

## VERIFICACION AL CORTANTE

### PROLOGO

Esta publicación trata sobre el tema de la verificación de unidades funcionales estructurales que de acuerdo a su modelo de comportamiento resultan solicitadas por el esfuerzo cortante.

Consta de dos secciones que responden, cada una de ellas, a un distinto modelo de comportamiento sobre el material que conforma la unidad en estudio.

Recoge la experiencia docente de los autores durante muchos años en los cursos de Estabilidad I y III.

Setiembre de 1993

Esta reedición en 2001 si bien mantiene la mayor parte del texto ha sido revisada. Se cambió la redacción del Capítulo VIII DECALAJE DEL DIAGRAMA DE MOMENTOS y se eliminó el anexo sobre VERIFICACIONES UTILIZANDO HIERROS DOBLADOS A 45° por haber perdido interés.

Octubre de 2001

En esta nueva Edición la revisión del texto, reelaboración y confección de gráficos fueron realizados por la Arq. María Esther Fernández Iglesias.

Abril de 2006



## INTRODUCCION

### ESFUERZO CORTANTE

El esfuerzo cortante integra, junto al momento flector, el modelo de comportamiento de la flexión. Es la fuerza perpendicular al eje de la pieza que se transmite a través de la sección.

Vale en una sección determinada la suma de las fuerzas perpendiculares al eje de la pieza que actúan a la izquierda de dicha sección.

A los efectos del diseño se debe vincular el valor de esta sollicitación con la cantidad y calidad de material, que adecuadamente dispuesta, sea necesaria para que, conformando la pieza, ésta resista en adecuadas condiciones de seguridad.

En las dos secciones siguientes se estudiará esta relación para materiales tales como la madera y el acero, que se engloban en el término materiales homogéneos y para el hormigón armado.



## SECCION I

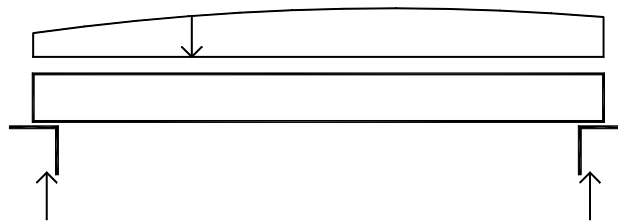
### VERIFICACION AL CORTANTE

#### MATERIAL HOMOGENEO

**Material homogéneo.** Se llama material homogéneo a aquél que se puede modelizar como:

- continuo:** entre dos partículas diferenciales del mismo, por más próximas que éstas sean, existe otra partícula diferencial del mismo material.
- homogéneo:** todas las partículas del material tienen las mismas propiedades.
- isótropo:** las mismas propiedades se cumplen en todas las direcciones.

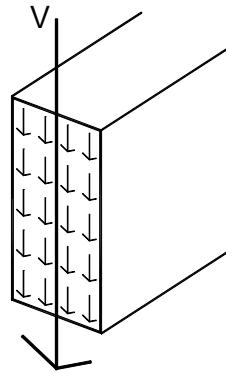
Sea una barra, de un material con estas características, apoyada en sus extremos y sometida a un sistema de cargas verticales de arriba hacia abajo, se producen también reacciones verticales.



La transmisión del esfuerzo cortante se hace produciendo tensiones en todo el material que compone la sección.

Se produce en cada partícula del mismo un esfuerzo rasante, lo caracterizaremos por su valor actuando en la unidad de superficie: la tensión rasante  $\tau$ .

Entendiéndose por tensión a la fuerza que actúa en la unidad de superficie. La tensión puede ser perpendicular, normal a la sección o rasante, paralela a la misma.



Buscar la cantidad de material necesario para resistir el cortante en adecuadas condiciones de seguridad pasa por establecer la relación que existe entre la tensión  $\tau$  con la sollicitación, el cortante, y las dimensiones de la sección.

El estudio de la variación de estas tensiones permitirá detectar sus valores máximos y así poder proceder a la verificación de las dimensiones de la sección.

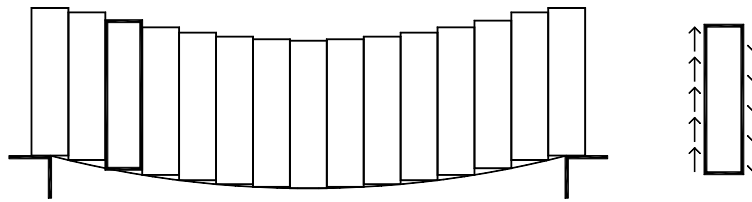
Se desarrollará este análisis en el supuesto de piezas de sección constante.

## CAPITULO I

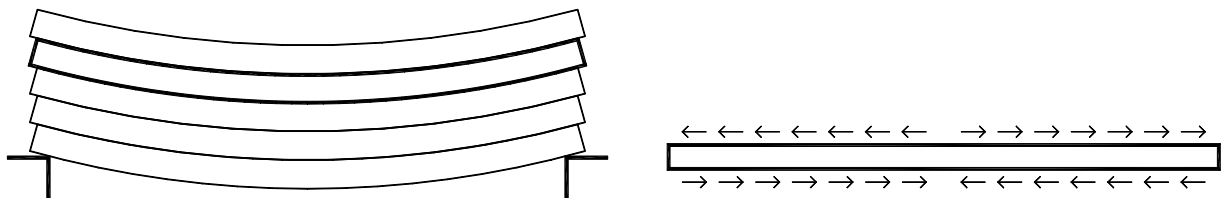
### TENSIONES RASANTES

#### Tipos de tensión rasante.

Un modelo que divide la barra en infinitos trozos verticales de ancho diferencial pone en evidencia, aislando uno de ellos, la presencia en ambas caras laterales de las tensiones rasantes asociadas al cortante.



Al deformar un modelo que divide la barra en infinitos trozos horizontales (tablillas), de altura diferencial, se pone en evidencia el deslizamiento entre ellas. Esta observación permite aseverar la presencia de tensiones horizontales, rasantes a la superficie de las tablillas.

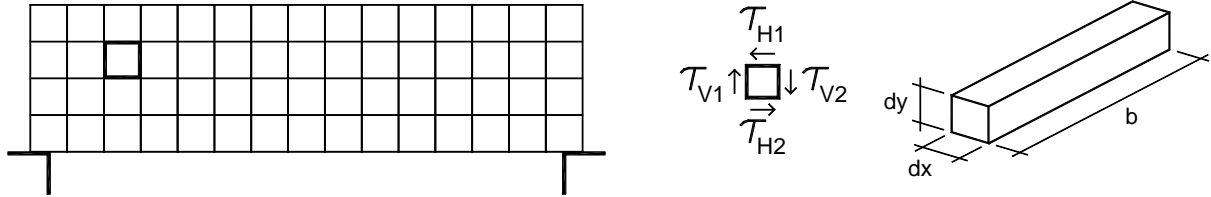


Se producen en forma simultánea tensiones rasantes verticales y horizontales.

### Unicidad de la tensión rasante

Superponiendo los dos modelos la barra queda dividida en pequeños trozos limitados por planos verticales y horizontales.

En las cuatro caras de contacto de uno cualquiera de ellos se producen tensiones rasantes.



Calculando las fuerzas rasantes totales que se producen en cada cara, se llega, en razón del equilibrio, a la igualdad de las cuatro tensiones rasantes.

igualdad de fuerzas verticales

$$t_{v1} \cdot dy \cdot b = t_{v2} \cdot dy \cdot b \quad \text{por lo tanto} \quad t_{v1} = t_{v2} = t_v$$

igualdad de fuerzas horizontales

$$t_{h1} \cdot dx \cdot b = t_{h2} \cdot dx \cdot b \quad \text{por lo tanto} \quad t_{h1} = t_{h2} = t_h$$

igualdad de momentos

$$t_v \cdot dy \cdot b \cdot dx = t_h \cdot dx \cdot b \cdot dy \quad \text{por lo tanto} \quad t_v = t_h = t$$

Esta igualdad entre las tensiones rasantes, verticales y horizontales, permitirá determinar una a partir de la otra.



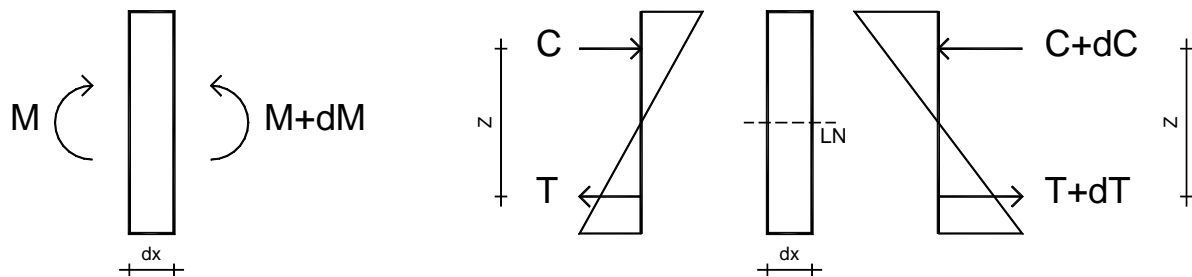
## CAPITULO II

### RELACION ENTRE $\tau$ Y V

#### Tensión rasante horizontal.

Resulta relativamente sencillo proceder a la determinación del valor de la tensión rasante horizontal.

