

FICHA 1 |

INTRODUCCIÓN AL CURSO
ANÁLISIS ESTRUCTURAL
INTRODUCCIÓN A LOS MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE ESTRUCTURAS HIPERESTÁTICAS
SOLICITACIONES

Este material está basado en las clases expositivas del curso dictado por el Arq. Juan V. Sarachu, en el que se incluyen algunos pasajes de la publicación "Algunas Definiciones / Solicitaciones en Estructuras Isostáticas" del Arq. Haroutun Chamlian.

Marzo de 2006

1. INTRODUCCIÓN AL CURSO DE ESTABILIDAD DE LAS CONSTRUCCIONES II

El plan de estudios de nuestra facultad establece que el objetivo de la asignatura Estabilidad de las Construcciones, perteneciente al área tecnológica, es “formar en el conocimiento técnico necesario para el diseño estructural como parte integral de la obra arquitectónica, en todo su proceso, desde el anteproyecto a la ejecución”. Los conocimientos que se adquieren en los cursos de Estabilidad no son para calcular estructuras sino para formar criterios sólidos que permitan adoptar decisiones formales válidas que se desarrollarán en los talleres de Anteproyecto; es en ese ámbito donde se va a dar la integración de todas las materias tecnológicas que forman parte e inciden en el proyecto arquitectónico.

En este marco, al curso de Estabilidad de las Construcciones II, ubicado dentro del primer ciclo del plan de estudios y siendo el segundo de tres cursos que componen la asignatura, le corresponde, frente al planteo de un anteproyecto de estructura resistente *dar criterios para la toma de decisiones en cuanto a la viabilidad de las formas proyectadas*. Para ello se deberá profundizar en el conocimiento de los diferentes tipos estructurales, se deberán establecer los criterios para la identificación de las partes críticas o más comprometidas y para decidir sobre las posibilidades de concreción de las formas estimadas. El curso de Estabilidad de las Construcciones II no pretende preparar para el dimensionado de estructuras. El cálculo no es más que la cuantificación del problema que nos ocupa, y aparece en muchas disciplinas de las denominadas científicas.

Transcribimos a continuación algunas citas de autores que ilustran lo expresado anteriormente,

Rosenthal: “El arquitecto debe estar en condiciones de tomar decisiones estructurales fundadas en un completo conocimiento del comportamiento de las estructuras, en una verdadera conciencia de las tensiones”.

Nervi: “los arquitectos, aún cuando puedan confiar los cálculos últimos de sus estructuras a un especialista, ellos mismos deben ser antes capaces de idearlas y darles correctas proporciones. Solo entonces una estructura habrá de nacer saludable, vital, y en lo posible, hermosa”.

Torroja: “el cálculo no es más que una herramienta para prever si la forma y dimensiones de una construcción, simplemente imaginada o ya realizada, son aptas para soportar las cargas a las que va a estar sometida. No es más que la técnica operatoria que permite el paso de unas concepciones abstractas de los fenómenos resistentes a los resultados numéricos y concretos de cada caso o grupo especial de ellos”. “La obra no nace nunca del cálculo, es el cálculo el que resulta de la traza de la estructura”.

No se utiliza el cálculo para proyectar una estructura. La estructura es previamente diseñada y luego se utiliza el cálculo para verificar su viabilidad y realizar los ajustes necesarios, porque las formas y dimensiones de sus componentes son elementos determinantes de las solicitaciones a que ha de estar sometida.

En la concepción de un diseño hace falta, entonces, contar con un conocimiento intuitivo del comportamiento de una determinada forma, de las posibilidades de un material para construirla y para mantenerla en el tiempo y de las dimensiones que cada material requiere para un adecuado desempeño.

Ante la pregunta de cómo se concibe una idea nueva Albert Einstein respondió:

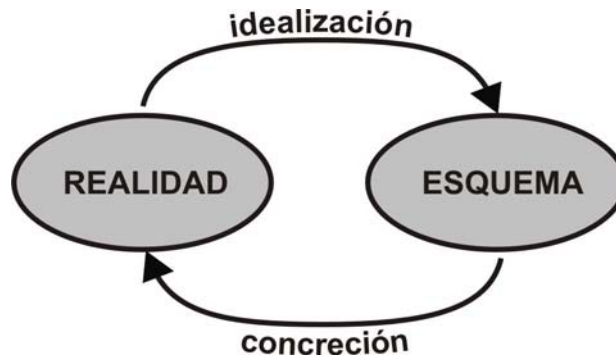
“Una nueva idea llega de repente y de forma intuitiva. No se llega a ella a través de conclusiones lógicas conscientes. Pero, pensando en ella después, siempre puedes descubrir las razones que te han conducido inconscientemente a tu intuición, y encontrarás

una manera lógica de justificarla. La intuición no es más que el resultado de la experiencia intelectual previa”.

El Curso de Estabilidad de las Construcciones II pretende detenerse en el análisis de algunas estructuras, profundizando en su comportamiento y respuesta ante las acciones, determinando la viabilidad de las formas proyectadas, para generar esa “experiencia intelectual previa”, que alimente la intuición que el arquitecto deberá aplicar en su tarea de idear, concebir, proyectar y construir una obra.

2. ANÁLISIS ESTRUCTURAL

La tarea del profesional intelectual consiste en partir de una realidad a la que va despojando de los elementos accesorios o accidentales hasta llegar a lo medular, esto es hacer abstracción del problema. Una vez simplificado deberá identificar o clasificar el problema dentro de los casos tipificados, estudiados, para cuantificarlo y luego volver a la realidad, es decir devolverle las características propias o particulares, en la etapa sintética, en la que se deberá verificar que se respeten las hipótesis asumidas.



En este proceso la etapa de análisis quizás sea la menos amena, pero es absolutamente necesaria para llegar a la etapa sintética y para la comprensión cabal del problema.

En nuestro curso nos ocuparemos de las estructuras resistentes, ¿Qué es una estructura?, ¿cómo la definimos?: “La estructura es una organización material destinada a mantener y definir una forma”. Es una organización, tiene por lo tanto determinada disposición, cierto orden, es una composición; es una organización material, está formada por elementos materiales, que ocupan un lugar en el espacio, que tienen peso y volumen. Pero además se construyen en un determinado momento histórico, el que nos aporta entre otras cosas, una tecnología determinada, materiales determinados y ciertos procedimientos e interpretación de los hechos físicos.

Citando a Torroja nuevamente “las obras no se construyen para que resistan, se construyen para alguna otra finalidad o función, que lleva como consecuencia esencial el que la construcción mantenga su forma y condiciones a lo largo del tiempo. Su resistencia es una condición fundamental, pero no es la finalidad última, ni siquiera la finalidad primaria”

En el avance en el análisis estructural que nos planteamos en este curso, debemos transitar por diferentes etapas que incluyen la idealización del objeto, el análisis del esquema que lo representa y la vuelta a la realidad para confrontarla con el resultado del análisis realizado

1. **Idealización del Objeto.** En esta etapa, se examina la realidad, y se destacan aquellas de sus particularidades que vienen a ser las más esenciales para el problema considerado. Como resultado de esta etapa se obtiene el esquema.
 2. **Análisis del esquema.** Con ayuda de los medios que brinda la teoría, se aclaran las leyes regulares del esquema, que responde a la realidad. Como conclusión se obtienen determinados valores.
 3. Con los resultados obtenidos de la etapa anterior se vuelve a la realidad a efectos de determinar si se cumplen con las condiciones que se imponen a la misma.
-
1. Al abordar el estudio de toda realidad, es necesario establecer en primer término lo esencial y lo que no lo es, para cada caso en particular. Es preciso proceder a una esquematización de la misma, desechando todos los factores que no pueden influir de un modo sensible sobre la esencia del fenómeno considerado.

Esta simplificación del problema es absolutamente imprescindible en todos los casos, porque un análisis que tenga en cuenta cabal todas las propiedades de la realidad, es imposible en vista de la variedad inagotable de esas.

La construcción real, desprendida de sus particularidades insustanciales, lleva el nombre de esquema.

Para una misma realidad, se pueden proponer varios esquemas, antes que nada, en acuerdo con aquel aspecto de la cuestión que más interesa al investigador en cada caso concreto.

Un esquema correcto es aquél que, al tiempo que describe el aspecto cualitativo de un fenómeno, proporciona las bases para la evaluación cuantitativa del mismo.

