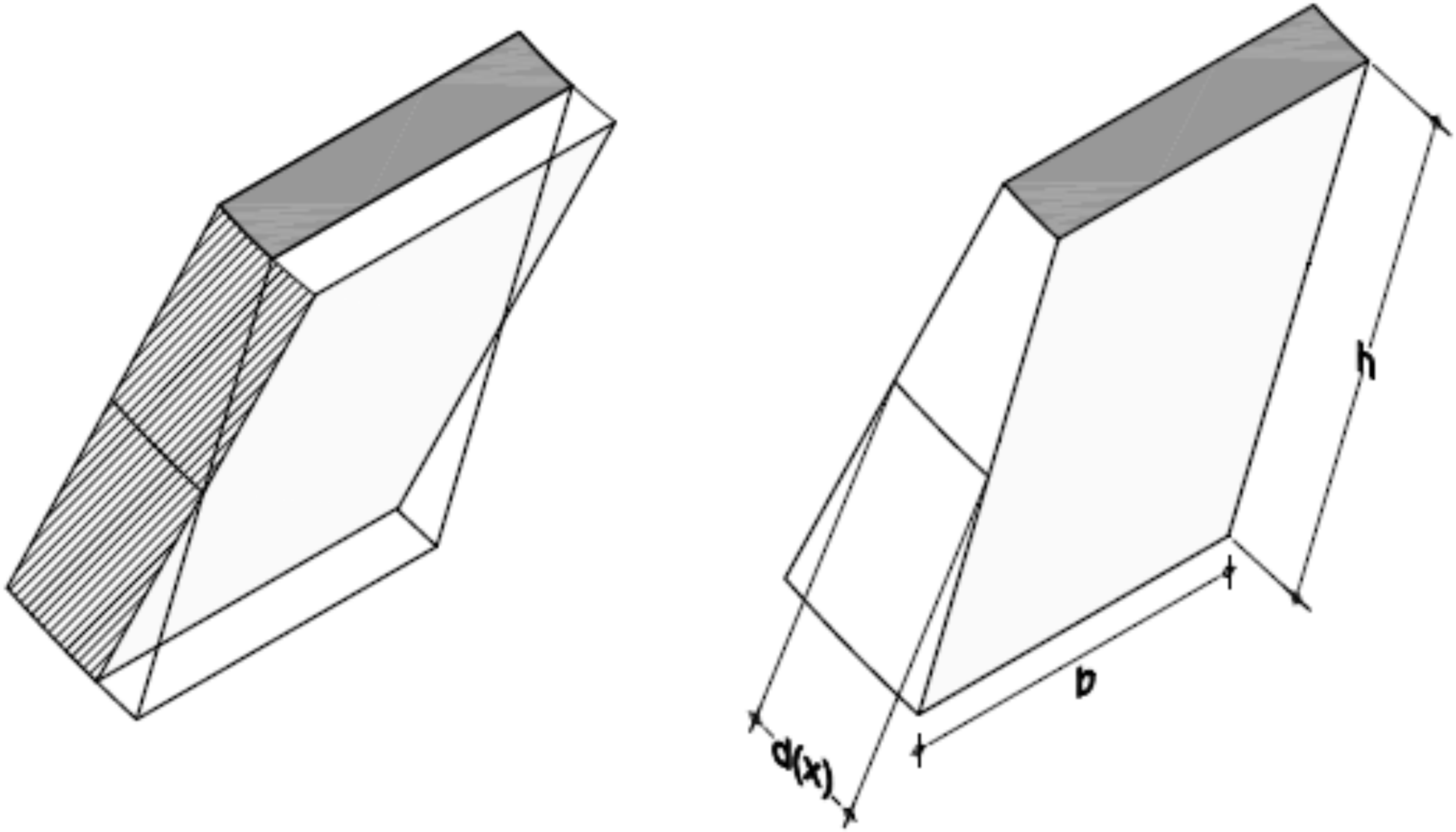
Relación entre deformaciones y curvatura