Se parte de un trozo de la viga limitado por dos secciones distantes un  $dx$ . En la sección de la izquierda actúa un momento flector de valor  $M$  y en la sección de la derecha un momento flector de valor  $M+dM$ .

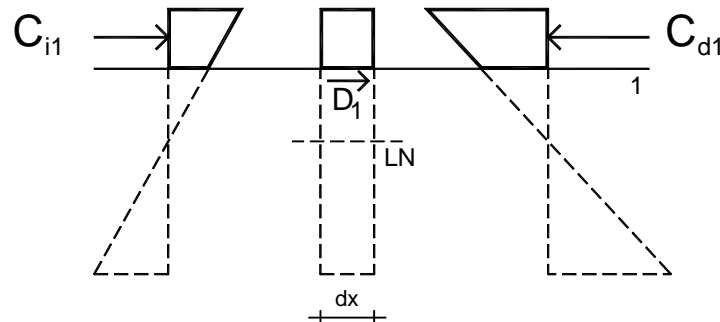


Estos momentos producen tensiones normales, cuya variación, que sigue la Ley de Navier, se expresa en el dibujo.

Como resultante de estas tensiones se tiene a la izquierda el par  $C, T$  y a la derecha el par  $C+dC, T+dT$ , ambos con el mismo brazo  $z$  ya que la sección es constante.

Esta diferencia entre las componentes del par de la izquierda y las del de la derecha se vincula con las tensiones rasantes tal cual se verá.

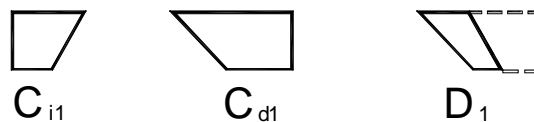
Cortando el trozo de viga con un plano horizontal, y separando la parte de arriba, se observa que la fuerza resultante de las tensiones a la izquierda  $C_{i1}$  es distinta a la de la derecha  $C_{d1}$ .



Para que haya equilibrio se debe admitir que en el plano de corte existe una fuerza, que en este caso es de izquierda a derecha y de valor  $D_1$ .

$$D_1 = C_{d1} - C_{i1}$$

Si  $C_{i1}$  está representada por el área del trapecio de tensiones a la izquierda y  $C_{d1}$  por el de la derecha,  $D_1$  está representada por la diferencia entre las dos superficies. Diferencia que queda graficada al superponer el trapecio de la izquierda girado sobre el de la derecha.



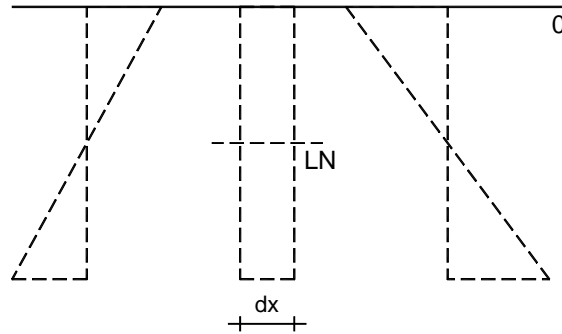
$D$  es una fuerza rasante que actúa uniformemente en todo el ancho  $b$ , ya que proviene de la diferencia entre tensiones que también lo hacen.

Por lo tanto la tensión rasante horizontal que produce  $D$  será uniforme en toda el área  $b \cdot dx$  y valdrá:

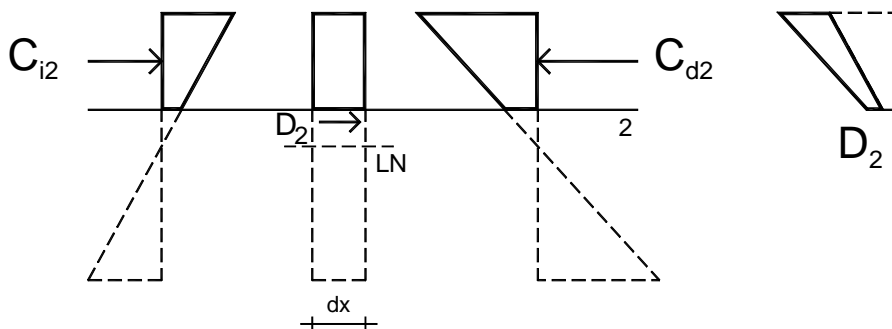
$$t_h = \frac{D}{b \cdot dx}$$

Variando la posición del plano de corte se analizará la variación del valor de  $D$ :

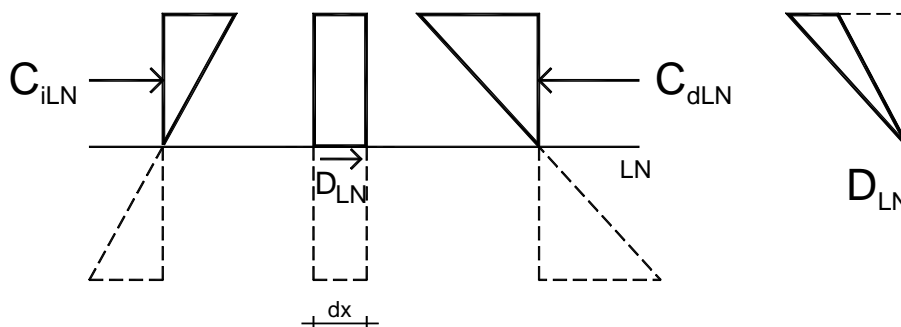
- si el plano de corte coincide con la cara superior de la viga, posición 0, resultan  $C_{i0}=0$  y  $C_{d0}=0$ , en consecuencia también  $D_0=0$ . Todo debido a que el área sobre la cual actúan las tensiones producidas por el flector se redujo a 0.



- si el plano de corte está entre la posición 1 y la línea neutra, posición 2, resultan  $C_{i2}>C_{i1}$  y  $C_{d2}>C_{d1}$  y también  $D_2>D_1$  ya que, la diferencia entre los trapecios de tensiones es mayor en el plano 2 que en el 1.



- si el plano coincide con la línea neutra, por las mismas razones que las analizadas al estudiar la posición 2, habrán aumentado  $C_{iLN}$ ,  $C_{dLN}$  y  $D_{LN}$ .



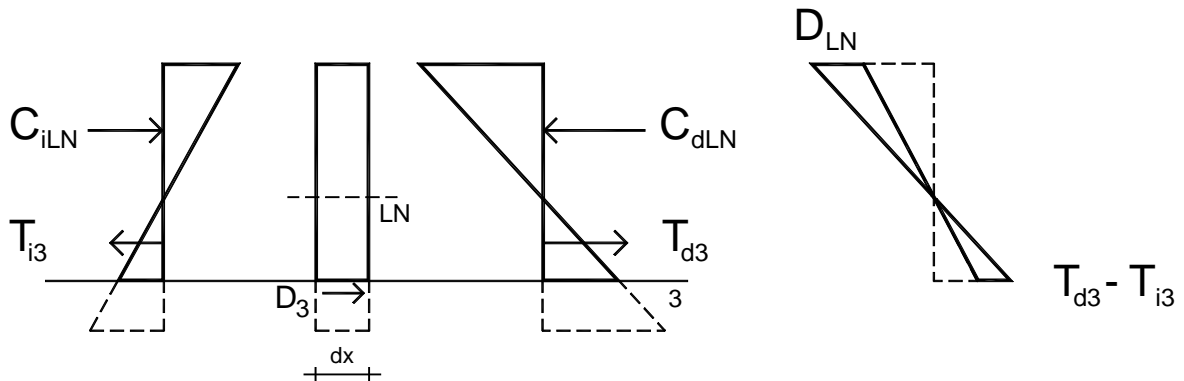
- si el plano está por debajo de la línea neutra, posición 3, a la izquierda se tiene  $C_{iLN}-T_{i3}$  y a la derecha  $C_{dLN}-T_{d3}$ .

$D_3$  resulta menor que  $D_{LN}$  ya que:

$$D_3 = (C_{dLN}-T_{d3}) - (C_{iLN}-T_{i3})$$

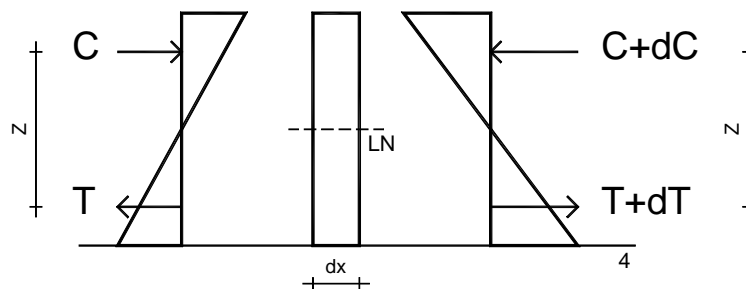
$$D_3 = (C_{dLN}-C_{iLN}) - (T_{d3}-T_{i3})$$

$$D_3 = D_{LN} - (T_{d3}-T_{i3}) \text{ siendo } T_{d3} > T_{i3}$$



- si el plano se sigue aproximando al borde inferior de la barra la diferencia entre las fuerzas a la izquierda y las fuerzas a la derecha seguirá disminuyendo.

