

FICHA 4 |

**TRAMOS LINEALES
ESTUDIO DE SECCIONES DE HORMIGÓN ARMADO**

TRAMOS DE HORMIGÓN ARMADO CON SECCIONES RECTANGULARES Y NERVADAS

NOTA A LA EDICIÓN DE 1990

Esta publicación, de carácter provisorio, se refiere al estudio de secciones rectangulares y nervadas de hormigón armado, sometidas a momento flector y esfuerzo axial (tramos cortos), y corresponde a un pasado en limpio de los apuntes de clases dictadas desde 1986; los mismos no agotan el tema, que será complementado en el mismo curso.

Se hace necesaria esta concreción para permitir y agilizar la exposición docente y acercar un material a los alumnos a los efectos de lograr una mejor asimilación del tema, dictado en clases con presencia masiva de estudiantes.

Arq. Haroutun Chamlian, 1990.

NOTA A LA EDICIÓN DE 1998

Esta es una nueva edición de los “**Apuntes sobre Secciones de Hormigón Armado**” confeccionados por el Arq. Haroutun Chamlian, cuya eficacia como instrumento para permitir y agilizar la exposición docente en grupos muy numerosos ha quedado ampliamente demostrada en estos años en que se los ha utilizado. Además constituyen una herramienta útil para los estudiantes, ya que contienen todos los elementos necesarios para la aplicación práctica de este tema.

A los efectos de facilitar la lectura y el manejo de la publicación, en la presente edición se han intercalado en el lugar correspondiente los párrafos que en la edición original aparecían al final como “complementos”, y se transcribieron con procesador de texto las páginas que aparecían manuscritas, pero el contenido de la publicación no ha sido modificado.

Arq. Juan Sarachu, 1998.

NOTA A LA EDICIÓN 2006

En la presente edición se han incorporado referencias a la Norma UNIT 1050:2001 (“Proyecto y ejecución de estructuras de hormigón en masa o armado”), en sustitución de criterios, valores o tablas que en ediciones anteriores a la aprobación de la norma uruguaya fueron tomados de otros reglamentos.

Arq. Juan Sarachu, 2006.

GENERALIDADES

El hormigón armado es un material constituido por hormigón y acero, dispuesto este último de modo adecuado en cuanto a cantidad y organización. El objeto de esta unión es lograr un nuevo material, distinto al de los componentes, en lo referente a cualidades formales, comportamiento resistente y economía.

Esa unión ha sido posible debido a diversos factores: durante el fraguado el hormigón comprime al acero y se adhiere a él satisfactoriamente; ello no se perjudica posteriormente ante posibles variaciones térmicas, puesto que los coeficientes de dilatación del hormigón y acero son aproximadamente iguales. Existe además, entre ambos materiales una complementación de ciertos caracteres, algunos de ellos de importancia en el comportamiento mecánico, como lo es el hecho que el acero es adecuado para resistir tracciones, en tanto no lo es el hormigón, otros de importancia en lo relativo a criterios de durabilidad, como la protección que brinda el hormigón al acero frente a agentes que le son muy perjudiciales (fuego, oxidación).

Desde el punto de vista resistente, en el hormigón armado, el acero cumple una doble función: resiste las tracciones, y contribuye a aumentar la capacidad portante de las partes en compresión.

El hormigón armado se utilizó por primera vez a mediados del siglo XIX, EN Francia; posteriormente se aplicó en otros países (EE.UU, Alemania, etc.).

La necesidad de una formulación que permitiera analizar el comportamiento de las estructuras de hormigón armado, y el poco conocimiento del nuevo material, unido al exitoso empleo de Teoría de la Elasticidad y Resistencia de los Materiales en estructuras de acero y madera, habilitaron que se generalizara su aplicación a otros materiales, por ejemplo, al hormigón armado. Se llegó entonces a una formulación relativamente sencilla (teoría clásica) que permitió su cálculo directo y su verificación. La práctica permitió comprobar que la subordinación del nuevo material a esa teoría clásica daba una seguridad suficiente, lo que autorizó su expansión y su concreción en los reglamentos que los distintos países formularon y aplicaron.

Con el transcurso del tiempo las numerosas realizaciones en hormigón armado permitieron conocer mejor su comportamiento estructural. Este conocimiento se vio incrementado por la gran cantidad de investigaciones realizadas en laboratorio con los materiales hormigón, acero y hormigón armado. Por esta vía se observó que el comportamiento de las estructuras de hormigón armado no se ceñía estrictamente a las hipótesis de la teoría clásica. Estas razones llevaron a la formulación de principios y métodos que permitieran un mejoramiento en la técnica del hormigón armado, desde el punto de vista de su seguridad, de su racionalidad y, consiguientemente, de su economía. Esa elaboración se fue realizando a partir de 1950, fundamentalmente, concretándose posteriormente en numerosos reglamentos internacionales y nacionales.

En esta publicación trataremos el estudio de secciones de hormigón armado, para las formas más frecuentes (rectangulares y nervadas) sometidas a solicitaciones contenidas en un planos de simetría de la sección, de acuerdo a principios e hipótesis aceptados, fundamentalmente por el Código Modelo del CEB (Comité Euro-Internacional del Hormigón) de 1978-80 y también por la Norma UNIT Uruguaya.