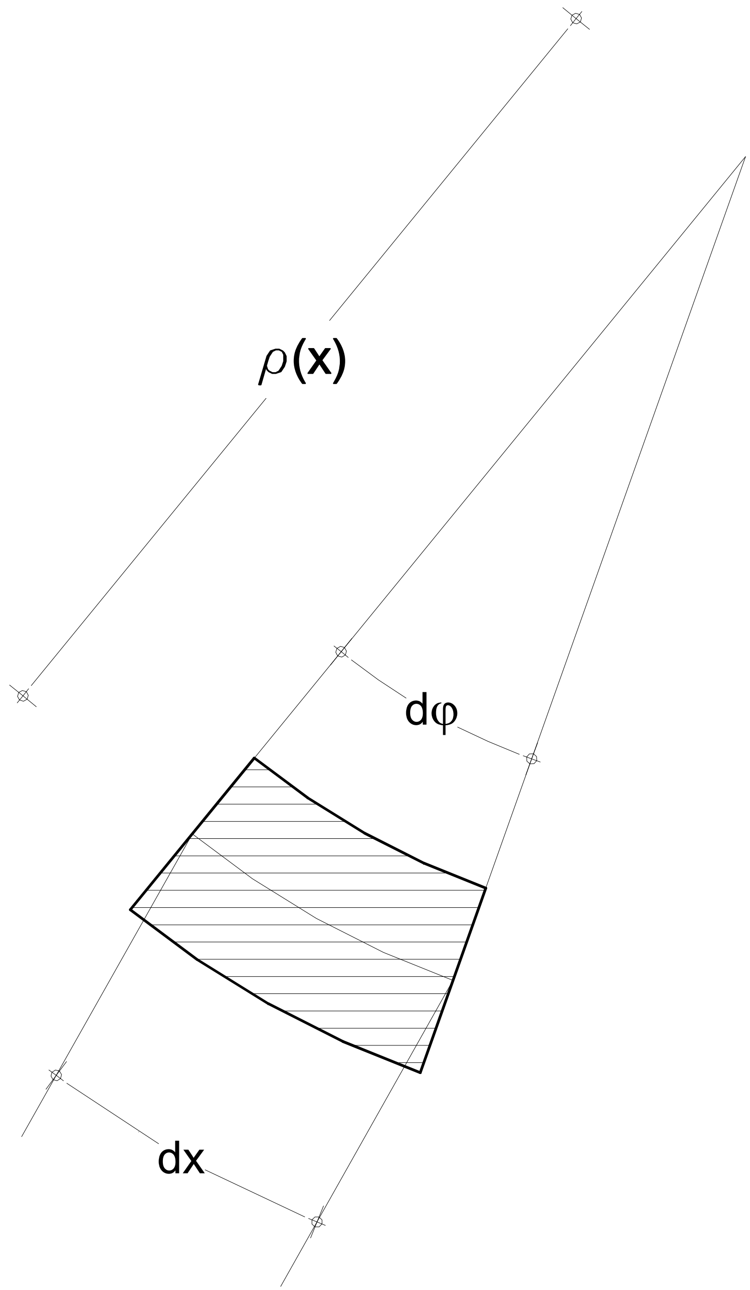
$$M(x) = cte.\ K(x)$$

$$M(x) = E.I_x.\ K(x)$$

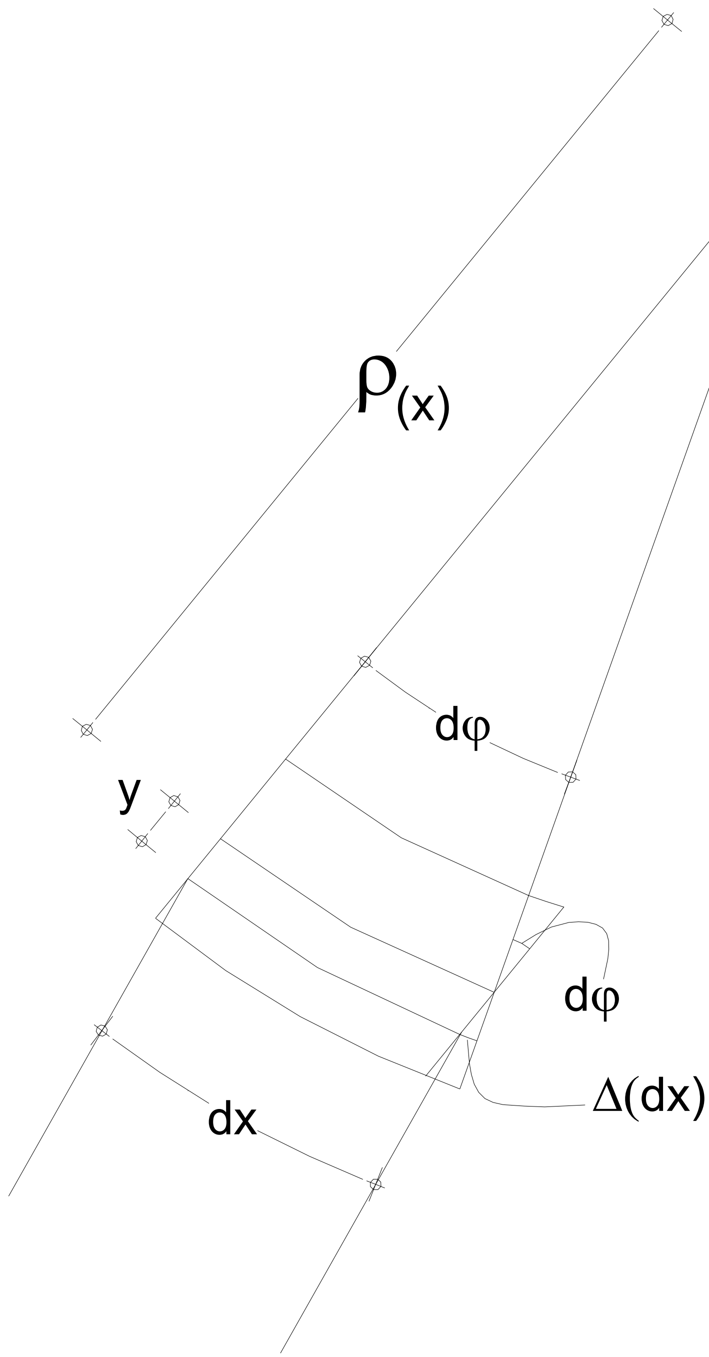