- si el plano coincide con el borde inferior, posición 4, a la izquierda se tiene  $C-T=0$  y a la derecha  $(C+dC)-(T+dT)=0$  y por lo tanto  $D=0$ .



Se concluye que el mayor valor de  $D$  se da sobre la línea neutra y que en las caras superior e inferior vale 0.

### **Variación de la tensión rasante horizontal.**

Como quedó expresado más arriba la tensión rasante tiene una dependencia directa del valor de  $D$  e inversa del ancho de la sección.

Por lo tanto si el ancho  $b$  de la sección es constante (sección rectangular) o es mínimo sobre la línea neutra (sección doble T) el valor máximo de  $\tau$  se produce coincidiendo con el valor máximo de  $D$ .

Por la misma razón los ceros de  $\tau$  coinciden siempre con los ceros de  $D$ .

**Determinación del valor máximo de la tensión rasante.**

La ya vista unicidad de la tensión rasante nos permite decir que al determinar el valor máximo de la tensión rasante horizontal se está determinando el valor máximo de la tensión rasante en general.

$$D_{MAX} = C_{dLN} - C_{iLN} = (C+dC) - C = dC$$

$$t_{MAX} = \frac{D_{MAX}}{b \cdot dx} = \frac{dC}{b \cdot dx}$$

Como  $C = \frac{M}{z}$  y  $C + dC = \frac{M + dM}{z} = \frac{M}{z} + \frac{dM}{z}$  resulta  $dC = \frac{dM}{z}$

por lo tanto

$$t_{MAX} = \frac{dM}{z \cdot b \cdot dx} \quad \text{y siendo} \quad \frac{dM}{dx} = V \quad \text{resulta finalmente}$$

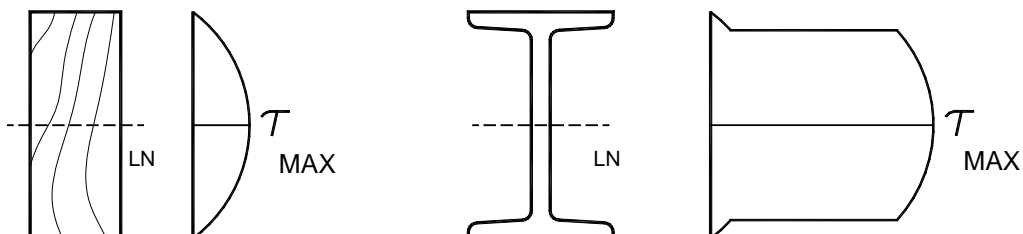
$$t_{MAX} = \frac{V}{b \cdot z}$$

Se concluye que  $t$  tiene una dependencia directa del cortante e inversa de las dimensiones de la sección.

Las dimensiones de la sección aparecen en igualdad de importancia, tanto el ancho como el alto de la misma están elevados a la primera potencia,  $z$  es función de primer grado de la altura (un porcentaje de la altura).

Dentro de la sección varía de acuerdo a lo antes señalado.

En el dibujo se expresa dicha variación para los dos casos más comunes de secciones en material homogéneo: rectangular (madera) y doble T (acero). Esta variación es parabólica de segundo grado.





## CAPITULO III

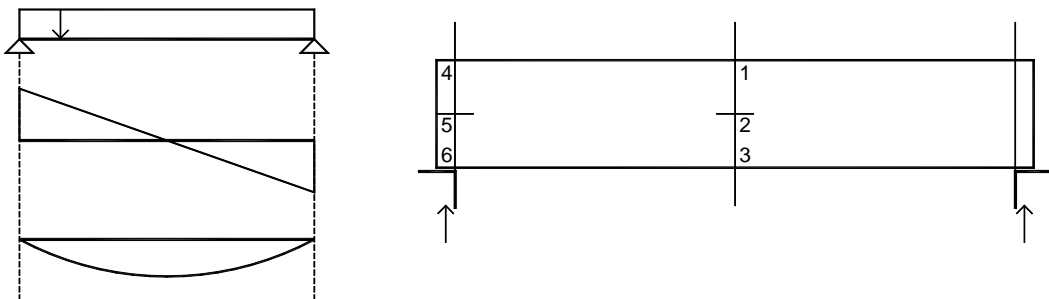
### ANALISIS TENSIONAL

El modelo de comportamiento de la flexión está conformado por la acción conjunta de una fuerza transversal a la viga, el cortante y de un par, el momento flector.

Siempre se encontrarán asociadas estas dos "solicitaciones" que no son más que interpretaciones, modelizaciones, de un fenómeno real complejo.

A partir del conocimiento que ya se posee de ellas se puede plantear a la escala de pequeñas partículas que es lo que sucede en el material.

Sea un caso muy simple de pieza flexada: una viga simplemente apoyada sometida a carga uniforme.



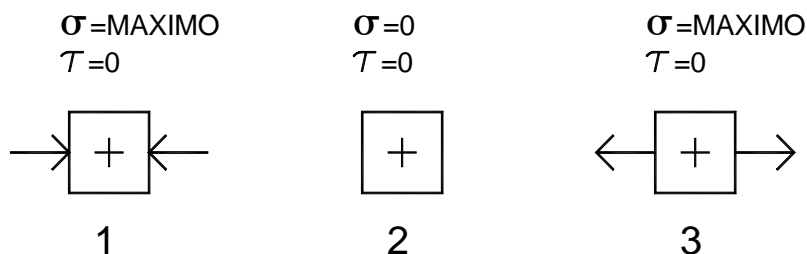
Se distinguen en la misma las dos secciones que se saben más exigidas, cada una de ellas por cada una de las solicitaciones: la que corresponde al eje de simetría y la de apoyo.

Sobre cada una se toman tres puntos de acuerdo a lo señalado en el dibujo y se limita alrededor de ellos un pequeño volumen que permitirá analizar las tensiones que se producen en esas localizaciones.

El punto 1 ubicado en el eje de simetría de la viga pertenece a la sección más solicitada por el momento flector y con cortante nulo. Las caras verticales están comprimidas con el máximo valor que se produce en toda la viga. No existen tensiones rasantes por la doble razón de pertenecer a la cara superior y por ser nulo el valor del cortante.

El punto 2, ubicado en la intersección del eje de simetría y la línea neutra no sufre tensiones. Por pertenecer a la línea neutra no está ni comprimido ni traccionado por el flector y por pertenecer a la sección de cortante nulo tampoco queda sometido a tensiones rasantes.

Para el punto 3 valen todas las consideraciones hechas con respecto al 1 cambiando compresión por tracción.



Los puntos 4 y 6 por pertenecer a la sección de apoyo, de momento nulo, no están tensionados por el flector y por estar en las caras superior e inferior de la viga, las tensiones rasantes valen cero.

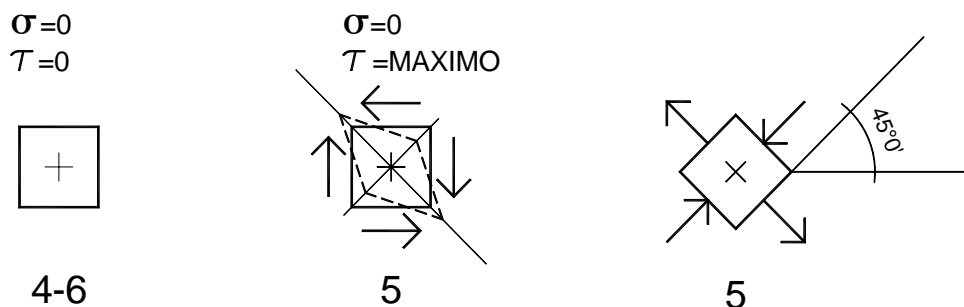
El punto 5 está ubicado sobre el apoyo y en la línea neutra, el momento vale cero y el cortante es máximo.

Sobre las caras verticales las tensiones normales son nulas, por la doble condición de que el momento vale cero y por estar ubicado sobre la línea neutra.

Las tensiones rasantes son máximas por estar ubicado en la sección de cortante máximo y sobre la línea neutra.

Estos esfuerzos actuantes sobre este volumen lo deforman según el dibujo, es decir que una diagonal se alarga, tracciona, y la otra se acorta, comprime.

Si en lugar de limitar el entorno del punto 5 por planos verticales y horizontales se lo hace por planos girados  $45^\circ$  con respecto al eje de la viga, las caras de este volumen resultan unas traccionadas y otras comprimidas.



Con este análisis queda explicitado que el fenómeno tensional producido en la flexión es siempre de **tracciones y compresiones simultáneas**. Tanto si las tensiones se le adjudican al flector o al cortante.

Las tracciones y compresiones asociadas al flector son paralelas al eje de la viga, se producen en una misma sección pero en puntos distintos.

Las tracciones y compresiones asociadas al cortante se producen con direcciones formando  $45^\circ$  con el eje de la viga y en el mismo punto.

El estudio precedente fue realizado en dos secciones que además de ser las más exigidas presentan claridad en el análisis derivada de que una de las solicitaciones era nula.

En cualquier otra sección actuarán con valores no nulos, las dos solicitaciones y las tensiones asociadas a cada una deberán componerse para tener la situación tensional del punto considerado.