ESTADOS LÍMITES - SEGURIDAD (del libro HORMIGÓN ARMADO, 12ª edición, MONTOYA- MESEGUER- MORÁN)

10.3 Método de los Estados Límites.

1º DEFINICIÓN DE ESTADOS LÍMITES

Toda estructura debe reunir las condiciones adecuadas de *seguridad, funcionalidad y durabilidad*, con objeto de que pueda rendir el servicio para el que ha sido proyectada.

Se denominan *estados límites* aquellas situaciones tales que, al ser rebasadas, colocan a la estructura fuera de servicio. Los estados límites pueden clasificarse en:

- a) *Estados límites últimos*, que son los que corresponden a la máxima capacidad resistente de la estructura; y
- b) *Estados límites de utilización*, que corresponden a la máxima capacidad de servicio de la estructura.

Los estados límites últimos se relacionan con la seguridad de la estructura y son independientes de la función que ésta cumpla. Los más importantes no dependen del material que constituye la estructura y son los de:

- *Equilibrio*, caracterizado por la pérdida de estabilidad estática (vuelco, deslizamiento, subpresión, etc.) Se estudia a nivel de estructura o elemento estructural completo.
- *Agotamiento*, caracterizado por el agotamiento resistente de una o varias secciones críticas, sea por rotura o por deformación plástica excesiva. Se estudia a nivel de sección de elemento estructural.
- *Pandeo*; sea de una parte o del conjunto de la estructura. Se estudia a nivel de elemento estructural o de toda la estructura.
- *Fatiga*, caracterizado por la rotura de uno o varios materiales de la estructura, por efecto de la fatiga bajo la acción de cargas repetidas. Se estudia a nivel de sección.

Además, en estructuras de hormigón armado, deben considerarse los estados límites últimos de:

- *Adherencia*, caracterizado por la rotura de la adherencia entre las armaduras de acero y el hormigón que las rodea. Se estudia al nivel de sección.
- *Anclaje*, caracterizado por el cedimiento de un anclaje. Se estudia de forma local en las zonas de anclaje.

Los estados límites de utilización se relacionan con la funcionalidad, estética y durabilidad de la estructura y dependen de la función que ésta deba cumplir. En estructuras de hormigón armado los más importantes son los de:

- *Deformación excesiva*, caracterizado por alcanzarse un determinado movimiento (flechas, giros) en un elemento de la estructura. Se estudia a nivel de estructura o elemento estructural.
- *Fisuración controlada*, caracterizado por el hecho de que la abertura máxima de las fisuras en una pieza alcance un determinado valor límite, función e las condiciones ambientales en que dicha pieza se encuentre. Se estudia a nivel de sección.
- *Vibraciones excesivas*, caracterizado por la producción en la estructura de vibraciones de una determinada amplitud o frecuencia. Se estudia a nivel de estructura o elemento estructural.

HIPÓTESIS GENERALES

Se desarrollarán a continuación las principales hipótesis para el estudio de secciones de hormigón armado sometidas a solicitaciones que provocan tensiones normales, en el estado límite último de agotamiento resistente.

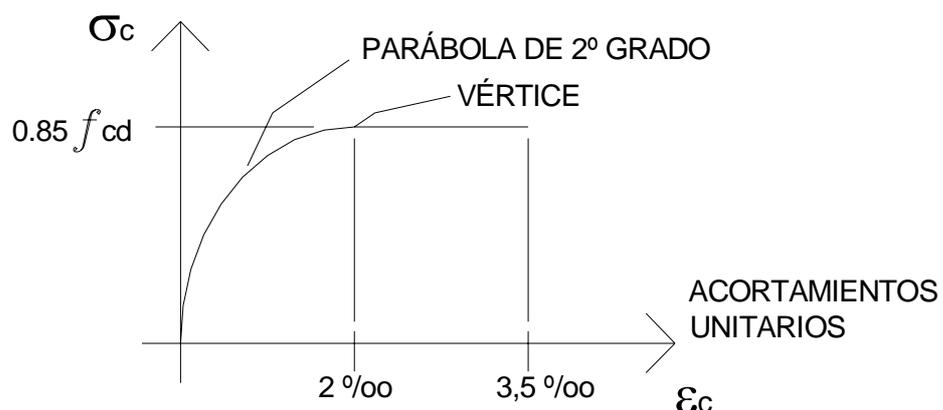
a) Existe adherencia entre hormigón y acero, es decir, los dos materiales actúan solidariamente. Por lo tanto, las partes de acero y hormigón ubicadas en fibras que están a igual distancia de la línea neutra, experimentan la misma deformación. En esto se basa la razón de ser del material hormigón armado.

b) No se considera la resistencia del hormigón a la tracción. El valor del mismo es relativamente pequeño y poco confiable, por lo que su contribución (fuerza y momento) al equilibrio general puede despreciarse.