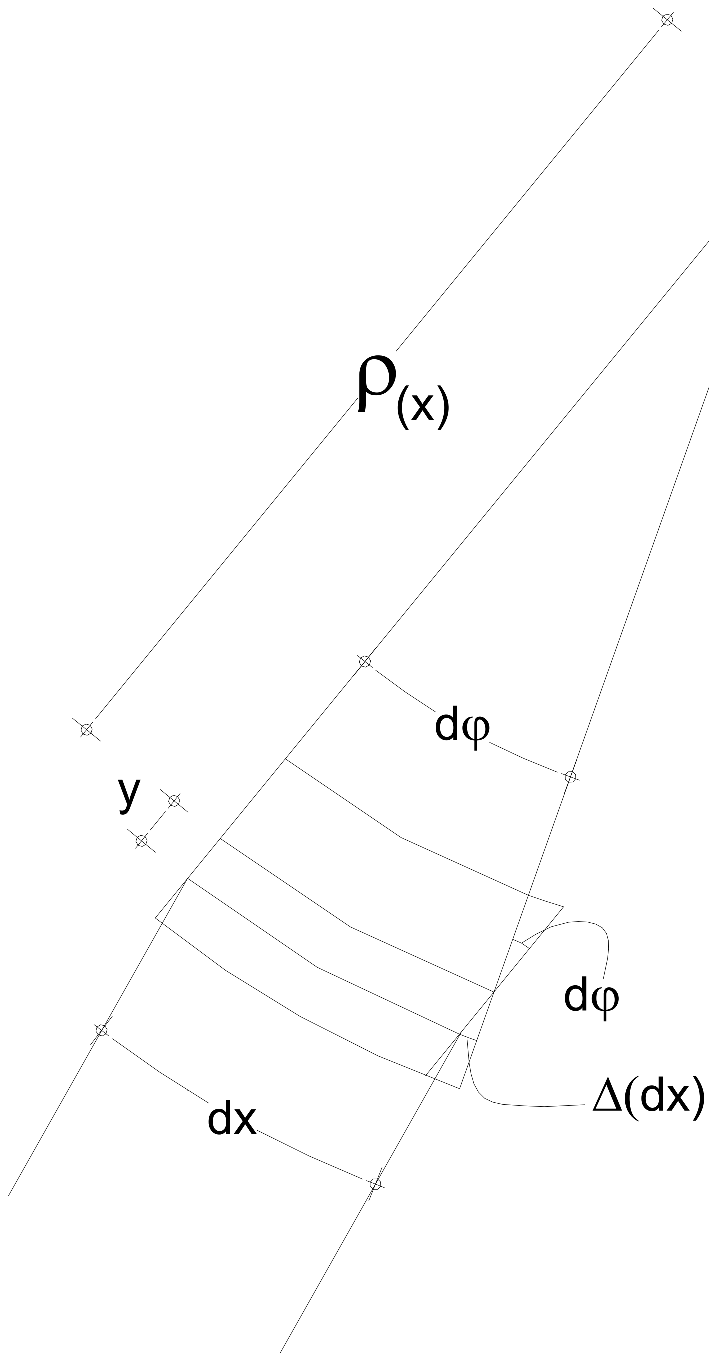

h
b
d(x)



$$\frac{1}{\rho_x} = K$$



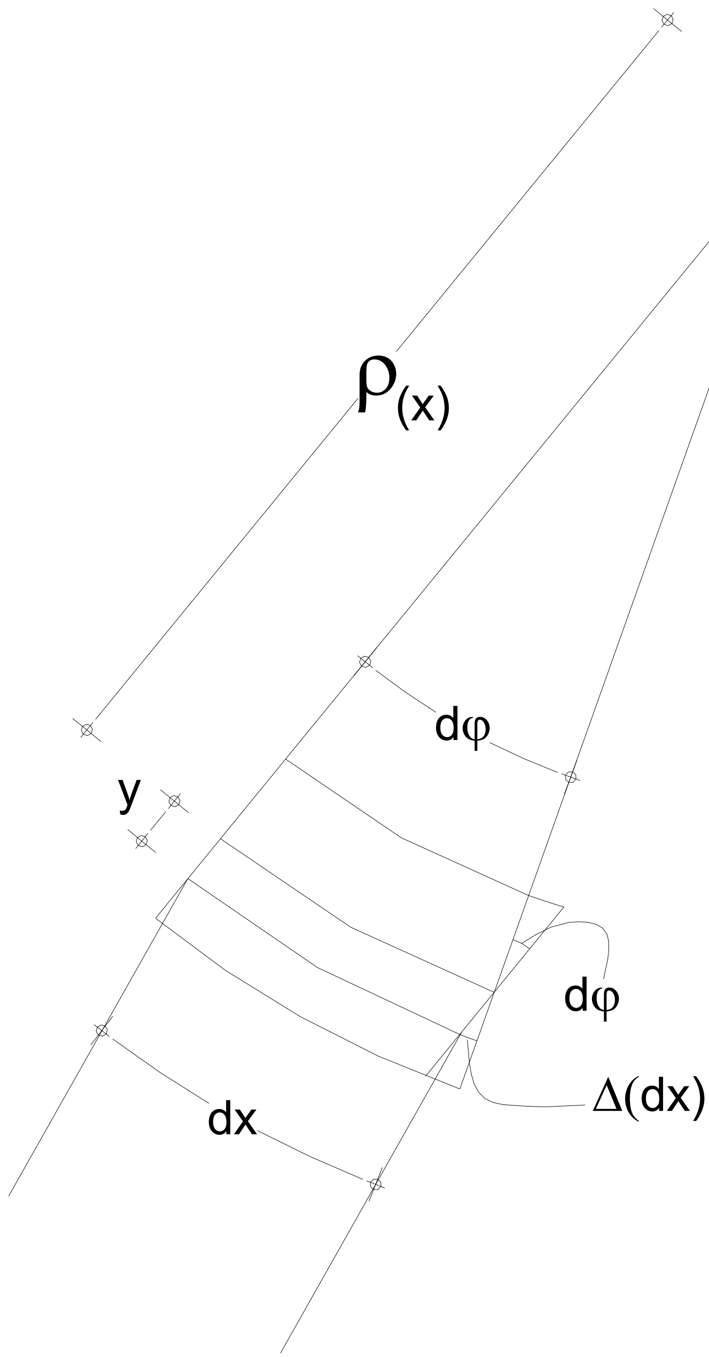
$$\frac{\Delta dx}{dx} = \frac{y}{\rho_x}$$



$$\frac{\Delta dx}{dx} = \frac{y}{\rho_x}$$

Recordar:

$$\frac{\Delta dx}{dx} = \varepsilon \qquad \frac{1}{\rho_x} = K$$



$$\frac{\Delta dx}{dx} = \frac{y}{\rho_x}$$

Recordar:

$$\frac{\Delta dx}{dx} = \varepsilon \qquad \frac{1}{\rho_x} = K$$

$$\boxed{\varepsilon = K \cdot y}$$

Por definición:

$$K = \frac{z''(x)}{\boxed{\left(1-z'(x)\right)^{\frac{3}{2}}}}$$

tiende a 1

Dada la mínima curvatura que tienen las piezas flexadas, se admite:

$$K \cong z''(x)$$

O sea, que la función que representa la curvatura para cada valor de x, equivale a la función de la derivada segunda de la función que representa a la elástica o deformada.

Por lo que :

$$\varepsilon = y \cdot K(x)$$

De la definición del
módulo de Elasticidad:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Se deduce que: $\sigma = E \cdot \varepsilon$

Por lo que: $$\boxed{\sigma = E \cdot y \cdot K(x)}$$

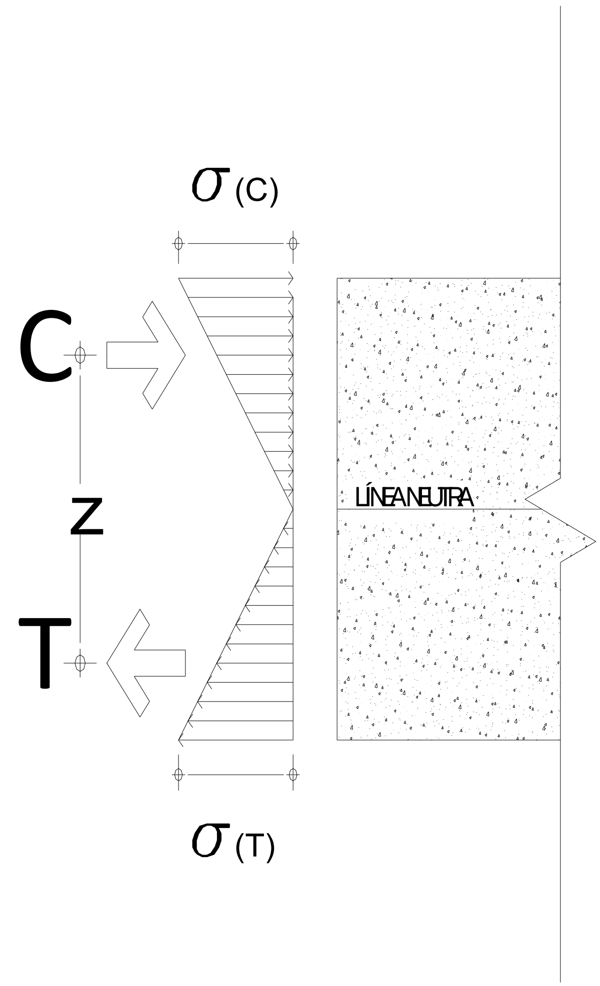
$$K \cong z''(x)$$

En definitiva: $$\boxed{\sigma = E \cdot y \cdot z''(x)}$$

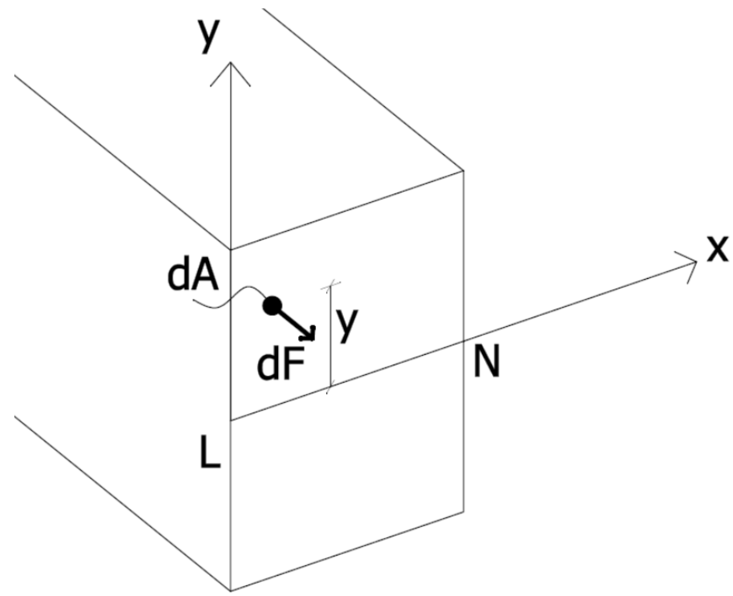
•La tensión depende de ***E*** , lo que resulta evidente, ya que cuanto mayor sea el módulo de elasticidad más tensión habrá que ejercer para lograr una deformación.