Fundamentalmente, la idealización se refiere a tres aspectos principales:

- a) Propiedades de los materiales
- b) Acciones
- c) Forma geométrica

- a) Propiedades de los materiales

El postulado fundamental se refiere al concepto de la continuidad: asignamos al medio físico la propiedad de colmar en forma continua y sin oquedades, todo el volumen, dentro de los límites fijados para el cuerpo considerado. La premisa de la continuidad nos permite utilizar, en lo sucesivo, los métodos de análisis infinitesimal. La aplicación del concepto de la continuidad está limitada por las dimensiones relativas de las piezas en comparación con las dimensiones características para la descripción de las particularidades estructurales.

El postulado de la continuidad está íntimamente ligado con la suposición de la homogeneidad del material. Por homogeneidad se entiende la invariabilidad de las propiedades del material en los límites del volumen considerado. Es decir, es la propiedad según la cual las características mecánicas de los materiales son constantes en todo el sólido y, por tanto, independientes de las coordenadas del punto que se considera.

En cuanto a las propiedades mecánicas de los materiales, según la dirección en que se ensayen, se distinguen en materiales isótropos y anisótropos. Isótropos son aquellos materiales en que sus características mecánicas son independientes de la dirección en que se ensayen. Anisótropos son aquellos en los cuales lo anterior no se cumple (por ejemplo, la madera).

- b) Las simplificaciones de las acciones pueden referirse a su tipificación y a su cuantificación.

Por ejemplo: acción del viento sobre construcciones (que son los obstáculos), que se simplifica, dado que el fenómeno natural es sumamente complejo (presiones, succiones, etc).

Sobrecargas de vehículos en entresijos (aquí la tipificación varía según las dimensiones de las losas: uniformemente repartida en losas relativamente grandes, y parciales por rueda en casos de losas pequeñas).

Otro caso frecuente es la carga concentrada, cuando la realidad indica que siempre una carga se aplica en una determinada área.

Las simplificaciones de la cuantificación se refieren a que se uniformizan valores de las acciones para determinadas funciones, y estos valores se indican en normas.

- c) En lo que respecta a la forma geométrica, la simplificación de la realidad, en lo que al análisis estructural se refiere, se cumple clasificándola en ciertas categorías (tramos lineales, superficiales, volumétricos, y lo que podríamos denominar tubos largos de paredes delgadas).

El esquema geométrico es sugerido naturalmente por la forma de la pieza considerada. Detrás de la clasificación y encasillamiento de una realidad, en una de esas categorías, está la aplicación de un cuerpo coherente de hipótesis, etc, al mismo.

Tramos lineales son aquellos en los cuales dos de las dimensiones de la realidad, relativamente similares entre sí, son pequeñas frente a una tercera.

Tramos superficiales son aquellos en los cuales dos dimensiones de la realidad, relativamente similares entre sí, son sensiblemente mayores frente a una tercera.

Tramos macizos son aquellos en los cuales tres dimensiones preponderantes son relativamente similares entre sí.

Tubos largos de paredes delgadas son aquellos en los cuales una dimensión es preponderante frente a una segunda, y ésta a su vez es preponderante frente a una tercera.

Clasificar equivocadamente un tramo en lo que a lo anterior se refiere, puede dar lugar a graves patologías.

2. La etapa siguiente es el análisis propiamente dicho del esquema.

Aquí entra en vigor el aparato analítico, o sea todos los recursos de la Mecánica de la Construcción, Teoría de la Elasticidad, Resistencia de Materiales, etc. Se entiende que al elegir el esquema nos orientaremos ya por las posibilidades que nos brindan las teorías existentes.

Como resultado del análisis, obtendremos en la estructura idealizada las sollicitaciones, tensiones, deformaciones, etc.

Si el esquema ha sido elegido correctamente y refleja bien el fondo del problema, el resultado del análisis puede considerarse como adecuado a las propiedades de la realidad.

Como ya se ha dicho, al elegir un esquema la estructura real es idealizada: se conserva lo esencial para el problema considerado y se desecha lo insubstancial. Pero esas simplificaciones, por lo general, no son suficientes. Al analizar el esquema elegido es necesario también aceptar algunos principios referidos, no ya a la idealización, sino a los métodos de análisis siguientes.

En Resistencia de Materiales y Teoría de la Elasticidad hay tres principios rectores:

- a) Rigidez Relativa de los Cuerpos
- b) Superposición
- c) Saint-Venant

- a) El primero de los principios mencionados está basado en que la mayoría de los casos la forma de los sólidos sometidos a las acciones exteriores, varía de un modo insubstancial. Al formar las ecuaciones de equilibrio, esto permite considerar el sólido como indeformado y dotado de las mismas dimensiones geométricas que tenía antes de la aplicación de las cargas.

- b) El Principio de Superposición indica que los efectos (sollicitaciones, tensiones, deformaciones) producidos por dos o más sistemas de fuerzas actuando conjuntamente, son iguales a la suma algebraica de los efectos que producen cada uno de esos sistemas actuando en forma independiente.

Este principio se basa en la hipótesis de una dependencia lineal entre los desplazamientos y las fuerzas para cualquier sistema de fuerzas, y además en la hipótesis de la reversibilidad de los procesos de sollicitación y descarga.

- c) El Principio de Saint-Venant indica, que si en los límites de cierta zona de un cuerpo elástico se aplica un sistema de fuerzas, a distancias substancialmente superiores a las dimensiones características de dicha zona, las tensiones y deformaciones son prácticamente iguales para todos los sistemas estáticamente equivalentes de fuerzas.

La aplicación de este principio permite ampliar sustancialmente los caracteres generales de las principales expresiones para Resistencia de Materiales, puesto que permite prescindir de la necesidad de tener en cuenta particularidades de las zonas de aplicación de las fuerzas.

3. Queda finalmente por cumplir la tercera etapa, o sea comprobar si la realidad cumple con los requisitos exigidos.

Con los resultados que se obtienen de la etapa anterior, se vuelve a la realidad, a efectos de verificar si se cumplen las condiciones impuestas a la realidad.

Toda estructura debe reunir condiciones adecuadas de seguridad, funcionalidad y durabilidad, con el objeto de que pueda rendir el servicio para el que ha sido proyectada.

Relacionado con todo lo anterior, entendemos conveniente citar al arquitecto español Félix Candela, quien en HACIA UNA NUEVA FILOSOFÍA DE LAS ESTRUCTURAS indica:

“ como dice Ortega y Gasset: por lo mismo que es imposible conocer directamente la plenitud de lo real, no tenemos más remedio que construir arbitrariamente una realidad, suponer que las cosas son de una cierta manera. Esto nos proporciona un esquema, es decir, un concepto o enrejado de conceptos. Con él, como a través de una cuadrícula, miramos luego la efectiva realidad, y entonces, sólo entonces, conseguimos una visión aproximada de ella. En esto consiste el método científico. Más aún: en esto consiste todo uso del intelecto. (Candela Sigue).....: De aquí la enorme importancia de las hipótesis, que por regla general no pasan de ser convenciones que nos sirven para fijar las ideas, y son legítimas mientras no impliquen contradicción con los resultados de las experiencias, es decir, mientras permitan explicaciones lógicas de tales resultados; pero deben sustituirse por otras más ajustadas a la realidad en cuanto se presenten incongruencias demasiado evidentes, que las convenciones en uso sean incapaces de explicar”

Rosenthal, en LA ESTRUCTURA hace referencia a lo que estamos tratando:

“Lo que interesa al arquitecto y a todo el que se halla relacionado a la edificación, no es tan solo la posibilidad de poder calcular cualquier estructura, sino el poder llegar a la comprensión global del problema estructural a través del conocimiento de cada una de sus partes.

Esta comprensión requiere una atención a las leyes de la naturaleza que afectan a las estructuras y a la respuesta de éstas.

LAS LEYES DE LA NATURALEZA NO CAMBIAN, PERO LO QUE SI ESTA EN CONSTANTE PROCESO DE CAMBIO ES NUESTRA CAPACIDAD DE INTERPRETARLAS”

“No debe pretenderse que las fórmulas sean códigos mágicos que resuelven los problemas, sino descripciones abreviadas del comportamiento de las estructuras, y nunca razonamientos puramente matemáticos”.

3. INTRODUCCIÓN A LOS MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE ESTRUCTURAS HIPERESTÁTICAS

Cuando analizamos estructuras para edificios estamos estudiando estructuras que se encuentran en equilibrio estático. Esto implica que haya equilibrio entre las acciones que se ejercen sobre ella de tal manera que no se desplace y gire.