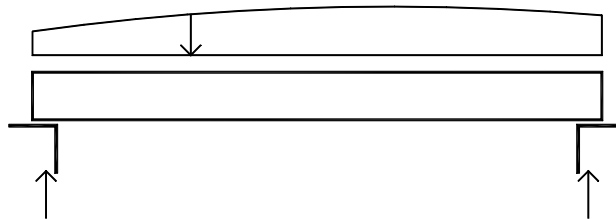
## SECCION II

### VERIFICACION AL CORTANTE

### HORMIGON ARMADO

Se realizará para el hormigón armado un estudio similar al efectuado en la sección anterior para los materiales homogéneos.

Sea nuevamente una barra apoyada en sus extremos y sometida a un sistema de cargas verticales de arriba hacia abajo, se producen reacciones también verticales.



Buscar la cantidad de material necesario para resistir el cortante en adecuadas condiciones de seguridad, pasa por establecer la relación que existe entre la tensión  $\tau$ , con las dimensiones de la sección y la necesidad de armaduras.

El estudio de la variación de estas tensiones permitirá detectar sus valores máximos y así poder proceder a las verificaciones de las dimensiones y de las armaduras.

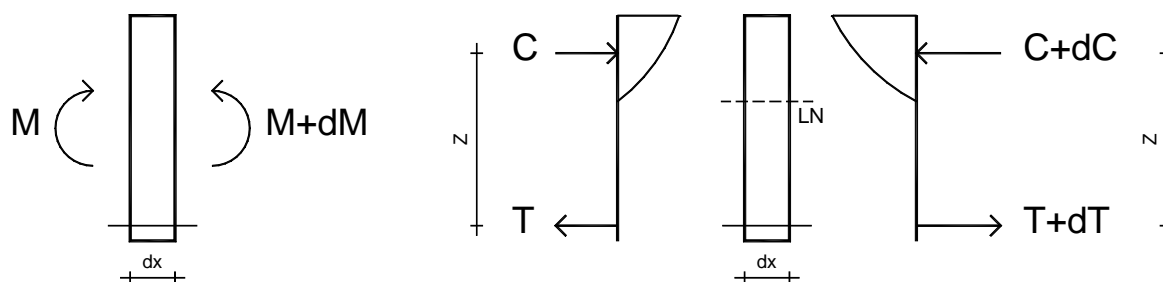
Se desarrollará este análisis en el supuesto de piezas de sección constante .



## CAPITULO IV

### TENSIONES RASANTES

Se toma un trozo de viga limitado por dos secciones distantes un  $dx$ . En la sección de la izquierda actúa un momento flector de valor  $M$  y en la sección de la derecha un momento flector de valor  $M+dM$ .



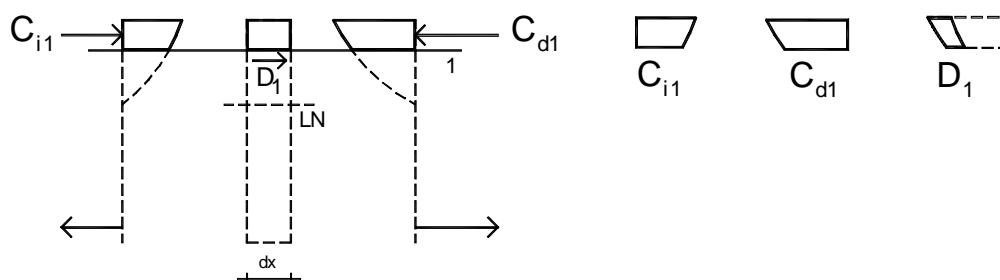
Estos momentos producen tensiones normales de compresión sobre el hormigón y de tracción sobre las armaduras cuya variación se expresa en el dibujo.

Como resultante de estas tensiones tenemos a la izquierda el par  $C, T$  y a la derecha el par  $C+dC, T+dT$ , se puede admitir que ambos tienen el mismo brazo  $z$  ya que la sección es constante.

Esta diferencia entre las componentes del par de la izquierda y las del par de la derecha se vincula con las tensiones rasantes tal cual se vio en la Sección I.

El hormigón armado presenta particularidades derivadas de la concentración de tensiones de tracción en las armaduras.

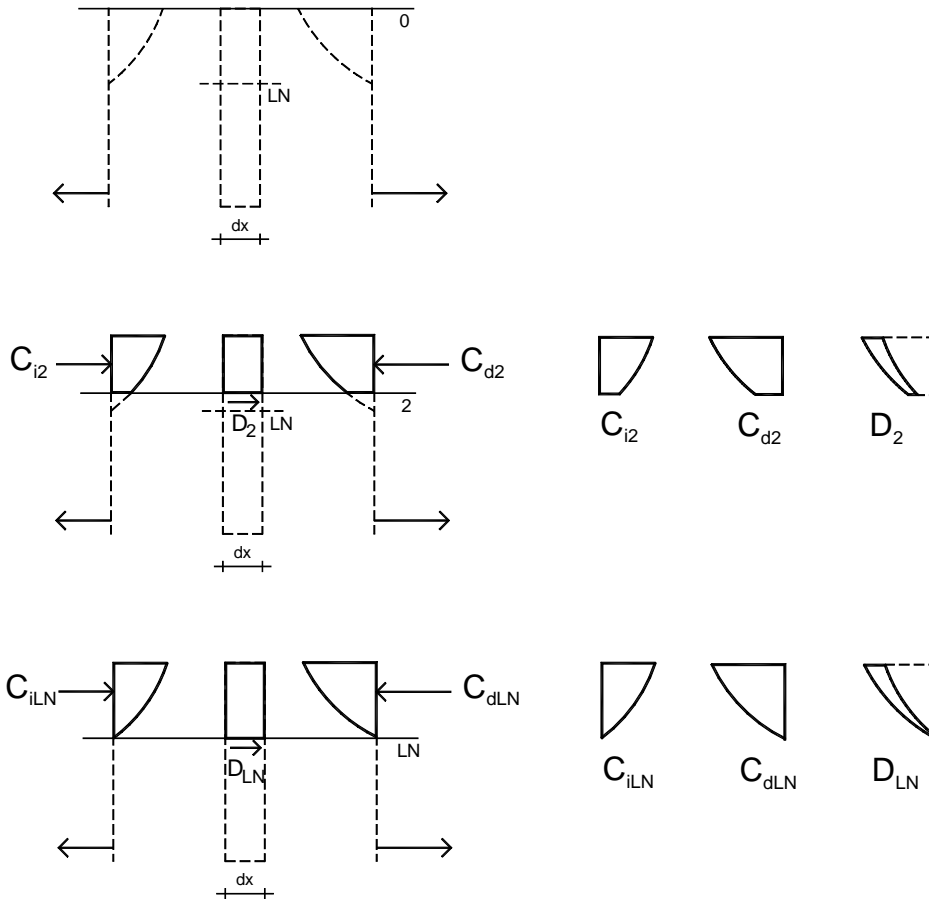
Si se repite el análisis efectuado en el Capítulo II, cortando el trozo de viga por planos horizontales se tiene una situación similar. La fuerza resultante de las tensiones a la izquierda  $C_{i1}$  es distinta a la de la derecha  $C_{d1}$  y por lo tanto también deberá admitir que en el plano de corte existe una fuerza  $D_1$  de izquierda a derecha que también queda expresada gráficamente por la superposición de los dos diagramas de tensiones.



La tensión rasante que produce  $D_1$  será uniforme en toda el área  $b \cdot dx$  y valdrá:

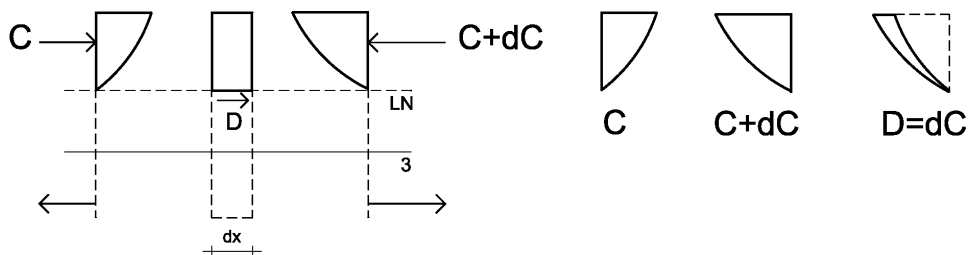
$$\tau_h = \frac{D_1}{b \cdot dx}$$

Variando la posición del plano de corte se concluye que análogamente a lo que sucede en los materiales homogéneos, la fuerza  $D$  y la tensión  $\tau$  valen 0 en la cara superior y van en aumento

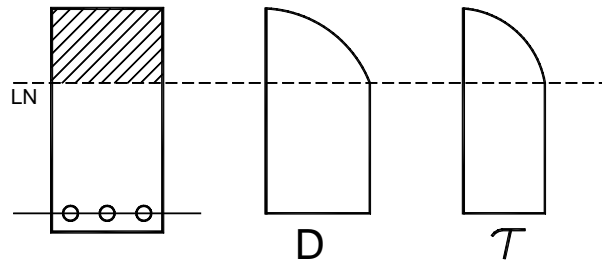


hasta llegar a la línea neutra.

Lo distinto aparece al apreciar que, por debajo de la línea neutra, no cambia la diferencia entre las fuerzas a la izquierda y a la derecha, vale siempre  $D = dC$ .