c) Se admite válida la hipótesis de Bernoulli, que dice que las secciones normales a la directriz (eje del tramo) se mantienen, durante la deformación, planas y normales a la directriz deformada (elástica). Esto es válido para tramos lineales, en los cuales la relación entre la distancia de los puntos de momento nulo y la altura total de la sección, sea mayor o igual a 2; en esta situación las deformaciones producidas por el esfuerzo cortante no son importantes. Esta hipótesis conduce a que las deformaciones de las fibras de la sección (hormigón y acero) son proporcionales a sus distancias a una recta de deformación nula (línea neutra). Esta condición se expresa mediante las ecuaciones de compatibilidad, deducidas por semejanza de triángulos, y que se detallan más adelante (pág. 28).

d) La deformación de una fibra, de hormigón o acero, fija unívocamente el valor de la tensión en dicha fibra, de acuerdo a diagramas tensión-deformación apropiados para cada uno de esos materiales.

Para el hormigón se adopta el diagrama conocido como parábola-rectángulo, y que se grafica a continuación:



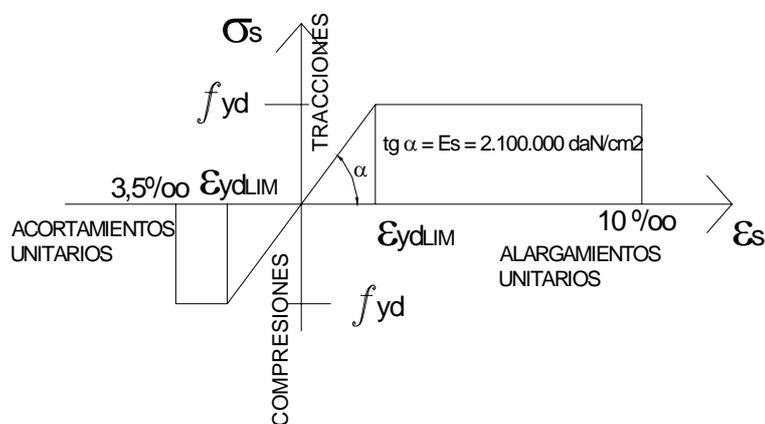
Este gráfico es una simplificación muy útil para la fase operativa del cálculo. En realidad, los parámetros que intervienen para su definición son múltiples (posición de la línea neutra, velocidad de aplicación de las cargas, duración de éstas, forma geométrica de la sección comprimida, etc.) Se convino que ese diagrama simplificado es el que presenta la mejor concordancia con los datos

experimentales que se disponen en la actualidad, quedando razonablemente del lado de la seguridad para los distintos valores de los parámetros indicados anteriormente.

De acuerdo a la hipótesis b), no existe diagrama en la zona de tracción. El coeficiente 0,85 responde, fundamentalmente, al fenómeno del “cansancio”, puesto que los valores de la resistencia del hormigón se determinan mediante ensayos de carga rápida de probetas, mientras que las acciones actúan en los tramos durante su vida útil.

El diagrama fue propuesto por los alemanes H. Rüsçh y E. Grasser en 1962, y fue adoptado por el CEB en 1968, e incorporado posteriormente en distintas normas nacionales (alemana desde 1972, española a partir de 1973, francesa desde 1980, etc.).

Para el acero se conviene en adoptar el diagrama simplificado birrectilíneo compuesto, para cada esfuerzo (tracción y compresión), por un tramo inclinado (recta de Hooke) y un tramo horizontal, paralelo al eje de las abscisas.



La zona del diagrama correspondiente a las compresiones es similar a la de las tracciones, pero limitado al valor de la máxima deformación relativa del hormigón (0,0035), en virtud de la hipótesis a). Esta limitación no existe en la zona de tracción debido a la hipótesis b), en que se desprecia la resistencia del hormigón en tracción.

El diagrama birrectilíneo es válido como simplificación para los aceros de dureza natural. Para aceros deformados en frío la experimentación indica que en el diagrama $\sigma-\epsilon$ existen sectores curvos. Pero para estos aceros también puede adoptarse, según algunos autores, el diagrama birrectilíneo, ya sea por facilidad operativa o porque opinan que esa cualidad se pierde con el tiempo.

e) Una sección de hormigón armado, sometida a una sollicitación equivalente a una fuerza única descentrada, contenida en un plano de simetría de la sección, se encuentra en estado límite último de agotamiento resistente cuando se alcanzan ciertas deformaciones en fibras características de la sección. Estas situaciones son las que se detallan a continuación; la primera corresponde al acero y las restantes para el hormigón.

- I. Deformación en el acero en tracción $\epsilon_s = 0,010$ (estado de deformación plástica excesiva);

- II. Deformación en el hormigón en compresión $\varepsilon_c = 0,0035$ (estado de rotura en flexión);
- III. Deformación en las fibras de hormigón en compresión, distantes $3/7.h$ de las fibras más comprimidas, con un valor $\varepsilon_c = 0,0020$ (estado de rotura en compresión).

Estas distintas formas de alcanzar el estado límite último de agotamiento resistente originan un “pivoteo” de los posibles planos de deformación alrededor de 3 puntos, originándose distintas zonas o dominios, correspondientes a distintas solicitaciones. El detalle correspondiente se explicará más adelante, y es conocido como el diagrama de los 3 pivotes.

f) Esta hipótesis se refiere al criterio con que se encara la seguridad: se pretende reducir a un valor suficientemente bajo la probabilidad, siempre existente, de que sea alcanzado por la estructura, o de parte de ella, uno o más de los estados límites antes sintetizados.