Para una estructura esquematizable en el plano, y considerando el principio de rigidez relativa de los cuerpos ya mencionado, que implica desprestigiar las deformaciones elásticas por ser de un orden muy inferior al de las dimensiones de los tramos, verificar el equilibrio implica que las sumatorias de las proyecciones de las fuerzas a que está sometida, sobre dos ejes perpendiculares son nulas, para que no haya desplazamiento (la necesidad de los dos ejes es para poder apreciar todas las fuerzas, cualesquiera sean sus direcciones); y además, que la sumatoria de los momentos que esas acciones producen, con respecto a cualquier punto del plano, es nula, para que no haya giro.

Quedan así planteadas, para el plano, tres ecuaciones para verificar el equilibrio estático.

Si se tratara de una estructura espacial no esquematizable en el plano, se deberá trabajar con tres ejes, para verificar que no haya desplazamientos, y la toma de momentos debe hacerse en tres planos para verificar la ausencia de giros. En este caso son seis ecuaciones.

Si los vínculos de la estructura plantean igual número de incógnitas que las ecuaciones que nos brinda la estática, tenemos un sistema determinado. A este tipo de estructuras las llamamos ISOSTÁTICAS.

Si el número de incógnitas es menor que el de las ecuaciones, se trata de estructuras HIPOSTÁTICAS. Estas no tienen la posibilidad de alcanzar el equilibrio para todos los posibles estados de carga que se presenten.

Las estructuras con más vínculos que los estrictamente necesarios, es decir que poseen más incógnitas que las ecuaciones de la estática, las llamamos HIPERESTÁTICAS, es de este tipo de estructuras que nos ocuparemos en este curso.

No hay dudas de que teniendo vínculos superabundantes la estructura va a estar en equilibrio, pero se trata de cómo llegar a conocer los valores de las fuerzas y/o momentos que esos vínculos ejercen sobre ella para poder determinar las solicitaciones y así estudiar su comportamiento.

Si el número de ecuaciones es limitado y las incógnitas lo superan, el único camino que queda es buscar alguna manera de plantear otras ecuaciones que nos permitan tener un sistema determinado.

La solución a la que se recurre es a abandonar el principio de rigidez relativa de los cuerpos, considerando las deformaciones elásticas, entonces es posible plantear, en cualquier punto de una estructura, la igualdad de las deformaciones estudiadas de uno y del otro lado de la sección, lo que nos brinda una fuente ilimitada de ecuaciones.

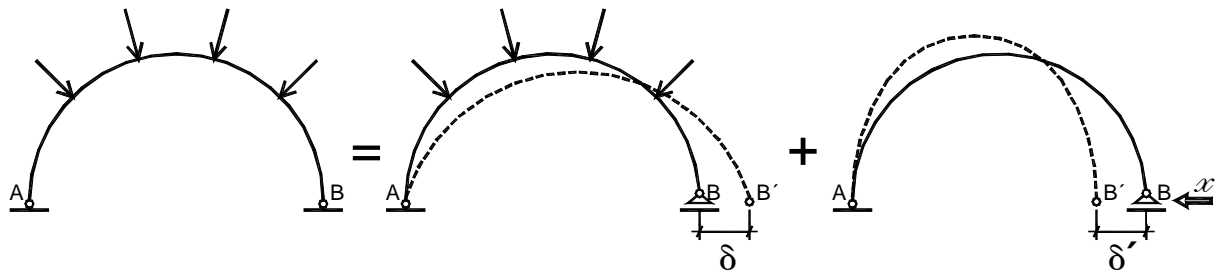
Todos los métodos conocidos de resolución de estructuras hiperestáticas recurren al planteo de ecuaciones de deformación.

Los distintos métodos han ido buscando las vías más adecuadas en función de la tecnología disponible en cada momento histórico.

En un principio, debiéndose trabajar en forma manual, era necesario recurrir a simplificaciones que facilitarían la parte operativa.

Por un lado encontramos los métodos que comienzan por liberar vínculos hasta que la estructura quede isostática, como por ejemplo el **Método de las Fuerzas**, llevándola a una situación conocida, para posteriormente colocar fuerzas en el lugar de los vínculos liberados de forma de restituir las condiciones originales.

Veamos un ejemplo:



A la estructura original, de dos articulaciones fijas le liberamos un vínculo, transformando el apoyo derecho en una articulación deslizante, con lo que se elimina la reacción horizontal en B y el apoyo puede experimentar un desplazamiento δ , que la estructura original no tenía. Para restituir las condiciones originales, tomamos la misma estructura y le aplicamos una fuerza x en el punto en que se eliminó el vínculo, que va a producir un desplazamiento en sentido contrario.

Se trata de hallar el valor de x que produzca un $\delta' = \delta$, de tal forma que superponiendo ambas situaciones nos dé la estructura original.

Este método resulta relativamente sencillo para estructuras con pocos vínculos hiperestáticos.

Cuando el grado de hiperestaticidad aumenta, la cantidad de situaciones en la superposición se hace mayor, y termina planteando un sistema de ecuaciones con un gran número de incógnitas, que vuelve a dificultar la resolución manual.

Por otro lado encontramos el **Método de Cross**, que se mueve en sentido opuesto. A la estructura hiperestática le agrega más vínculos, haciéndola más hiperestática aún, a fin de llevarla, como en el caso anterior, a una situación conocida, que ahora es la condición de giro nulo en todos los nudos de la misma. Luego se irán quitando de a poco los vínculos agregados, hasta llegar, por aproximaciones sucesivas, a la condición original de la estructura, determinándose así los momentos en los extremos de los tramos.

Este método, mediante una operativa matemática sencilla, permite resolver estructuras que presentan un gran número de incógnitas hiperestáticas, en forma manual.

Métodos computacionales. Con la aparición de las computadoras, contamos con una herramienta muy poderosa, que puede realizar la parte operativa en forma rápida y precisa. Esto cambia las condiciones del planteo: ya no es preciso introducir simplificaciones que reduzcan las operaciones, y no importan la complejidad y la cantidad de ecuaciones. Ahora se hace necesario simplificar el armado del programa, y lograr que resulte lo más versátil posible, para que se pueda aplicar a cualquier tipo de estructura.

El álgebra matricial, de escasa aplicación por las dificultades que planteaba en la operativa manual, surge ahora como una solución que posibilita simplificar y ordenar el planteo del programa.

El análisis de una estructura resulta una tarea mucho más rápida y sencilla, pero es considerablemente más abstracta, por lo que es necesario dedicar más atención a la precisión de los datos que se ingresan, pues se pierde todo contacto con el procesamiento de los mismos hasta el resultado final. Se hace imprescindible contar con mecanismos de verificación, ya que una computadora es capaz de trabajar a una gran velocidad y con gran precisión, pero no puede detectar un error en un signo o en las unidades de los datos que le fueron proporcionados.

4. TRAZADO DE DIAGRAMA DE SOLICITACIONES

Antes de comenzar a estudiar los métodos de resolución de estructuras hiperestáticas, conviene repasar el trazado de diagramas de solicitaciones, y buscar alguna forma alternativa de plantear el tramo aislado y en equilibrio, con su resultante izquierda y/o derecha, ya que en las estructuras isostáticas, al poder determinar previamente las reacciones en los apoyos, bastaba con abordar, en primer término, un tramo extremo, y luego ir recorriendo, en forma ordenada, los tramos siguientes, pero en las estructuras hiperestáticas, al no conocer de antemano las reacciones, el planteo se invierte, y debemos seguir el recorrido de las cargas, desde los tramos hacia los apoyos.

Para analizar este procedimiento, lo vamos a hacer sobre una estructura isostática sencilla, y luego podremos generalizarlo, para poderlo aplicar en casos más complejos.

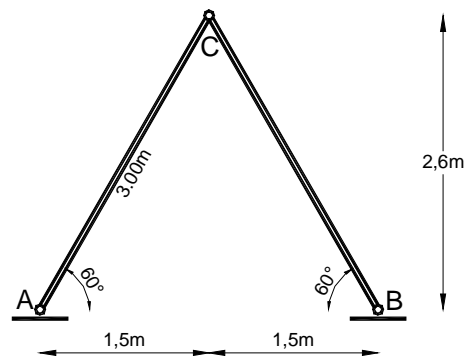
Nos planteamos una escalera de dos ramas, articuladas entre sí, como las que usan los pintores, a la que, para facilitarnos el trayecto hacia el objetivo buscado, le desplazaremos el tensor para que los tramos no se abran, que normalmente se ubica a media altura, llevándolo hacia abajo, hasta los apoyos en el suelo.

Siguiendo los pasos de todo análisis estructural, primero la estructura debe simplificarse hasta llegar a su esquema geométrico, y, en segundo término deberán esquematizarse las cargas.