La tensión rasante, cuya variación depende para secciones de ancho constante de la fuerza  $D$ , no varía entonces por debajo de la línea neutra, manteniendo en toda la zona comprendida entre la línea neutra y las armaduras el valor máximo.



Valor máximo que se deduce en forma similar al caso de material homogéneo, a partir de:

$$C = \frac{M}{z} \quad \text{y} \quad D + dC = \frac{M + dM}{z} = \frac{M}{z} + \frac{dM}{z} \quad \text{resulta} \quad dC = \frac{dM}{z}$$

por lo tanto

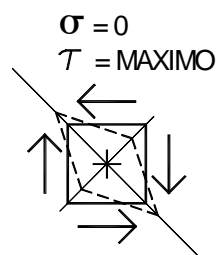
$$t_{\text{MAX}} = \frac{dM}{z \cdot b \cdot dx} \quad \text{y siendo} \quad \frac{dM}{dx} = V \quad \text{resulta finalmente}$$

$$t_{\text{MAX}} = \frac{V}{b \cdot z}$$

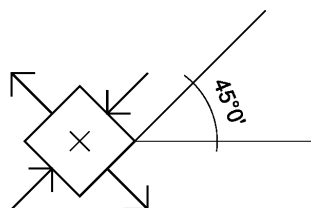
El análisis tensional indica que para cualquier punto entre la línea neutra y las armaduras el estado es el mismo, tensión normal cero y tensión rasante máxima.

Si alrededor de uno cualquiera de estos puntos, se limita por planos verticales y horizontales un pequeño volumen, se tendrá sobre las caras del mismo solamente tensiones rasantes.

Estos esfuerzos actuantes sobre este volumen lo deforman según el dibujo, es decir que una diagonal se alarga, se tracciona, y la otra se acorta, se comprime.



Si en lugar de limitar el entorno del punto por planos verticales y horizontales se lo hace por planos girados  $45^\circ$  con respecto al eje de la viga, las caras de este volumen resultan unas traccionadas y otras comprimidas.

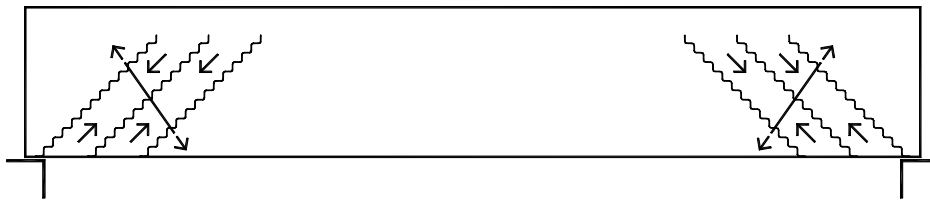


Se ha puesto de manifiesto que el fenómeno tensional asociado al cortante, tracciones y compresiones simultáneas que se producen en planos perpendiculares y girados  $45^\circ$  con respecto al eje de la viga, afecta a toda la masa de hormigón que por su ubicación resulta inerte en la resistencia al momento flector, justificando así su existencia.

De nuevo se asocia al hormigón con el acero para resistir un complejo tensional.

El hormigón se fisurará debido a las tracciones, formándose bloques entre las fisuras que resultan comprimidos.

Se deberán disponer armaduras que, cosiendo las fisuras, resistan las tracciones.

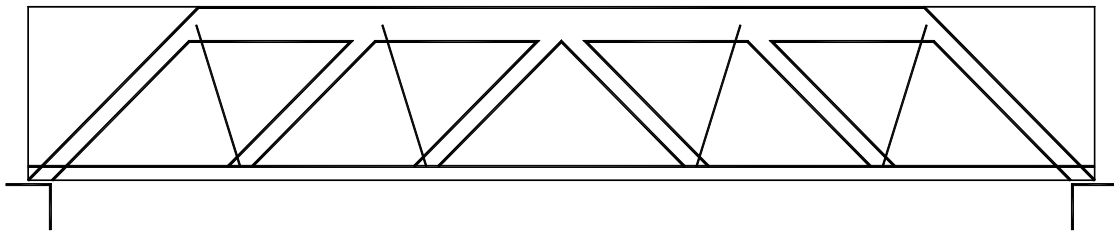


## CAPITULO V

### MODELO DEL RETICULADO

Combinando el modelo de resistencia al flector con las observaciones que se han realizado con respecto a las tensiones generadas por el cortante se puede modelizar el trabajo de una viga de hormigón armado como un reticulado:

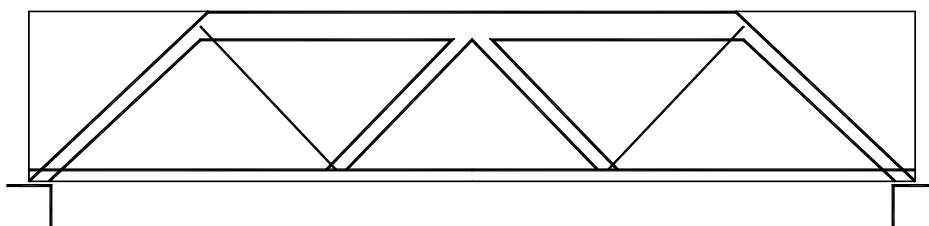
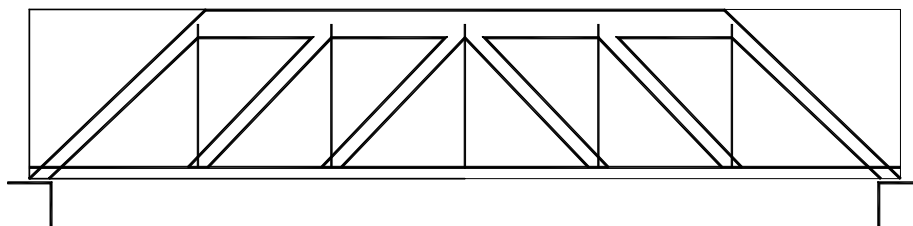
- como consecuencia del flector: un cordón comprimido hasta la línea neutra y otro traccionado (armaduras longitudinales)
- como consecuencia del cortante: barras traccionadas y barras comprimidas entre los dos cordones.



Se modeliza entonces a la viga de hormigón armado como un reticulado de cordones paralelos, uno comprimido y otro traccionado y entre ellos barras comprimidas que forman  $45^\circ$  con el eje y barras traccionadas cuya dirección será la de las armaduras que coloquemos para resistir las tracciones producidas por el cortante.

Este modelo es el llamado modelo del reticulado o celosía de Ritter-Mörsch.

Tiene dos formulaciones según que la costura de las fisuras se haga con estribos (hierros verticales) o con hierros doblados (generalmente a 45°).



La práctica del diseño de armaduras da preferencia a la primera solución. Por esta razón también se dará preferencia al desarrollo de la misma.



## CAPITULO VI

### RESOLUCION DEL RETICULADO

Determinar los esfuerzos en las barras de este modelo reticulado permitirá:

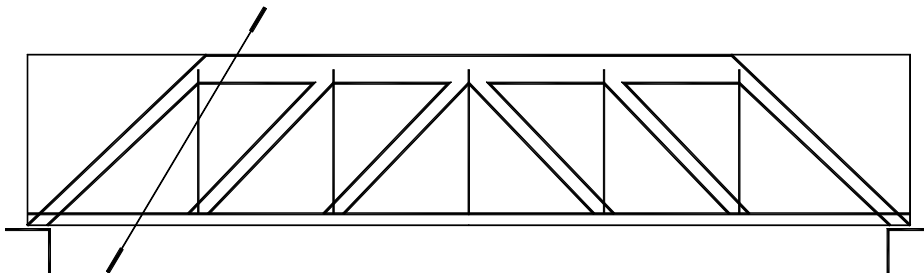
- definir las armaduras por equilibrio de las barras traccionadas.
- verificar que el hormigón es capaz de resistir los esfuerzos de compresión.

Los mayores esfuerzos en las barras, cuyos valores intervendrán en las verificaciones se producen en las proximidades del apoyo. Se debe recordar que es allí donde se producen las mayores tensiones rasantes.

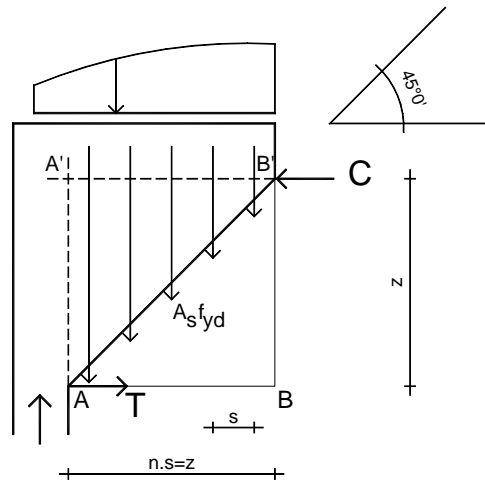
#### Determinación de las armaduras.

Se hallará el esfuerzo en la barra más traccionada y las armaduras necesarias para resistir dicha tracción.

Aplicando el método de resolución por secciones se cortará el reticulado por un plano como el indicado, que corta al cordón superior, a la barra vertical traccionada y al cordón inferior.



Al llevar este plano seccionante a la viga de hormigón, para no cortar ningún bloque comprimido, se lo debe tomar paralelo a las fisuras, es decir a  $45^\circ$ .