Los valores que se utilizan para la cuantificación en los cálculos están todos rodeados de márgenes de imprecisión. Los valores de las acciones, de las resistencias de los materiales, son variables aleatorias cuya cuantificación aparece siempre asociada a una determinada probabilidad de ser o no superado el valor que se adopte como representativo del mismo.

De la investigación de los datos disponibles para apreciar la naturaleza y el grado de incertidumbre de las variables aleatorias, y de los métodos utilizados para la organización, representación y síntesis de los mismos, se llegó a una evaluación e interpretación que permitió formular modelos matemáticos como formas simples e idealizadas de interpretación de la realidad.

Es universalmente aceptado que los valores de las acciones y de las resistencias de los materiales son variables aleatorias que cumplen el modelo matemático correspondiente al de las leyes de distribución normal, conocido en Estadística y Cálculo de Probabilidades como campana de Gauss. Se convino, complementariamente, que a los efectos de contemplar los valores medios y desviaciones de las variables, se adopte como valor representativo aquel que representa un grado de confiabilidad del 95%, y se les denomina valores característicos.

Pero además, tanto en el proyecto como en la ejecución de las obras se introducen errores que afectan la seguridad de la estructura, independientes de aquellos factores que llevan a la consideración de los valores característicos; esos errores son de origen muy diverso y pueden clasificarse, en general, dentro de las siguientes fuentes de incertidumbre:

- En la estimación de las cargas;
- Deficiencias en las hipótesis y procedimientos de cálculo;
- En el cálculo numérico de los procedimientos de cálculo;
- Defectos de la resistencia de los materiales debidos a la ejecución;
- Defectos de la estructura debidos a la ejecución.

Se cubren estas fuentes de incertidumbre, llegando al margen de seguridad deseado, a través de coeficientes de seguridad parciales que afectan los valores característicos de las resistencias de los materiales y de las acciones (o de las solicitaciones):

- Coeficientes de minoración de la resistencia de los materiales (hormigón y acero);
- Coeficientes de mayoración de las acciones.

En definitiva, se sustituye la estructura real por otra ficticia, de comportamiento estructural similar al anterior, sometida a solicitaciones más desfavorables y construida con materiales de resistencias menores. La estructura ficticia se proyecta para que se encuentre en el estado límite, lo que la coloca del lado de la seguridad con el margen deseado.

Es decir, el estudio de las secciones se hace conservando la imagen de lo que ocurre en el momento del colapso, pero con solicitaciones mayoradas y resistencia de materiales minoradas, para contemplar el problema de la seguridad.

g) Se deben aplicar a la sección, sometida a la sollicitación exterior, las ecuaciones generales de equilibrio de un sistema de fuerzas, que para el caso que estamos estudiando, será en el plano. Es decir, el sistema de fuerzas formado por la resultante de compresiones del hormigón, resultantes de tracción y compresión de los aceros, y la fuerza única descentrada (solicitud exterior), debe estar en equilibrio.

RESISTENCIA CARACTERÍSTICA DEL HORMIGÓN

A continuación se sintetizarán los criterios a través de conceptos e hipótesis actualmente aceptados para determinar el valor que caracterice la resistencia de un hormigón en compresión.

Supuesto definido el tipo de probeta a utilizar para los ensayos; normalizado el proceso total, desde la toma de muestras hasta el ensayo; etc. si se rompen n probetas de un mismo hormigón se obtendrán n resultados distintos.

Por tanto, se trata de definir un valor de la resistencia, establecido con determinados conceptos, y que represente a ese hormigón (que tiene, como vimos, valores diferentes de resultados de los ensayos).

El criterio que se adopta es aceptar conceptos establecidos en Estadística y Teoría de las Probabilidades.

Dado un conjunto de datos, se desea expresar en un número la variabilidad de las observaciones. Los resultados de los datos en un listado de números sin organizar no se captan con facilidad; existen varios métodos de organización, representación y reducción de datos que facilitan la evaluación e interpretación de los mismos.

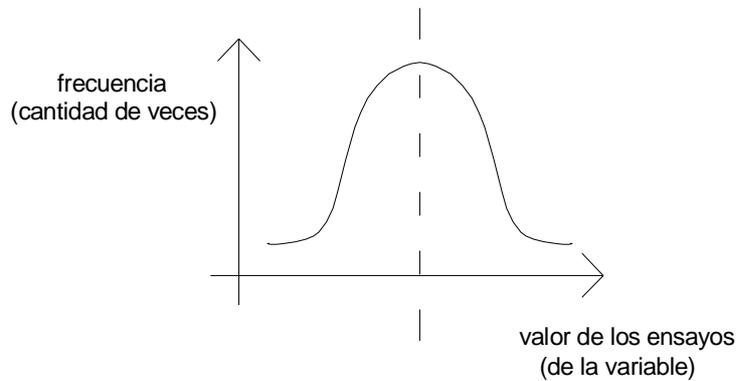
El número más simple y útil asociado con un conjunto de datos es el valor promedio o la media aritmética. Este valor era fundamental en lo que se establecía en las normas alemanas DIN 1045, según criterios clásicos. Veremos que este valor no es representativo de la resistencia del hormigón, según los conceptos actualmente aceptados de seguridad.