El esquema es una representación gráfica de la realidad atendiendo los rasgos más característicos, según el objetivo deseado; no siempre corresponderá fielmente a la realidad.

1) Cada rama va a ser reducida a un tramo recto, y los apoyos en el piso serán articulaciones, ya que no ofrecen resistencia al giro.

Dibujamos y acotamos todas las medidas:



2) Determinamos y esquematizamos las cargas:

Los largueros son dos en cada rama, y la sección de cada uno mide $1\frac{1}{2}'' \times 3''$, o sea $3,81 \times 7,62$ cm. Su peso propio será: $0,038 \times 0,076 \times 900 \times 2 = 5,20$ daN/m

Los escalones tienen una sección de $1\frac{1}{2}'' \times 2''$, o sea $3,81 \times 5,08$ cm. Sus longitudes varían desde 1,20 m el más largo de más abajo, hasta 0,60 m el de más arriba, y están separados 0,35 m entre sí. Simplificaremos esta carga tomando el promedio de las longitudes y tipificándola como una carga uniformemente distribuida, dado que están relativamente próximos con respecto a la longitud del tramo.

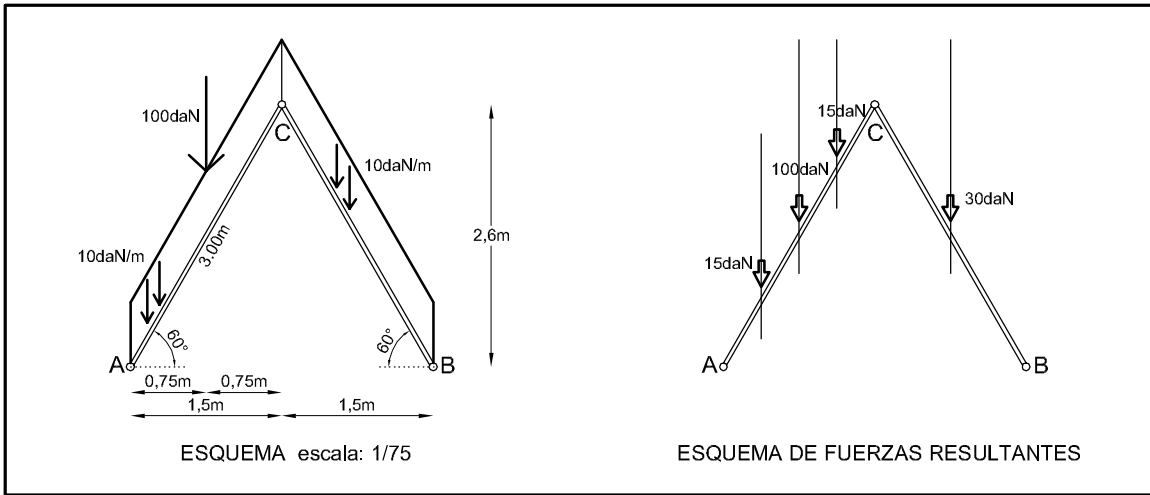
Su peso propio será entonces: $0,038 \times 0,05 \times (1,20 + 0,60) / 2 \times 900 = 1,45$ daN

Distribuyendo uniformemente esta carga que se ubica cada 35 cm tendremos:

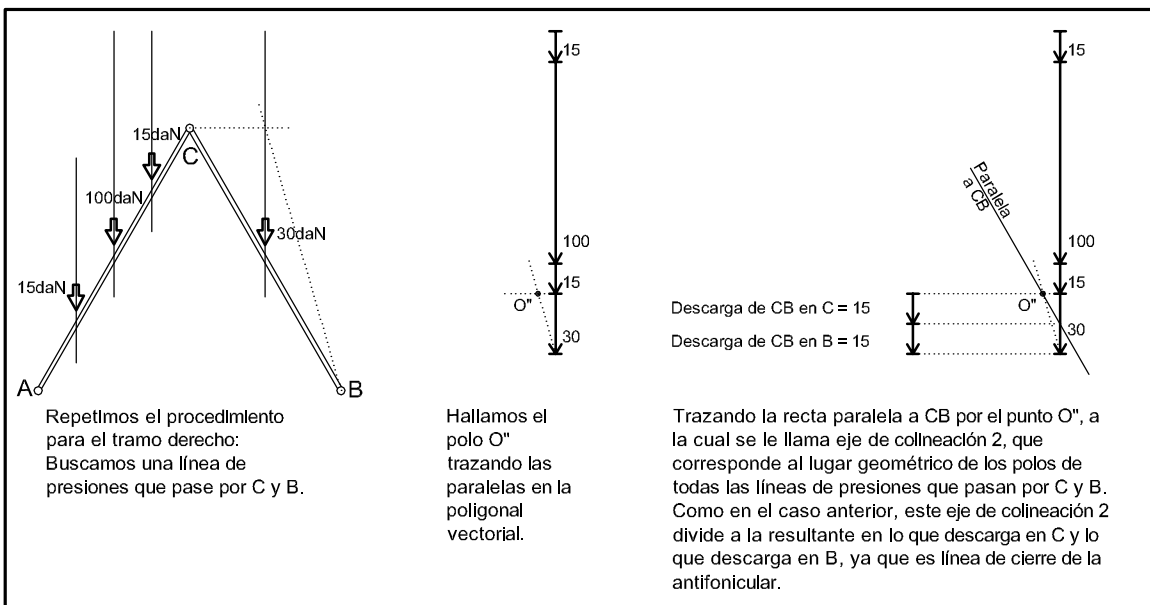
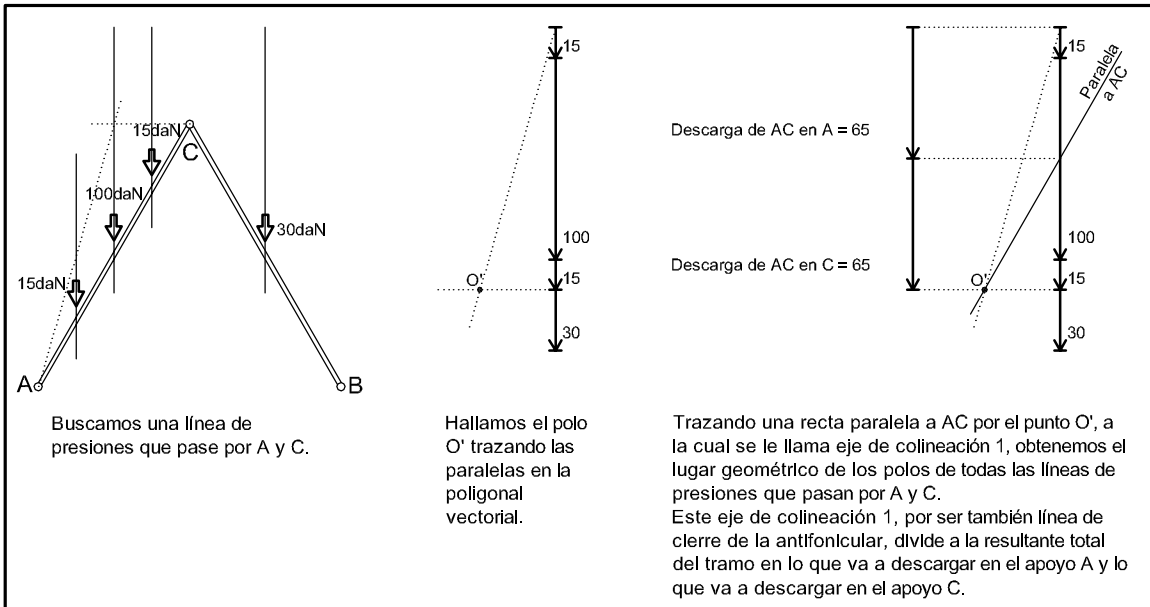
$100/35 \times 1,54 = 4,40$ daN/m