Se toma el trozo a la izquierda del plano de corte.

Las fuerzas externas que actúan sobre él son la reacción del apoyo y las cargas entre A' y B', su resultante es el cortante de valor V en B'.

Estas fuerzas externas se equilibran con la compresión C en el cordón superior, la tracción T en el inferior y la suma de las tracciones sobre los n estribos cortados  $n \cdot A_s \cdot f_{yd}$ .

Interesa poner en evidencia el equilibrio de las fuerzas verticales:

$$V = n \cdot A_s \cdot f_{yd}$$

Expresión válida siendo los n estribos iguales, de área  $A_s$  y tensión de dimensionado  $f_{yd}$ , por lo cual la fuerza que se ejerce en cada uno vale  $A_s \cdot f_{yd}$

Como el triángulo ABB' es rectángulo isósceles  $AB=z$  y como los estribos están igualmente espaciados resulta

$$n = \frac{z}{s}$$

Usualmente se admite  $z = 0,9 \cdot d$  por lo tanto

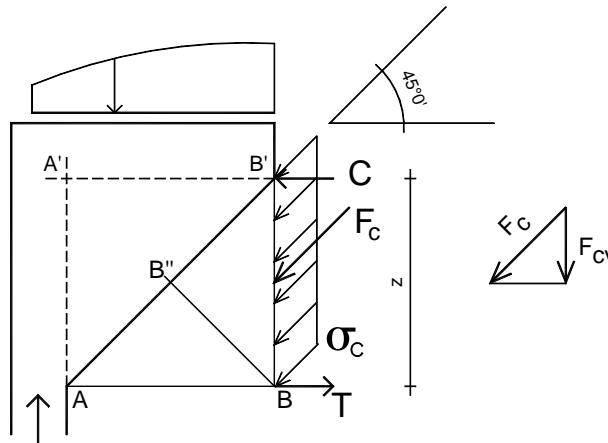
$$V = \frac{0,9 \cdot d}{s} A_s \cdot f_{yd}$$

Expresión que relaciona al esfuerzo cortante con el área del estribo  $A_s$ .

**Verificación del hormigón.**

Para verificar el trabajo del hormigón se debe determinar la tensión a la que está sometido el material y compararla con la tensión de dimensionado.

La necesidad de determinar el esfuerzo sobre la barra más comprimida lleva a seccionar el reticulado con un plano vertical para que corte a dicha barra y no a los estribos.



Se toma nuevamente el trozo a la izquierda del plano de corte.

Las fuerzas externas que actúan sobre él son la reacción del apoyo y las cargas entre A' y B', su resultante es el cortante de valor V en B'.

Estas fuerzas externas se equilibran con la compresión C en el cordón superior, la tracción T en el inferior y la resultante de la tensión de compresión actuando sobre las bielas de hormigón  $F_C$ .

En el equilibrio vertical intervienen el cortante V y la componente vertical de la fuerza inclinada,  $F_C$ , que actúa sobre el hormigón.

La fuerza  $F_C$  vale el producto de la tensión  $\sigma_C$  por el área de hormigón medida normal a la dirección de la tensión.

$$F_C = \sigma_C \cdot b \cdot BB''$$

$$F_{CV} = \frac{\sigma_C \cdot b \cdot BB''}{\sqrt{2}}$$

$$BB'' = \frac{z}{\sqrt{2}}$$

$$F_{CV} = \frac{\sigma_C \cdot b \cdot z}{2} = V$$

Tomando  $0,6 \cdot f_{cd}$  como valor límite para la tensión del hormigón y  $z = 0,9 \cdot d$ :

$$F_{CV} = \frac{0,6 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot 0,9 \cdot d}{2} = V$$

Finalmente se obtiene:

$$V = 0,27 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d$$

Expresión que relaciona el valor del cortante con las dimensiones de la sección de hormigón, en el límite de su capacidad, de acuerdo a las condiciones de seguridad establecidas para el material.

## CAPITULO VII

### CRITERIO DE DIMENSIONADO

Obtenidas las expresiones que relacionan el valor del cortante con las armaduras y con la sección de hormigón se verá como se integran estas deducciones en un criterio para dimensionar.

Este criterio reflejando lo anteriormente visto se compone de dos líneas fundamentales.

#### 1.- El cortante no debe de producir la rotura del hormigón por compresión.

Esta condición impone, aplicando las condiciones de seguridad que se aplican a las obras de hormigón armado:

$$V_d = \gamma_f \cdot V$$

$$V \leq 0,27 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d$$

#### 2.- Se deben disponer armaduras para resistir las tracciones.

En este punto se debe hacer la siguiente consideración:

Se comprueba experimentalmente que la capacidad resistente de una viga frente a las tracciones por cortante es mayor que la que surge de la expresión que liga al cortante con las armaduras.

Esto se explica debido a la existencia de la zona de la sección comprimida por el flector, cuya presencia no ha jugado ningún papel en el modelo del reticulado y por el hecho de que las fisuras no son estrictamente planas sino que sus bordes son irregulares y se produce fricción entre ellos, fricción que traba entre sí a los bloques comprimidos.

Esta contribución de resistencia a la tracción, extra al modelo de la celosía, se le adjudica al hormigón.

Se ha establecido una expresión aproximada de su valor, no deducible algebraicamente:

$$f_{cv} \cdot b \cdot d$$

habiéndose definido para ello una tensión virtual de resistencia del hormigón a las tracciones por cortante  $f_{cv}$  cuyo valor es

$$f_{cv} = 0,5 \sqrt{f_{cd}}$$

Surge entonces una fórmula aditiva que, en las condiciones conocidas de seguridad, expresa la real resistencia de la viga a las tracciones producidas por el cortante, como suma de la contribución del hormigón más la contribución de la armadura.

$V_d$  = contribución del hormigón + contribución de la armadura

$$V_d = V_c + V_s$$

$$V_c = f_{cv} \cdot b \cdot d$$

$$V_s = \frac{0,9 \cdot d}{s} A_s \cdot f_{yd}$$

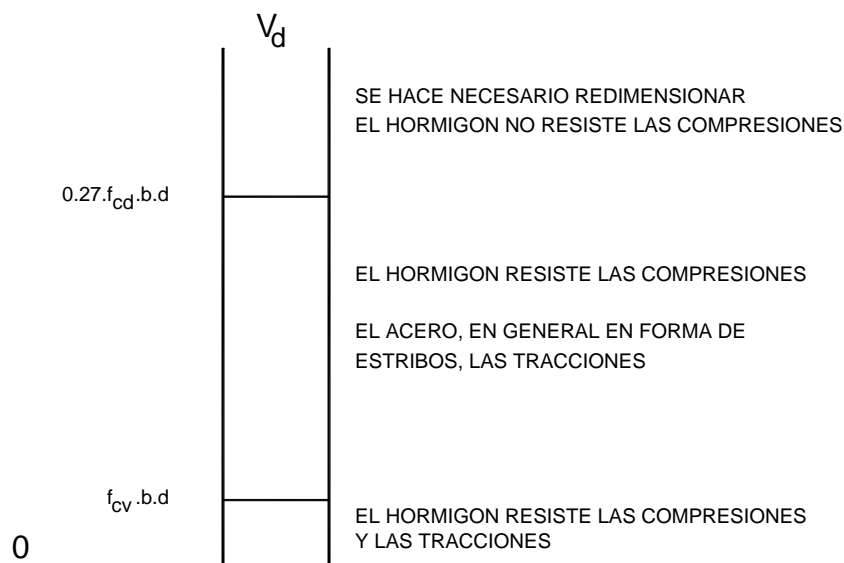
siempre en la hipótesis de organizar las armaduras en forma de estribos iguales e igualmente espaciados de área  $A_s$  cada uno.

Se observa que, de acuerdo al modelo del reticulado, la primer barra traccionada aparece a una distancia "d" (altura útil de la viga) medida desde el apoyo. En base a esto la Norma (instrucción) Española de Hormigón Armado dice que, para determinar las armaduras, se debe tomar el valor del cortante a una distancia "d" del borde del apoyo.

### Mecánica de la verificación.

Al proceder a la verificación de una viga se plantearán tres posibles situaciones:

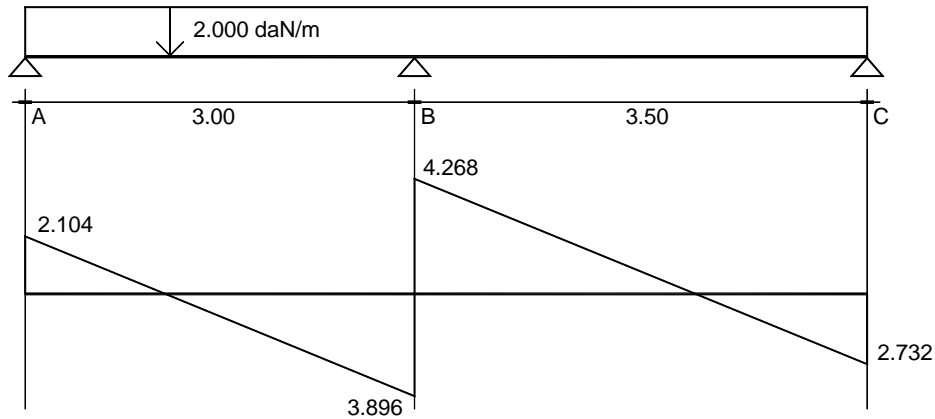
- cuando el cortante mayorado resulte menor que el valor  $V_c$  no será necesaria armadura.
- cuando el cortante mayorado resulte comprendido entre  $V_c$  y  $0,27 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d$  se deberán colocar armaduras que se complementan con el hormigón en la resistencia de las tracciones, de acuerdo a la fórmula aditiva antes expresada.
- cuando el cortante mayorado es mayor que  $0,27 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d$  se hace necesario redimensionar, para que no se produzca la rotura del hormigón por compresión.