Desde el punto de vista de la investigación teórica, y una vez en disposición de una cantidad suficiente de datos, la etapa siguiente es la formulación (y adopción posterior de uno de ellos) de modelos matemáticos, es decir de descripción de situaciones reales en forma simple e idealizada, adecuada para su cálculo.

De los modelos que se disponen, de Teoría de las Probabilidades, la solución al problema que nos ocupa actualmente aceptada, es la de considerar los distintos valores de la tensión de rotura de las n probetas de un mismo hormigón como integrantes de una variable aleatoria, que cumple con las leyes de distribución normal.

Se caracterizan las variables aleatorias, como aquellas cuyo valor específico no puede predecirse con certeza, antes de un experimento; los ensayos, además, aún cuando puedan repetirse indefinidamente en condiciones similares, pueden presentar resultados distintos en cada experiencia particular.

Las curvas que cumplen las leyes de distribución normal se conocen como Campana de GAUSS, y tienen las siguientes características (se dibuja una curva):



En un par de ejes coordenados disponemos:

- en abscisas los distintos valores de la variable;
- en ordenadas, la probabilidad de aparición de los distintos valores.

Todas ellas tienen un valor máximo; a medida que los valores se alejan de él a ambos lados tienden asintóticamente al eje de las abscisas. Esto significa que las probabilidades de esta variable aleatoria disminuyen cuando sus valores se alejan del más probable. Todas las curvas son simétricas con respecto a la vertical, que pasa por el punto de máxima, por lo que los valores que se encuentran a igual distancia del máximo, tienen las mismas probabilidades.

El área limitada por estas curvas y el eje de las x es igual a 1, por ser dicha área igual a la probabilidad de que la variable aleatoria adopte alguno de los valores posibles. La parte del área que está limitada por verticales en dos puntos del eje de las x , representa la probabilidad que la variable aleatoria tome los valores comprendidos entre esos dos puntos.

La facilidad de operar con la distribución normal, sus muchas tablas y sus propiedades bien conocidas, hacen que se adopte como un modelo en muchas situaciones. A menudo se usa simplemente porque un histograma observado tiene más o menos forma de campana y es aproximadamente simétrico. En este caso, la razón es simple comodidad matemática, con una curva continua de fácil definición, que reemplaza los datos empíricos. Aún con pocos o ningún dato, la distribución normal se adopta muchas veces como modelo "razonable".

Ya se adopte el modelo normal siguiendo un razonamiento físico o como una aproximación, se observa que su validez se puede perder fuera de la región alrededor de su valor medio. En la formulación del modelo, las colas de la distribución son mucho más sensibles a errores que la región central.

A los efectos de estudiar más detenidamente la curva de distribución normal o campana de GAUSS, se verá una ecuación con los valores que toma considerando en abscisas las resistencias del hormigón en compresión.

La ecuación general es de este tipo:

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \phi} \cdot e^{-\frac{(x - f_{cm})^2}{2\phi^2}}$$

Y se observa que queda definida con dos parámetros: f_{cm} y ϕ

Las constantes son:

$$\sqrt{2\pi} = 2.5066$$

$e=2.71828$ (base del sistema neperiano de logaritmos)

Determinando la derivada primera, y anulándola, obtenemos el valor máximo:

$$y' = 0 \quad \therefore \quad x = f_{cm}$$

Esto indica que el valor más frecuente se produce para f_{cm} conocido como media aritmética de los valores de la variable:

$$f_{cm} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} f_{ci}$$

De lo dicho anteriormente podemos concluir que el valor medio (promedio) es aquel valor de la variable que presenta iguales probabilidades que se presenten valores mayores o menores (en ambos casos, el 50%).

Hallando la derivada segunda, y anulándola, obtenemos:

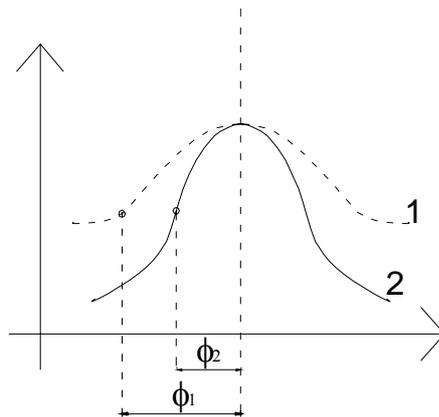
$$y'' = 0 \quad \therefore \quad x = f_{cm} \pm \phi$$

lo que nos indica que los puntos de inflexión (cambios de concavidad de la curva) se encuentran a la distancia ϕ del valor medio.