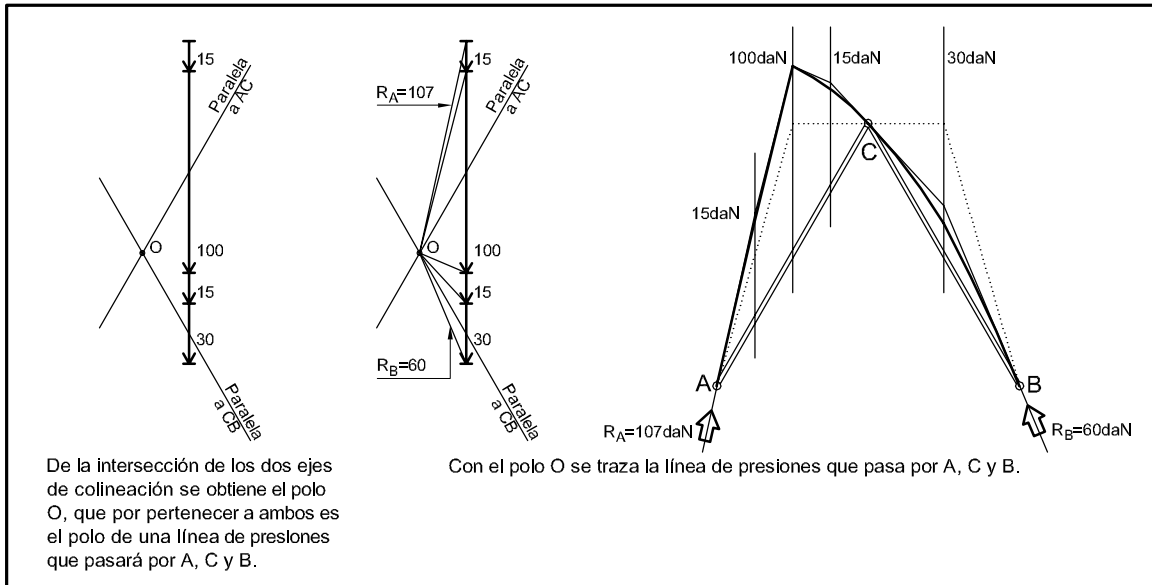
En total será: $5,20 + 4,40 = 9,60$ daN/m, que redondearemos a 10 daN/m.

Colocaremos además, como carga concentrada en el centro de una de las ramas, el peso de un operario más el material de trabajo, que redondearemos en 100 daN.

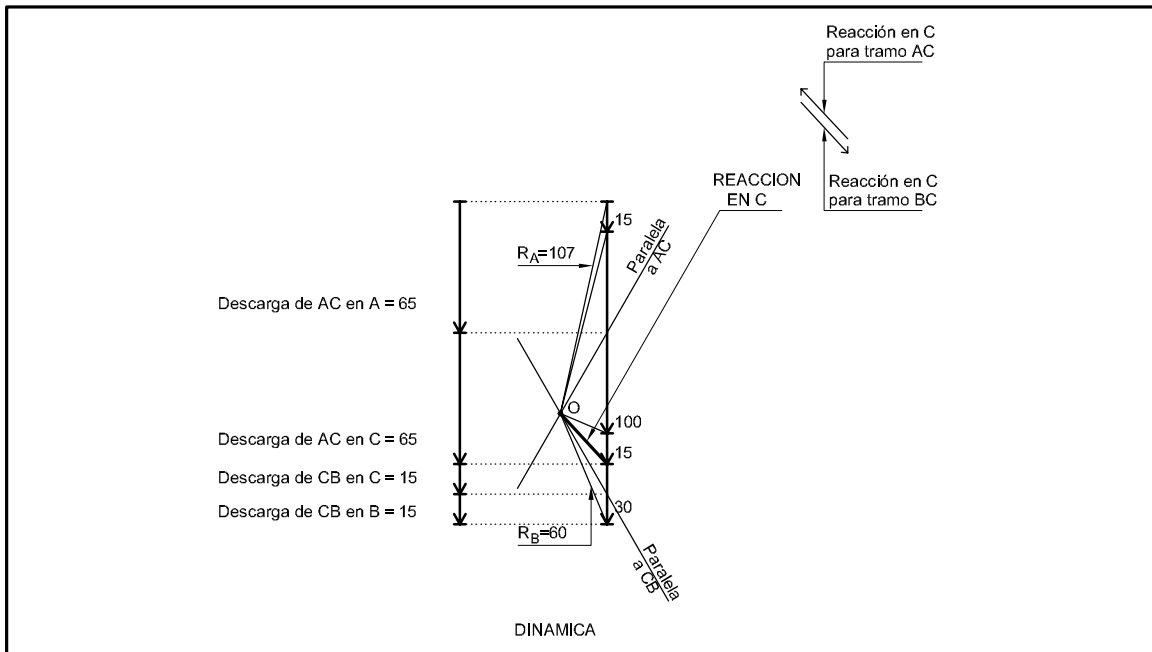


Para determinar las reacciones utilizaremos el procedimiento gráfico, trazando la línea de presiones que pase por las tres articulaciones A, B y C.





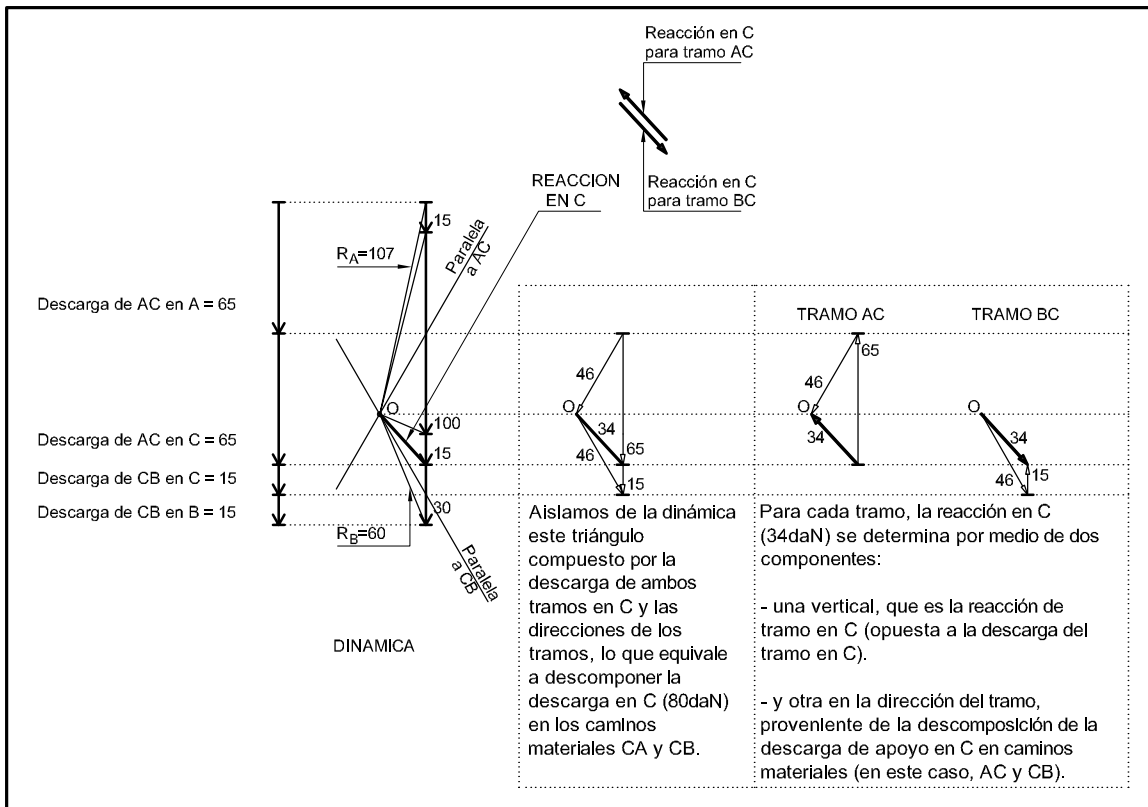
Identificamos en el trazado de las fuerzas que intervienen, la resultante izquierda en C para el tramo CB, y la resultante derecha en C para el tramo AC.



Ahora estamos en condiciones de separar cada tramo y colocarle las fuerzas que actúan en sus extremos izquierdo y derecho, para poder trazar los diagramas de solicitaciones.

Nos proponemos ahora, llegar al esquema del tramo aislado, en equilibrio, pero prescindiendo del trazado de la línea de presiones.

Buscaremos en el polígono de fuerzas direcciones, conocidas a priori, que nos permitan llegar de otra forma a la resultante en C.