**Ejemplo de verificación.**

Sea una viga de dos tramos cuyo esquema y diagrama de cortantes se expresan en el dibujo.



La sección de la viga, rectangular  $b \times h$ , es de 12x45 cm ( $d=42$ cm) apoyada en pilares de 12x20 cm.

Las calidades de los materiales intervinientes son:

Hormigón	$f_{ck} = 150 \text{ daN/cm}^2$	o sea	$f_{cd} = 100 \text{ daN/cm}^2$
Acero tratado	$f_{yk} = 4.200 \text{ daN/cm}^2$	o sea	$f_{yd} = 3.650 \text{ daN/cm}^2$
Acero común	$f_{yk} = 2.200 \text{ daN/cm}^2$	o sea	$f_{yd} = 1.915 \text{ daN/cm}^2$

1.- El cortante no debe producir la rotura del hormigón por compresión.

$$V_{d1} \leq 0,27 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d$$

Esta verificación se realiza para el mayor de los cortantes en juego,  $V_{d1}$ , ya que será el decisivo para decidir la viabilidad de la sección de hormigón. Si verifica para él verificará para el resto.

El mayor de los cortantes se produce en el apoyo B por la derecha y vale 4.268 daN.

$$V_{d1} = 1,6 \cdot 4.268 = 6.828 \text{ daN}$$

$$0,27 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d = 0,27 \cdot 100 \cdot 12 \cdot 42 = 13.608 \text{ daN}$$

$$V_{d1} < 13.608 \text{ daN}$$

La primera verificación por lo tanto se cumple, el hormigón es capaz de resistir las compresiones producidas por el cortante. La sección es entonces viable.

2.- Se deben disponer armaduras que complementen la contribución del hormigón en la resistencia a las tracciones.

$$V_{d2} = V_c + V_s$$

$$V_s = V_{d2} - V_c$$

$$V_c = \text{contribución del hormigón} = f_{cv} \cdot b \cdot d = 0,5 \cdot \sqrt{f_{cd}} \cdot b \cdot d$$

$$V_c = 0,5 \cdot \sqrt{100} \cdot 12 \cdot 42 = 2.520 \text{ daN}$$



Como paso previo a la determinación de armaduras se halla la capacidad de la armadura transversal de montaje. Está formada por estribos de dos ramas de hierro común de 6 mm. espaciados 25 cm ( $V_{sF6c/25}$ ).

$$V_{sF6c/25} = \frac{0,9 \cdot d}{25} 2 \cdot 0,283 \cdot 1915 =$$

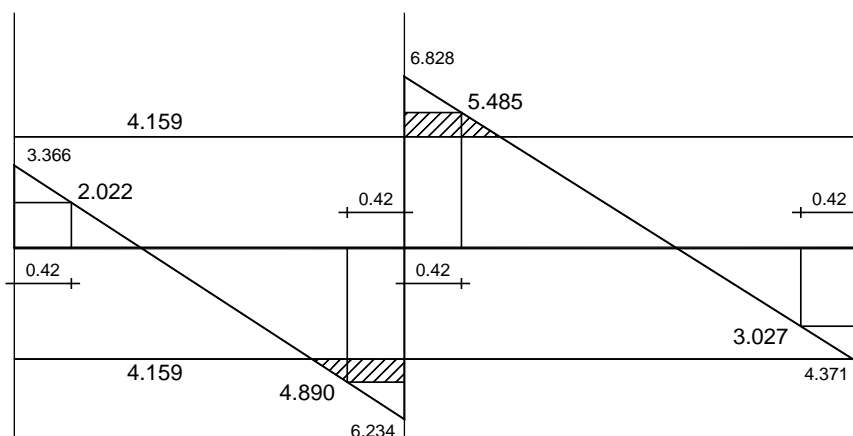
$$\frac{0,9 \cdot 42}{25} 2 \cdot 0,283 \cdot 1915 = 1639 \text{ daN}$$

El producto 2.0,283 es el área de acero  $A_s$  que corresponde a un estribo de dos ramas de hierro de 6 mm. La varilla de 6 mm de diámetro tiene un área de  $0,283 \text{ cm}^2$  y es cortada dos veces, una vez cada rama vertical, por la fisura que cose.

Sumando esta capacidad con la contribución del hormigón, tendremos que las zonas en las cuales el cortante mayorado supere esta suma serán las que requieran estribado especial.

$$V_c + V_{sF6c/25} = 2520 + 1639 = 4159 \text{ daN}$$

Resulta conveniente trabajar sobre el diagrama de cortantes mayorado, basta para ello multiplicar los valores extremos por 1,6.



Se han representado sobre el diagrama los valores del cortante a una distancia "d" del apoyo, que en adelante se designará como  $V_{d2}$ . De acuerdo a lo expresado al principio del capítulo es el valor que debe intervenir en la determinación de las armaduras.

En el apoyo A  $V_{d2A} = 1,6 \cdot (2104 - 2000 \cdot 0,42) = 2022 \text{ daN}$

En el apoyo B  $V_{d2Bi} = 1,6 \cdot (3896 - 2000 \cdot 0,42) = 4890 \text{ daN}$

$$V_{d2Bd} = 1,6 \cdot (4268 - 2000 \cdot 0,42) = 5485 \text{ daN}$$

En el apoyo C  $V_{d2C} = 1,6 \cdot (2732 - 2000 \cdot 0,42) = 3027 \text{ daN}$

Representando también sobre el diagrama la suma  $V_c + V_{sF6c/25}$  se aprecian las situaciones en los distintos apoyos

En el **apoyo A**:

$$V_{d2A} < V_c + V_{sF6c/25}$$

$$2022 \text{ daN} < 4159 \text{ daN}$$

No es necesario disponer estribado especial.

En el **apoyo B por la izquierda**:

$$V_{d2Bi} > V_c + V_{sF6c/25}$$

$$4890 \text{ daN} > 4159 \text{ daN}$$

Es necesario disponer estribado especial. Se suspende el estribado mínimo y se lo sustituye por otro que responda a las necesidades de resistencia.

Este estribado especial puede ser de acero común de 6 mm o de acero tratado en diámetros de 6, 8, ó 10 mm. Las separaciones serán no menores de 5 cm y no mayores de  $0,85 \cdot d$  no superando los 25 cm. Excepcionalmente podrán usarse diámetros mayores.

Se prefieren diámetros finos y separaciones medias.

Pueden ser estribos de dos, cuatro o seis ramas según las necesidades de resistencia y las posibilidades de ancho de la sección.



La capacidad que debe aportar la armadura será

$$V_s = V_{d2} - V_c$$

$$V_s = 4890 - 2520 = 2370 \text{ daN}$$

$$V_s = \frac{0,9 \cdot d}{s} A_s \cdot f_{yd} = 2370 \text{ daN}$$

La elección de la calidad de acero, diámetro, separación y cantidad de ramas se produce por tanteo. En general se fijan el diámetro, la calidad de acero y la cantidad de ramas dejándose como incógnita a la separación.

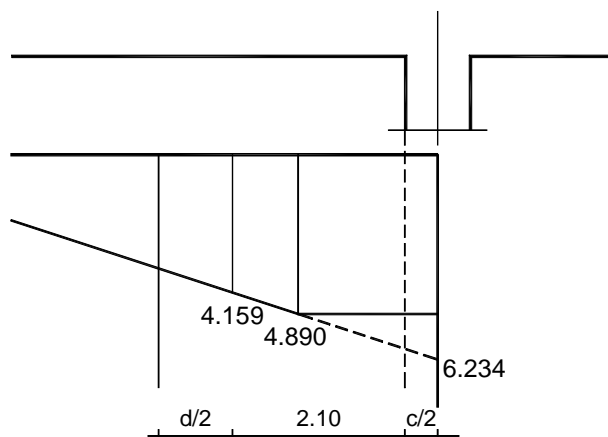
$$s = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{V_s}$$

Probando con estribos de acero común de 6 mm. de dos ramas

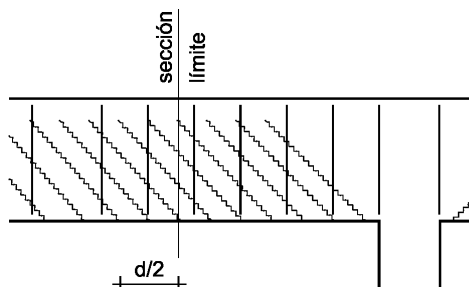
$$s = \frac{0,9 \cdot 42 \cdot 2 \cdot 0,283 \cdot 1915}{2370} = 17 \text{ cm}$$

Al ser una separación aceptable no se continúa tanteando y se pasa a definir la longitud, medida desde el borde del apoyo, en la cual debe disponerse este estribado.