En Teoría de Probabilidades, al valor ϕ se lo conoce como desviación media cuadrática y su valor se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$\phi = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} (f_{ci} - f_{cm})^2}$$

Para comprender el sentido físico de ϕ , dibujemos dos curvas con distinta desviación:



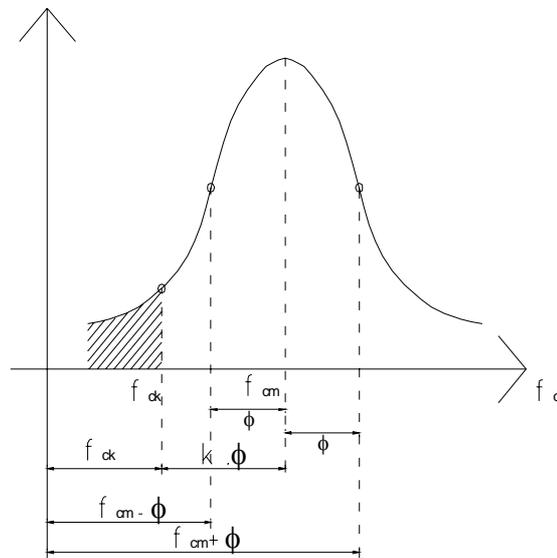
El valor de ϕ nos indica cómo se agrupan los valores de la variable alrededor del valor medio: a mayor ϕ mayor dispersión de los resultados de la variable, es decir, valores distanciados del medio presentan mucha probabilidad de aparecer.

A menor ϕ los valores de la variable se agrupan más alrededor del valor medio.

De lo anterior se concluye que para cada par de valores: f_{cm} y ϕ existe una ley normal, unívocamente determinada por su valor medio y su desviación media cuadrática.

De acuerdo a lo visto hasta ahora, se comprende que el valor medio (promedio) solamente no puede ser el que caracteriza a nuestro hormigón. Si hacemos eso, no tenemos indicaciones respecto a los distintos valores de la variable y cómo se agrupan alrededor de la media.

Se ha convenido internacionalmente en definir el valor de la resistencia característica del hormigón a compresión a aquel al cual corresponde la probabilidad de tener, en una distribución estadística normal de roturas, un 5% de los resultados inferiores a dicha resistencia.



Se tiene: $f_{ck} = f_{cm} - k \cdot \phi$

Para el área rayada igual al 5% del total, se demuestra que $k = 1.64$

$$f_{ck} = f_{cm} - 1,64 \phi$$

Se define el coeficiente de desviación cuadrática relativa δ como:

$$\delta = \frac{\phi}{f_{cm}} \qquad \phi = \delta \cdot f_{cm}$$

Por lo tanto: $f_{ck} = f_{cm} - 1,64 \cdot \delta \cdot f_{cm}$

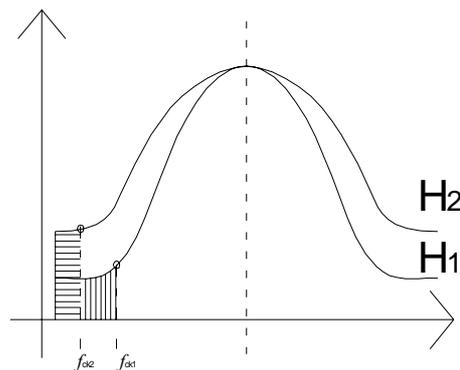
Y finalmente: $f_{ck} = (1 - 1,64 \delta) f_{cm}$

Vemos que a los efectos de lograr la resistencia representativa de n resultados distintos para la compresión del hormigón, no basta con la resistencia media f_{cm} ; este valor por sí sólo no caracteriza las cualidades del mismo.

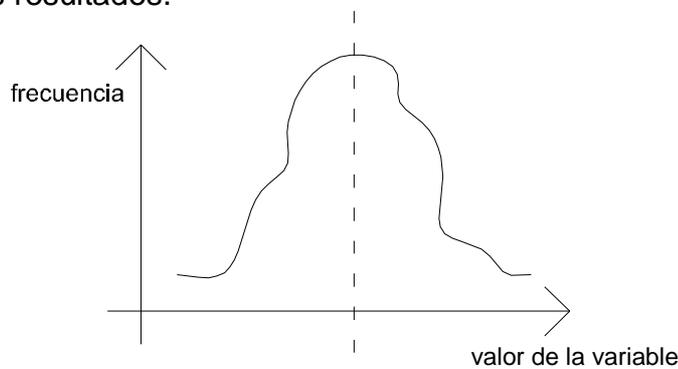
Por ejemplo, si disponemos de dos hormigones cuyos resultados de resistencia en probeta cilíndrica son los siguientes:

H1) 160; 170; 180; 190; 200 daN/cm²
 H2) 100; 140; 180; 220; 260 daN/cm²

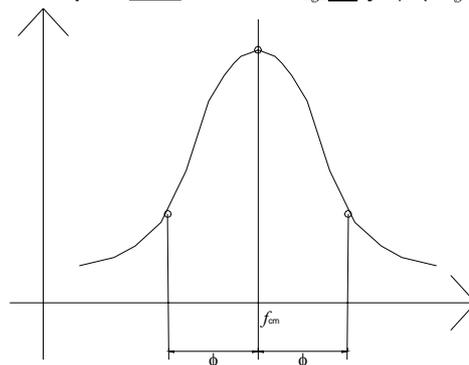
Se observa que ambos hormigones tienen la misma resistencia media (180), pero no son igualmente confiables: el H2 presenta valores con más desviaciones respecto a la media; presenta valores más altos de resistencia (260), pero los valores inseguros son los valores bajos (100). Considerando la dispersión, resulta que la resistencia característica del H2 es menor que la del H1:



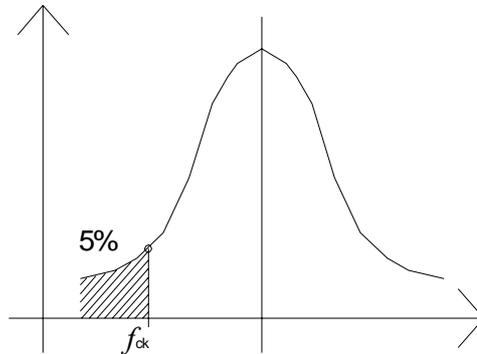
En síntesis: si nos presentan n valores de resistencia a la compresión de un mismo hormigón, y nos preguntan cuál es la resistencia del mismo, nosotros podemos esquematizarlos y graficar una curva que representará la variabilidad de los resultados.



Si se han hecho muchos estudios estadísticos, y se ha convenido que esas curvas se asimilan a un modelo matemático teórico (campana de Gauss, o curva de distribución normal), podemos decir que la resistencia de ese hormigón se define por dos valores: f_{cm} y ϕ (ó f_{cm} y δ).

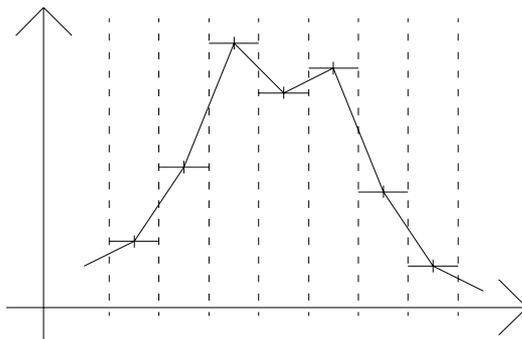


Si además de todo lo anterior, variabilidad y cumplimiento de un modelo teórico convenimos en el grado de confiabilidad (95%) del valor representativo, podemos definir la resistencia con un solo valor: f_{ck}



En la realidad, si se opera con datos obtenidos experimentalmente, no se tendrán infinitos valores de las variables, sino una cantidad finita, por lo que no se tendrá una curva.

Se opera en base a intervalos de valores de resistencia y se grafica el histograma:



El valor de δ depende del control que se ejerza en la preparación del hormigón en obra; autores españoles, para su medio, indican los siguientes valores:

CONDICIONES DE EJECUCIÓN	δ	Resistencia Característica
medias	0.20 – 0.25	$(0.67 - 0.59) f_{cm}$
buenas	0.15 – 0.20	$(0.75 - 0.67) f_{cm}$
muy buenas	0.10 – 0.15	$(0.84 - 0.75) f_{cm}$

RESISTENCIA CARACTERÍSTICA DEL ACERO

En el caso de los aceros, los valores característicos se definen de un modo análogo al del hormigón.

Refiriéndonos al límite de fluencia o al límite elástico convencional (según el tipo de acero), se tendrá:

$$f_{yk} = (1 - 1.64 \delta) f_{ym}$$

δ suele ser del orden de 0.05, entonces:

$$f_{yk} \cong 0.918 f_{ym}$$

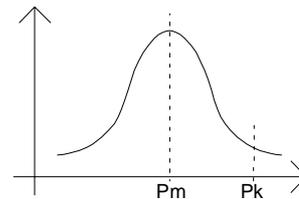
VALOR CARACTERÍSTICO DE LAS ACCIONES

En el caso de las acciones (pesos específicos de los materiales, valores máximos de sobrecargas en determinados períodos, etc.) también estamos en presencia de variables, en los cuales pueden definirse valores medios y desviaciones.

De los estudios realizados, se concluye que el modelo teórico no es estrictamente el de la Campana de Gauss.

El criterio seguido en otros países, basados en investigaciones escasas, no tan desarrollados como en el caso de los materiales, fue el de asimilar las normas de acciones antiguas a los criterios actuales; por tanto se indicó que los valores establecidos eran los característicos. En nuestro país, entonces, diríamos que los valores dados por la Norma UNIT 33-91 son los característicos.

Para el caso de las acciones, el grado de confiabilidad del 95% hace que el valor característico se ubique a la derecha del valor.



$$P_k = (1 + 1.64\delta)P_m$$

INSTRUCCIÓN ESPAÑOLA ha61 (parte de “comentarios”)

cargas 3.6

El criterio adoptado para la fijación de las cargas nominales, características y mayoradas, constituye una de las principales originalidades de esta Instrucción.

No es posible dar a las cargas el valor de un máximo insuperable. Aún cuando se dispusiera de estadísticas suficientemente amplias sobre las precipitaciones de nieve, sobre la intensidad del viento o sobre cualquier otro fenómeno independiente de la voluntad humana, siempre quedaría una probabilidad –más o menos pequeña, pero nunca nula – de que fuesen sobrepasados los valores elegidos.