DETERMINACIÓN DE REACCIONES DE LA ESTRUCTURA

Partiendo del esquema de la estructura, las reacciones se hallan, en general, a través de dos procedimientos:

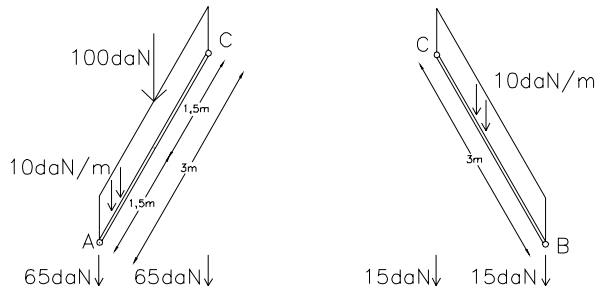
- 1) De acuerdo a los vínculos exteriores de las estructuras isostáticas, se conocen datos de las reacciones, y su determinación se hace gráficamente o analíticamente. Este procedimiento ya se aplicó en el curso de Estabilidad I.
- 2) Consiste en iniciar el estudio de tramo por tramo, determinando descargas y transmitiéndolas a los apoyos exteriores. Para ello, es necesario conocer, además, los momentos en los extremos de cada tramo.

Por supuesto, los fundamentos de ambos procedimientos son los mismos. En cada caso de estructura isostática se verá cuál es el procedimiento más adecuado. El segundo se aplica a aquellos casos en que la determinación de los momentos en los extremos de cada tramo se hace inmediatamente.

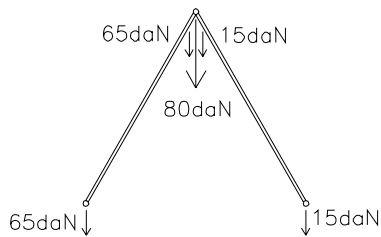
Estos dos procedimientos son válidos, también, para estructuras hiperestáticas. En particular, el segundo procedimiento lo aplicaremos en este curso, una vez determinados los momentos en los extremos de los tramos por el método de Cross.

Las etapas fundamentales del 2º procedimiento son las siguientes (se hace la aplicación para la escalera del pintor):

- 1) Aislados cada uno de los tramos, se determinan las descargas en sus extremos (descargas por concepto de cargas y momentos, si existen)



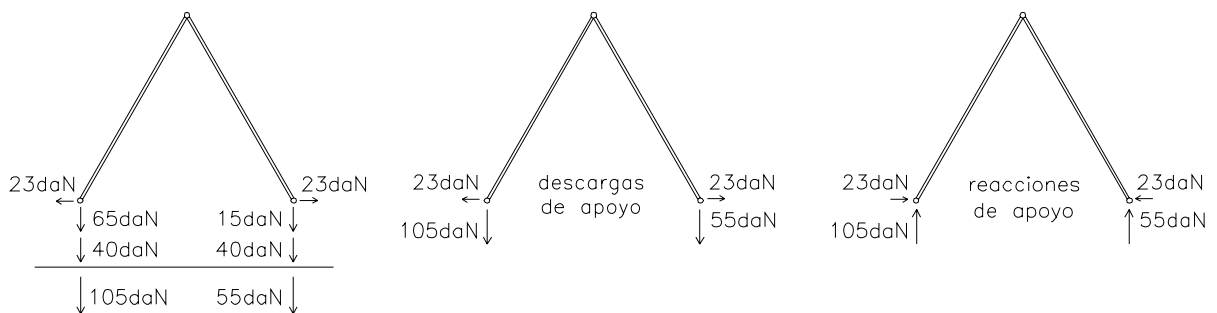
- 2) Descargas en las secciones de concurrencia de dos o más tramos



- 3) Conducción de las fuerzas, a través de los caminos materiales, hasta los apoyos exteriores



- 4) Planteo final de las descargas y reacciones de la estructura. Conviene determinar ambos a través de sus componentes horizontal y vertical



DIAGRAMAS DE SOLICITACIONES

Para iniciar la determinación de solicitaciones, debe partirse de la estructura, o de parte de ella (por ejemplo, tramos) en equilibrio. Por solicitaciones se entienden, en general, los efectos que producen las acciones sobre las secciones de los tramos de la estructura. Se concretan en diagramas, que son representaciones gráficas que cumplen determinadas convenciones, que se indican a continuación.

Como criterio general, la línea de referencia de los diagramas es un segmento paralelo al eje del tramo, y el valor de las solicitaciones se grafica, a escala, normalmente a la línea de referencia.

Para diagramas de momentos flectores, se indican los valores, respecto a la referencia, hacia el lado de las tracciones por flexión; respetando esta convención, si la carga perpendicular al tramo es repartida, la concavidad del diagrama corresponderá a aquella que es “embolsada” por el sentido de las cargas.

En los diagramas de esfuerzos cortantes, se conviene en respetar el sentido de las fuerzas izquierdas; en caso de utilizarse resultantes derechas, se cambia su sentido.

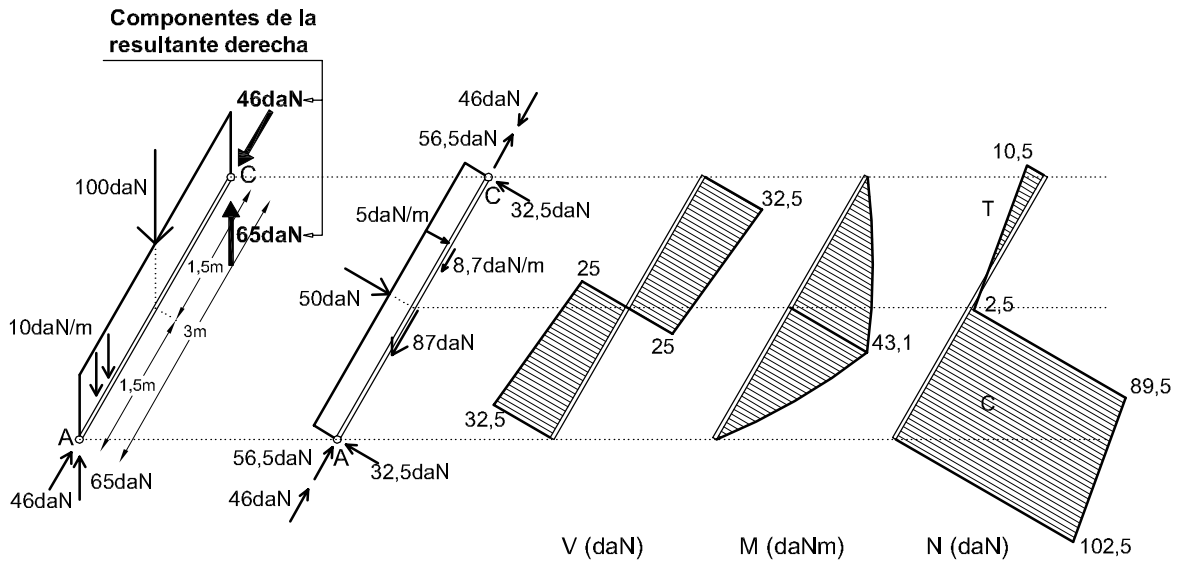
Para diagramas de esfuerzos axiales, se conviene en adoptar hacia uno u otro lado de la línea de referencia, las tracciones o compresiones, indicando T ó C respectivamente.

Se aplicará, también, al ejemplo ya visto de la escalera del pintor. Se aísla cada tramo y se coloca en situación de equilibrio (Diagrama de Cuerpo Libre). En sus extremos se colocan los momentos (si existen), con los sentidos que corresponden al efecto de las demás barras sobre el tramo.

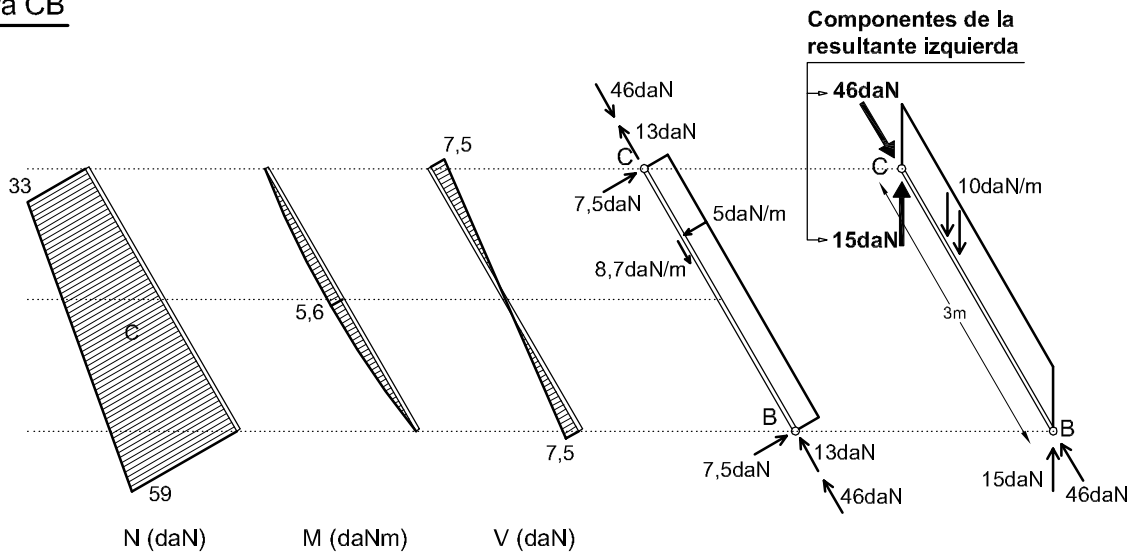
Deben colocarse, además, en los apoyos, las fuerzas equilibrantes que, de acuerdo a lo indicado antes, serán con dos componentes: una vertical (reacción del tramo) y otra en la dirección del tramo (proveniente de la transmisión de las fuerzas por caminos materiales).