Esta longitud "x", tal como se expresa en el dibujo, es el resultado de: la abscisa del punto donde se produce el cortante igual a la suma  $V_c + V_{sF6c/25}$ , menos la mitad del ancho del apoyo y más la mitad de "d".



La prolongación de la zona de estribado especial se debe a que las fisuras provocadas por las tensiones en la sección límite se extienden hacia la zona de menores cortantes y se considera conveniente que todas se cosan por más de un estribo. Por lo tanto se debe prolongar la colocación de estribos, más allá de la sección en la que teóricamente dejan de ser necesarios, una distancia igual a la mitad de la altura.



$$x = \frac{V_{d1} - (V_c + V_{sF6c/25})}{1,6 \cdot p} - \frac{c}{2} + \frac{d}{2}$$

$$x = \frac{6234 - 4159}{1,6 \cdot 2000} - 0,10 + 0,21 = 0,76 \text{ m}$$

Esta longitud no resulta en general un múltiplo de la separación entre estribos. Sin embargo a los efectos de su planillado, y posterior ejecución, expresaremos esta distancia como un múltiplo de la separación de los estribos, en el ejemplo pasaría a ser 85 cm.

Se expresará entonces que en una distancia de 85 cm a partir del borde del apoyo se dispondrán estribos de hierro de 6 separados 17 cm o, lo que es lo mismo, que se dispondrán 6 estribos de hierro de 6 separados 17 cm. El primer estribo se ubica en el borde del apoyo.

En el **apoyo B por la derecha:**

$$V_{d2Bd} > V_c + V_{sF6c/25}$$

$$5.485 > 4.159$$

Es necesario disponer estribado especial.

Se sigue el mismo procedimiento empleado en la resolución del apoyo B por la izquierda.

$$V_s = 5.485 - 2.520 = 2.865$$

Probando con estribos de acero común de 6 mm. de dos ramas:

$$s = \frac{0,9 \cdot 42 \cdot 2 \cdot 0,283 \cdot 1915}{2865} = 14 \text{ cm}$$

se toma como válida la solución.

Se determina x:

$$x = \frac{6828 - 4159}{1,6 \cdot 2000} - 0,10 + 0,21 = 0,95 \text{ m}$$

El primer múltiplo de 14 cm mayor que 95 cm es 98 cm por lo tanto habrá que colocar 8 estribos de 6 mm espaciados 14 cm:

estribos  $\phi 6$  c/14 en 98cm

u

8 estribos  $\phi 6$  c/14

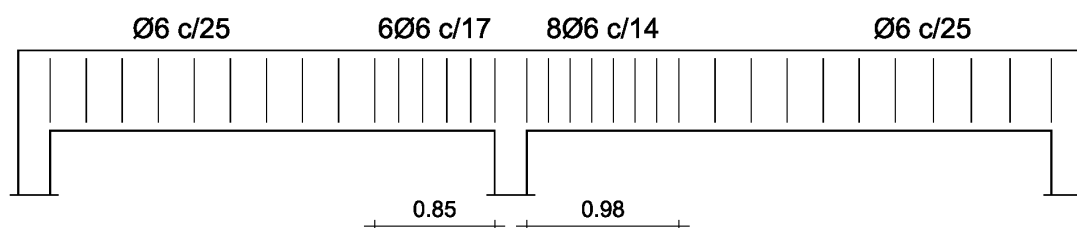
En el **apoyo C:**

$$V_{d2C} < V_c + V_{sF6c/25}$$

$$2.732 < 4.159$$

No es necesario disponer estribado especial.

**En resumen** la solución para los dos tramos en conjunto es la que expresa el dibujo:



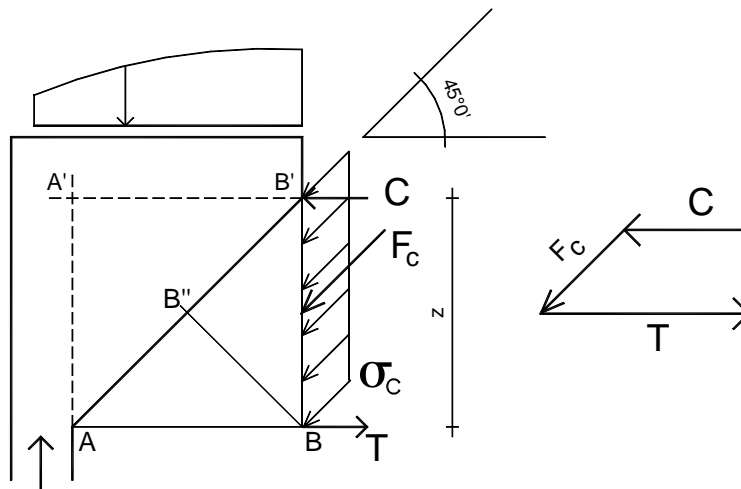
## CAPITULO VIII

## DECALAJE DEL DIAGRAMA DE MOMENTOS

Como consecuencia de la fisuración provocada por el cortante, la fuerza de tracción que actúa sobre las armaduras no es la que se deduce solamente de la descomposición del momento flector en un par de fuerzas.

En una determinada sección de momento  $M$ , la fuerza de tracción  $T$  no valdrá  $M/z$  sino que será mayor.

Si se corta una viga de hormigón armado por un plano vertical, tal como se ha hecho en la página 28, se observa que la fuerza de tracción  $T$  no constituye un par con la fuerza  $C$ .



En efecto al plantearse por razones de equilibrio que la suma de las fuerzas horizontales debe ser 0 se obtiene:

$$T - C - F_{CH} = 0$$

$$T = C + F_{CH}$$

como

$$F_{CH} = V$$

Resulta

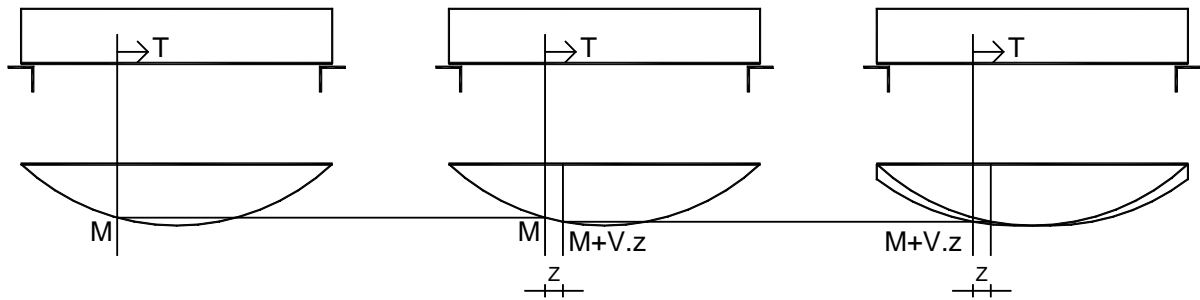
$$T = C + V$$

multiplicando y dividiendo el segundo miembro de la igualdad por  $z$  resulta

$$T = \frac{(C + V).z}{z} = \frac{C.z + V.z}{z} = \frac{M + V.z}{z}$$

El valor de  $T$  es el que corresponde al momento  $M$  aumentado en  $V.z$ . Esa suma es aproximadamente el valor del momento que se produce, no en la sección en estudio, sino, en la sección distante  $z$ , hacia donde crecen los momentos.

Si es una viga simplemente apoyada la situación es la que muestra el dibujo.



La imagen de la variación de la fuerza  $T$  no se tiene sobre el diagrama de momentos original sino que, para obtenerla, se debe corregir el diagrama de momentos corriéndolo, decalándolo, tal como en el dibujo.

El trazado de armaduras longitudinales, que es función de  $T$ , debe considerar esta situación y realizarse sobre un diagrama de momentos corrido, decalado, una distancia " $d$ " hacia la zona de momentos menores. Es el llamado decalaje o corrimiento del diagrama de momentos.

**BIBLIOGRAFIA**

- HORMIGON ARMADO** Jimenez Montoya, García Meseguer, Morán Cabré.  
12ª Edición  
Editorial Gustavo Gili. Barcelona
- HORMIGON ARMADO** Rodriguez Martín.  
Colegio de Arquitectos. Madrid.
- PROYECTO Y CALCULO  
DE ESTRUCTURAS DE HORMIGON** José Calavera  
INTEMAC
- INSTRUCCIÓN DE HORMIGON  
ESTRUCTURAL EHE** Ministerio de Fomento - España
- PROYECTO Y EJECUCION DE  
ESTRUCTURAS DE HORMIGON EN  
MASA O ARMADO** Instituto Uruguayo de Normas Técnicas  
UNIT

## INDICE

	<b>pág.</b>
Prólogo	3
Introducción	5
<b>SECCION I</b>	
Verificación al cortante - Material homogéneo	7
Capítulo I	
Tensiones rasantes	9
Capítulo II	
Relación entre $\tau$ y $V$	11
Capítulo III	
Análisis tensional	17
<b>SECCION II</b>	
Verificación al cortante - Hormigón armado	19
Capítulo IV	
Tensiones rasantes	21
Capítulo V	
Modelo del reticulado	25
Capítulo VI	
Resolución del reticulado	27
Capítulo VII	
Criterio de dimensionado	31
Capítulo VIII	
Decalaje del diagrama de momentos	39
Bibliografía	41