•La tensión aumenta a medida que se consideran fibras que se van alejando de la línea neutra, lo que también resulta evidente, ya que coincide con el aumento de la deformación (más alargamiento o más acortamiento)

•La tensión aumenta con la curvatura, lo que también resulta claro a partir de la experiencia (para romper un elemento hay que curvarlo cada vez más)



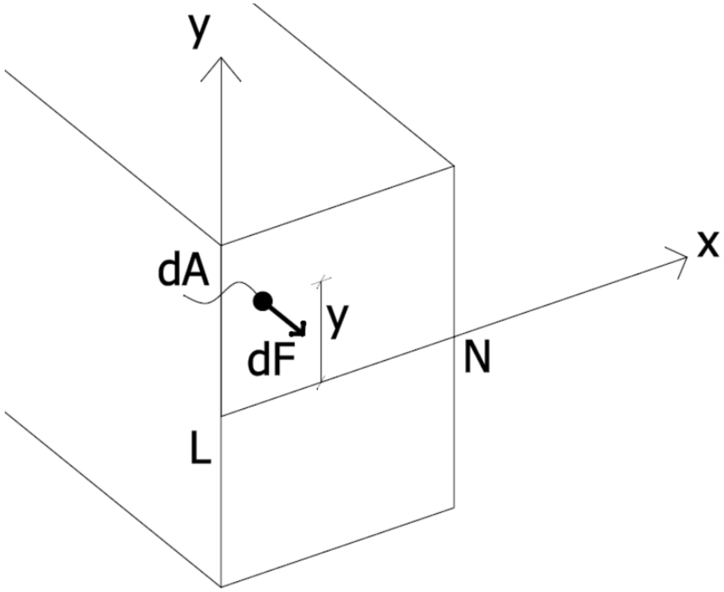
$$dF = \sigma \cdot dA$$



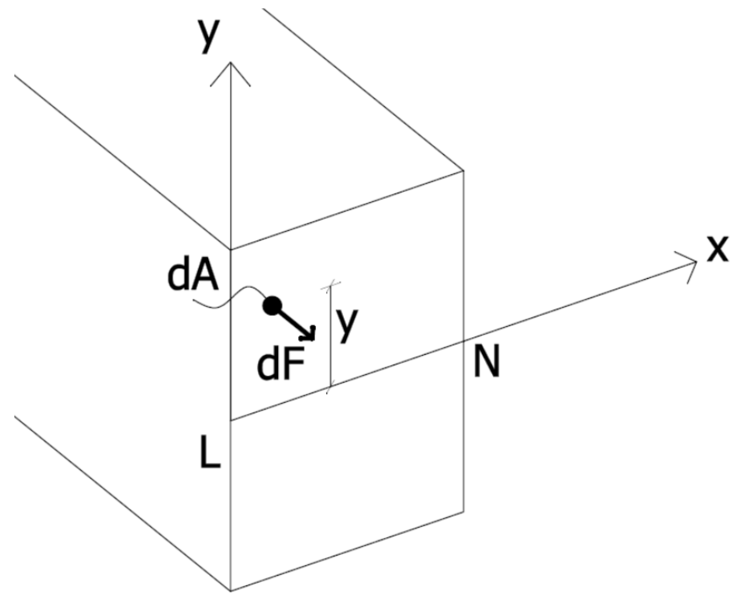
$$dF = \sigma \cdot dA$$

$$Mf = M_{\text{int}} = \int_{\acute{a}rea} dF \cdot y$$

$$Mf = M_{\text{int}} = \int_{\acute{a}rea} \sigma \cdot dA \cdot y$$



$$dF = \sigma \cdot dA$$



$$Mf = M_{\text{int}} = \int_{\acute{a}rea} dF \cdot y$$

$$Mf = M_{\text{int}} = \int_{\acute{a}rea} \sigma \cdot dA \cdot y$$

dado que: $\boxed{\sigma = E \cdot y \cdot K(x)}$

resulta: $$Mf = \int_{\acute{a}rea} E \cdot y \cdot K(x) \cdot dA \cdot y$$

sacando constantes: $$Mf = K(x) \cdot E \int_{\acute{a}rea} dA \cdot y^2$$

$$Mf = K(x) \cdot E \int_{área} dA \cdot y^2$$

Por definición:

$$I_x = \int_{área} dA \cdot y^2$$

$$Mf = K(x) \cdot E \int_{área} dA \cdot y^2$$

Por definición:

$$I_x = \int_{área} dA \cdot y^2$$

Por lo tanto: $$Mf = K(x) \cdot E \cdot I_x \longrightarrow K(x) = \frac{Mf}{E \cdot I_x}$$

Por definición:

$$Mf = K(x) \cdot E \int_{área} dA \cdot y^2$$

$$I_x = \int_{área} dA \cdot y^2$$

Por lo tanto: $$Mf = K(x) \cdot E \cdot I_x \longrightarrow K(x) = \frac{Mf}{E \cdot I_x}$$

dado que: $$\boxed{\sigma = E \cdot y \cdot K(x)} \longrightarrow K(x) = \frac{\sigma}{E \cdot y}$$

$$Mf = K(x) \cdot E \int_{área} dA \cdot y^2$$

Por definición:

$$I_x = \int_{área} dA \cdot y^2$$

Por lo tanto: $$Mf = K(x) \cdot E \cdot I_x \longrightarrow K(x) = \frac{Mf}{E \cdot I_x}$$

dado que: $$\boxed{\sigma = E \cdot y \cdot K(x)} \longrightarrow K(x) = \frac{\sigma}{E \cdot y}$$

Resulta: $$\frac{Mf}{E \cdot I_x} = \frac{\sigma}{E \cdot y} \longrightarrow Mf = \frac{\sigma \cdot I_x}{y}$$

$$\boxed{\sigma = \frac{Mf \cdot y}{I_x}}$$

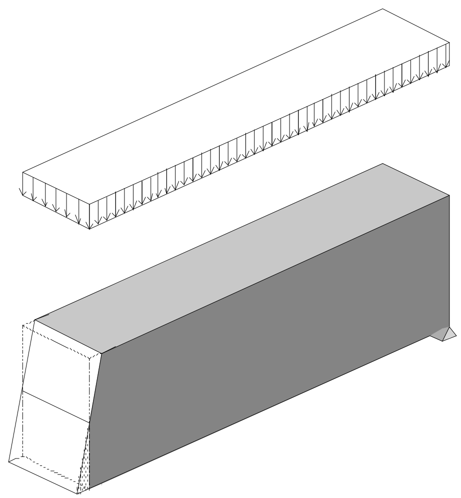
$$\boxed{\sigma = \frac{Mf \cdot y}{I_x}}$$

Y, definiendo: $w_{res} = \frac{I_x}{y}$

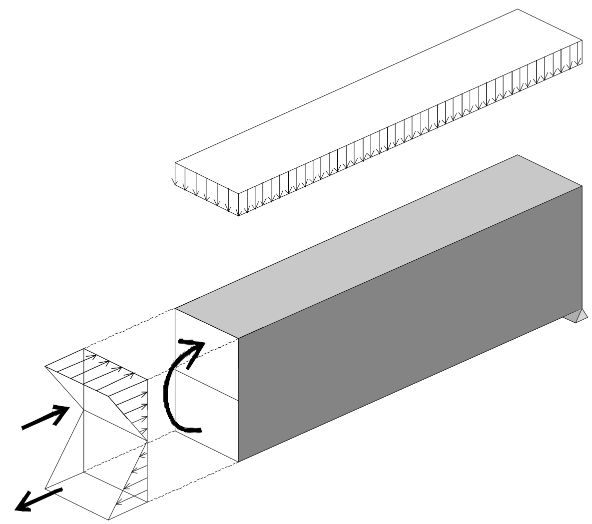
Resulta:

$$\boxed{\sigma_{máx} = \frac{Mf}{w_{res}}}$$ ó: $$\boxed{f_d \geq \sigma_{máx} = \frac{Mf}{w_{res}}}$$ entonces: $$\boxed{w_{res} = \frac{Mf}{fd}}$$