Por conveniencia del trazado de los diagramas, se aconseja plantear cada fuerza con sus dos componentes: en la dirección del tramo y perpendicular a ella.

Barra AC



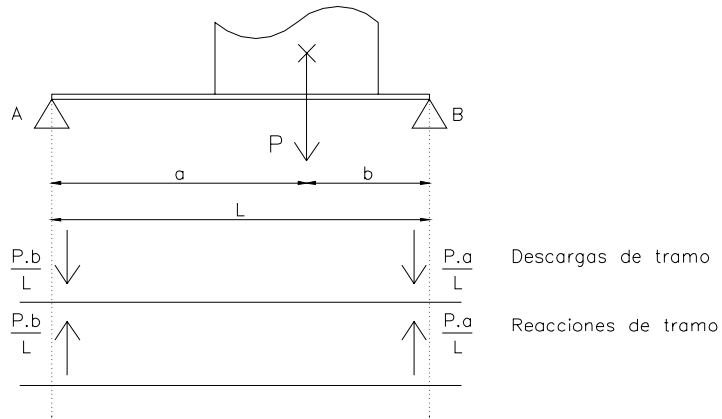
Barra CB



DETERMINACIÓN DE DESCARGAS Y REACCIONES, DE TRAMOS Y APOYOS.

A) TRAMOS DE DOS APOYOS

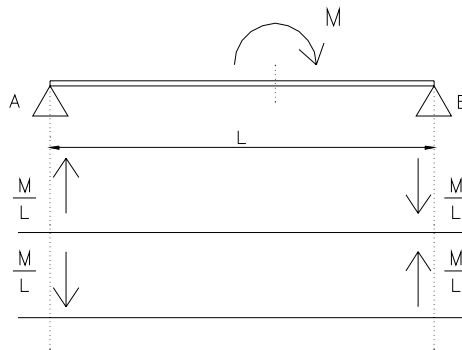
1. Carga cualquiera, perpendicular al tramo.
La determinación de reacciones se hace con toma de momentos respecto a A y B (para determinar R_B o R_A respectivamente).



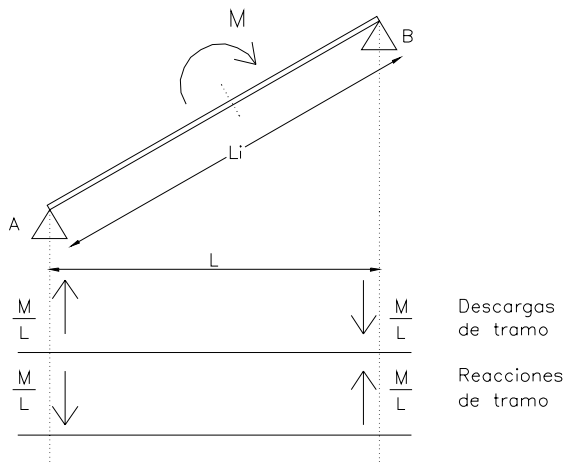
2. Momentos.
(Los sentidos de las descargas y reacciones cambian se cambia el sentido de los momentos indicados a continuación).

a) Momento en el tramo.

Tramo Horizontal:

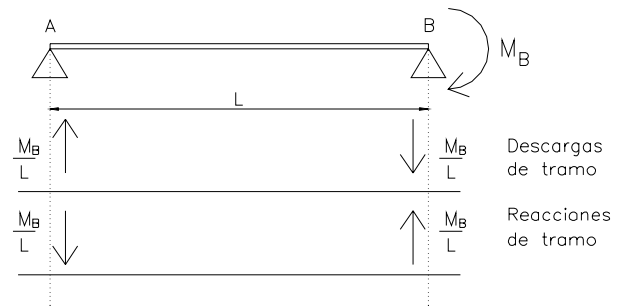
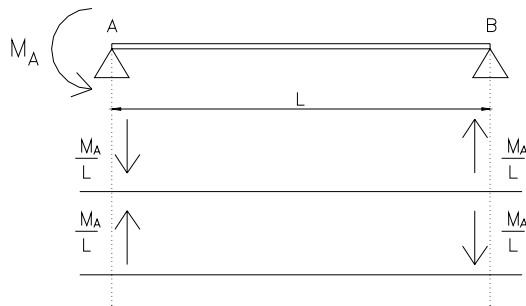


Tramo Inclinado:

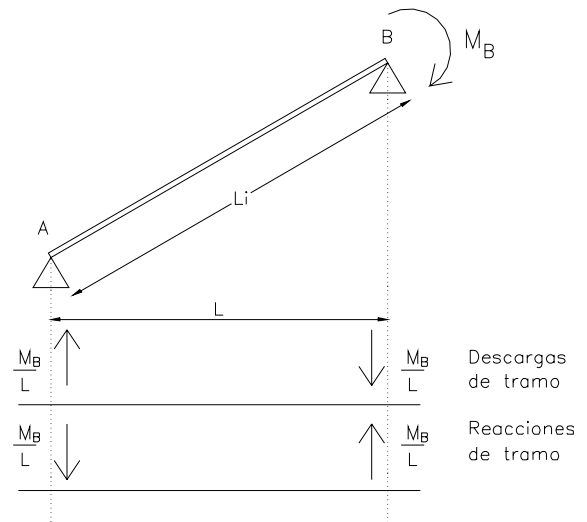
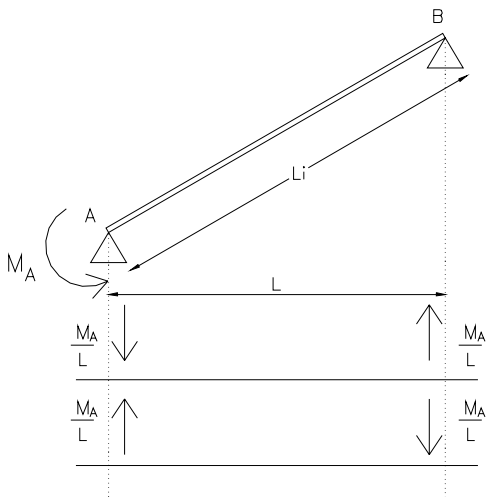


b) Momento de apoyo

Tramos Horizontales:



Tramos Inclinados:

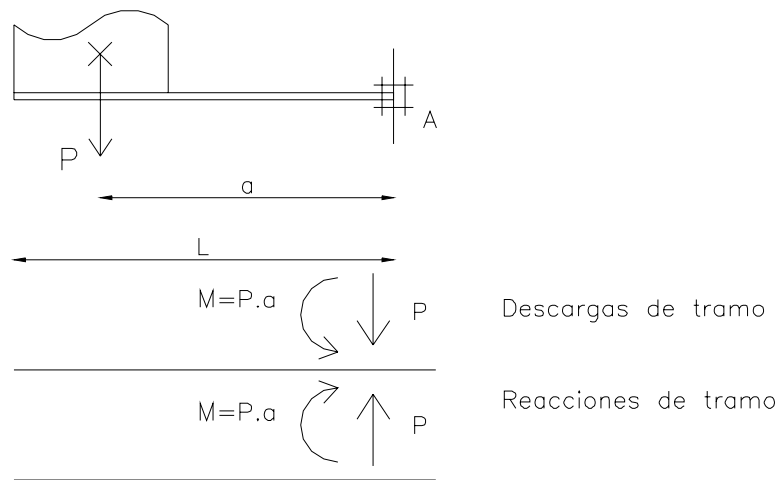


Para casos distintos a los indicados, es válida la superposición de descargas (o reacciones) en los apoyos.

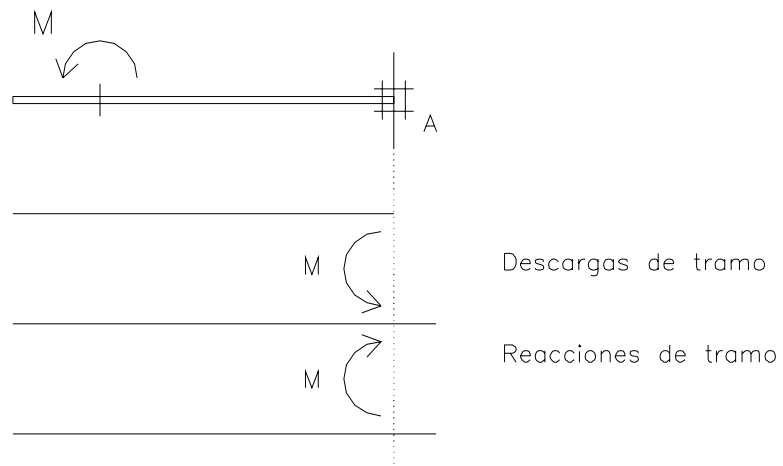
Las descargas (o reacciones) de apoyo se obtienen componiendo, en cada apoyo, las descargas (o reacciones) de todos los tramos que concurren al mismo.

B) TRAMOS CON UN SOLO APOYO

1. Carga cualquiera, perpendicular al tramo

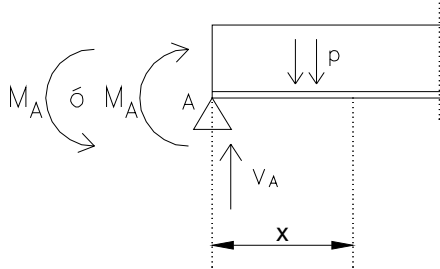


2. Momento del tramo



MOMENTOS MÁXIMOS (O MÍNIMOS) DE TRAMO, PARA CARGA UNIFORMEMENTE REPARTIDA.

Veremos un procedimiento general para la determinación de la sección de cortante nulo y, por consiguiente, de momento máximo (o mínimo) de tramo, en barras (o partes de ella) sometidas a carga uniformemente repartida.



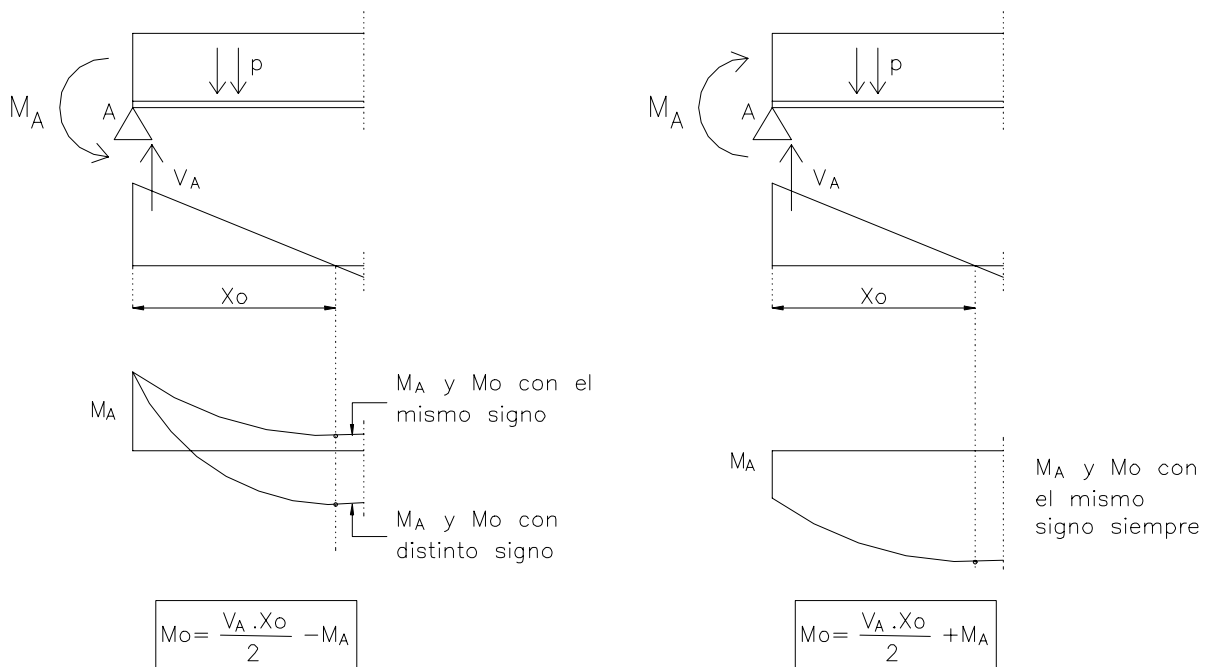
Sección de cortante nulo (deben ser de sentidos contrarios):

$$V_A - p \cdot x = 0 \Rightarrow \boxed{x_o = \frac{V_A}{p}}$$

El valor del momento correspondiente será (en esa sección la tangente al diagrama de momentos será paralela a la línea de referencia):

$$\boxed{M_o = V_A \cdot x_o - \frac{p \cdot x_o^2}{2} \pm M_A} ; \boxed{V_A = p \cdot x_o} \Rightarrow \boxed{M_o = V_A \cdot x_o - \frac{V_A \cdot x_o}{2} \pm M_A} \Rightarrow \boxed{M_o = \frac{V_A \cdot x_o}{2} \pm M_A}$$

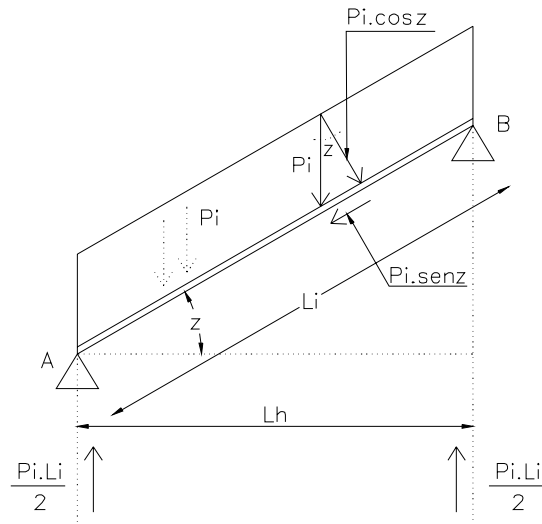
De acuerdo al sentido del momento, pueden producirse dos situaciones:



Para descargas cualesquiera: el momento flector máximo (o mínimo) de tramo se determina hallando la sección de cortante nulo (si existe) y determinando el área del diagrama de cortante a la izquierda de la sección (o a la derecha) y sumando (o restando) el momento de apoyo. Puede hallarse también con tomas de momento de cargas situadas a la izquierda o a la derecha, de la sección de cortante nulo.

TRAMOS INCLINADOS CON CARGAS VERTICALES: DETERMINACIÓN DE DESCARGAS, REACCIONES Y MOMENTOS FLECTORES

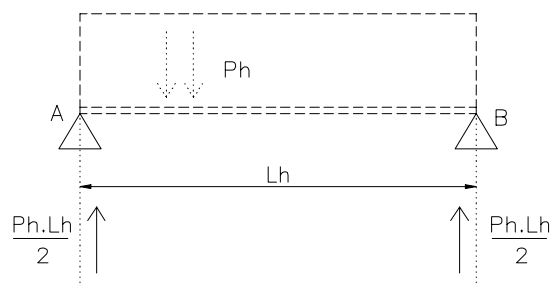
Se indican los valores de las reacciones y el valor del momento máximo de tramo.
 p_i es por metro de tramo.



$$\boxed{M_o = \frac{p_i \cdot \cos z \cdot L_i^2}{8}} \text{ o también } \boxed{M_o = \frac{p_i \cdot \cos z \cdot L_i \cdot L_h}{8}} \text{ y como } \boxed{l_h = \cos z \cdot L_i} \Rightarrow \boxed{M_o = \frac{p_i \cdot l_h \cdot L_i}{8}}$$

Para hallar los mismos valores, puede operarse con:

$$\boxed{p_h = \frac{p_i}{\cos z}} \text{ y } \boxed{l_h = L_i \cdot \cos z} \Rightarrow \boxed{M_o = \frac{p_h \cdot l_h^2}{8}}$$



Es de hacer notar que los diagramas de solicitaciones deben realizarse a partir de la situación del tramo real (inclinado), y de acuerdo a las convenciones indicadas anteriormente.

Este procedimiento es válido para tramos con momentos en sus extremos.