Este último valor de utilidad práctica para el DIMENSIONADO



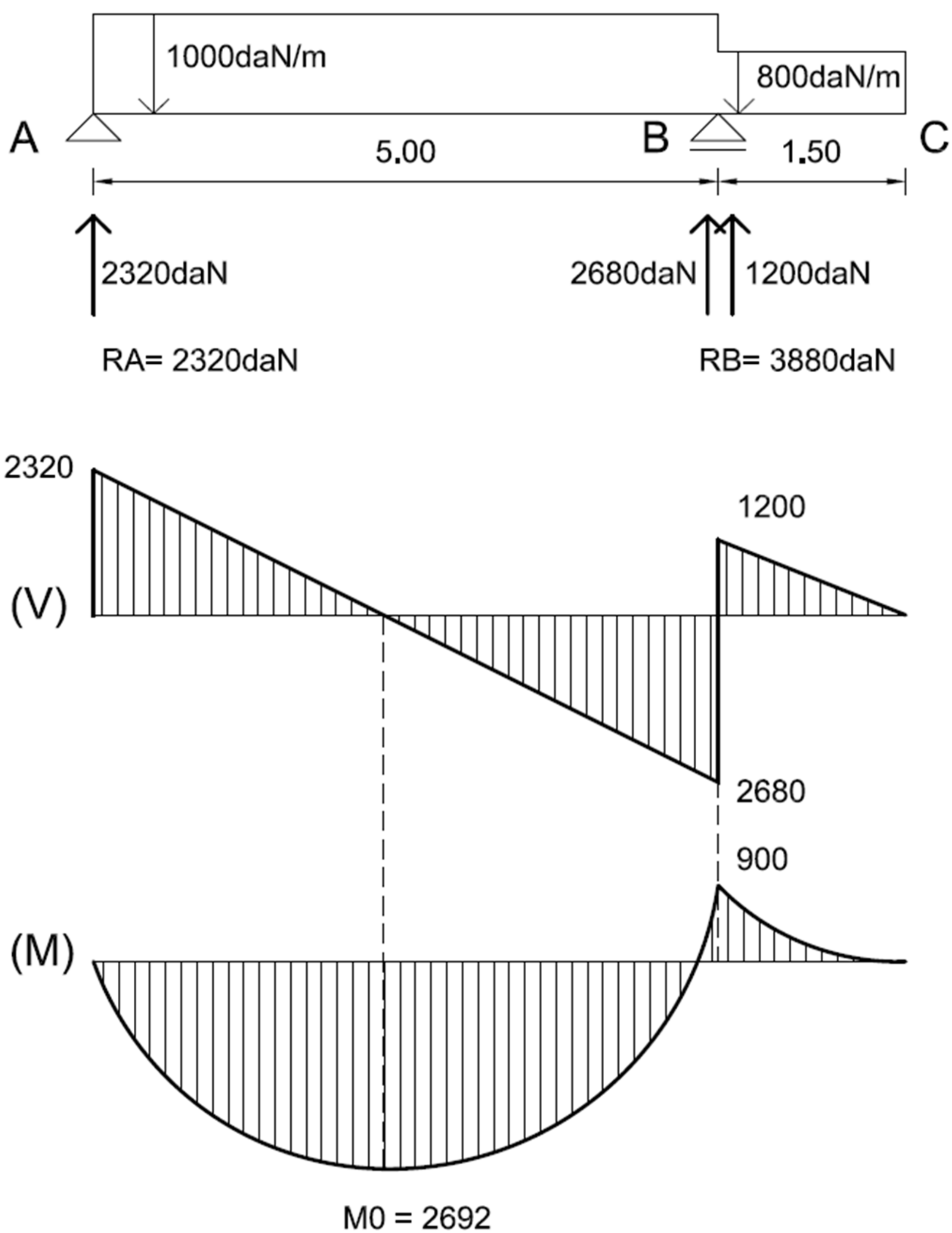
Deformación por momento flector



Estado tensional por momento flector

$$f_d \geq \sigma_{máx} = \frac{Mf}{w_{res}}$$

EJEMPLO PRÁCTICO


1000daN/m
800daN/m
A
B
C
5.00
1.50
2320daN
2680daN
1200daN
RA= 2320daN
RB= 3880daN
2320
1200
(V)
2680
900
(M)
M0 = 2692