Y aun en aquellos casos en que es el hombre quien puede fijar esas cargas –como sucede, digamos, con los de vehículos en carretera – también queda la posibilidad de sobrepasarlas; sea por un accidente imprevisto – por ejemplo, choque y amontonamiento, en un puente, de dos camiones – sea porque los límites se van sobrepasando, más o menos lentamente, con los avances posteriores de la técnica; sea, en fin, por la propia tendencia humana a sobrepasar dichos límites, confiando, con cierta inconsciencia, en que la obra siempre resiste. Y aunque, en este último caso, pueda encontrarse un responsable del accidente, lo cierto es que el hecho es previsible, en cierta medida, y deben ponerse, de antemano, los medios para disminuir la probabilidad del suceso o la importancia del mismo.

El criterio generalmente seguido hasta ahora ha consistido en considerar la máxima carga normalmente previsible como un valor concreto, capaz de ser definido perfectamente. Si se trataba de las sobrecargas de un puente, dicho valor era el autorizado, dejando de lados las posibilidades reales de superarlo. Y si se trataba del viento o de las avenidas de un río, dicho valor era el máximo registrado por las estadísticas meteorológicas durante el período de observación disponible.

establecimiento de cargas mayoradas 3.7

Para establecer lógicamente el coeficiente de mayoración hay que empezar por hacerse a la idea de que es humanamente imposible anular toda posibilidad o probabilidad de hundimiento, como es imposible asegurarse totalmente contra cualquier otro tipo de accidente.

Del mismo modo que se viaja o se anda por la calle, a sabiendas de que las estadísticas acusan un apreciable porcentaje de accidentes, es necesario construir admitiendo una probabilidad de fallo.

El aumento de espesores o de cuantías en una estructura puede ir reduciendo la probabilidad de hundimiento asintóticamente, pero no puede anularla por completo. Y como, por otra parte, esos aumentos implican un coste creciente, lo único razonable es buscar un término en el que, siendo la

probabilidad suficientemente pequeña, el coste sea todavía aceptable para poder construir. En definitiva, la Humanidad lo ha hecho siempre así, consciente o inconscientemente, porque no puede hacerlo de otro modo.

El llamado “criterio del mínimo coste generalizado”, aceptado por el C.E.B. y por el Joint Committee C.I.B. – C.E.B., consiste en fijar los coeficientes de modo que conduzcan a un mínimo del coste de la construcción, más el producto de la probabilidad de hundimiento por los daños consiguientes, incluyendo en éstos no sólo el costo de la reconstrucción y pérdidas de explotación, sino también una cierta valoración de las vidas humanas que puedan arriesgarse, y de las reacciones psicológicas, sociales o de otro tipo, que se puedan originar.

A todos produce una sensación de inadmisibles materialismo el enunciar así este criterio. Es cierto que una vida humana no es valorable en dinero; pero es igualmente cierto que esto mismo es lo que ha venido haciéndose siempre, con la única diferencia de que, hasta ahora, no se ha reflexionado sobre ello. Evidentemente, las vidas humanas han de valorarse en mucho; pero los más estrictos moralistas convienen en que no es posible actuar de otro modo. Y, en definitiva, es lo único que puede hacerse moralmente. Querer disminuir la probabilidad por encima de ciertos límites, conduciría a unos sobrecostos que harían imposible la realización de la obra. Y es preferible cobijarse en una construcción con una diezmilésima de probabilidad de hundimiento, que tratar de vivir a la intemperie, con mucha más probabilidad de morir por congelación en invierno.

En la citada publicación “La determinación del coeficiente de seguridad en las distintas obras” del I.E.T.C.C., se estudia a fondo el problema, y se han reunido los datos de las estadísticas existentes para llegar a métodos y resultados concretos sobre esta fijación de coeficientes de seguridad.

- a) excesos en las cargas o en las causas de sollicitación;
- b) deficiencias en las hipótesis de los métodos de cálculo;
- c) errores de operación en los cálculos;
- d) defectos de resistencia en los materiales;
- e) errores de ejecución.

Un estudio probabilista completo debería fijar las leyes de probabilidad de todos estos factores y combinarlos complejamente para obtener una probabilidad de accidente tal que se cumpliera el principio del mínimo coste generalizado.

Pero no siendo posible hacerlo así –al menos hoy –, se recurre a un método intermedio o semiprobabilista en el que, por una parte, se tienen parcialmente en cuenta las dispersiones de las cargas y de las resistencias, a través de los correspondientes valores característicos, como se ha visto; y por otra, se utilizan los dos coeficientes, el de mayoración, multiplicador de las cargas, y el de minoración, divisor de las resistencias. Con el primero se pretende cubrir principal, pero no exclusivamente, los posibles errores indicados anteriormente

en a), b), y c), correspondientes más bien al proyecto; y con el segundo, los d) y e), más propios de la ejecución.

10.3 Método de los Estados Límites

2º MAGNITUDES ALEATORIAS. VALORES CARACTERÍSTICOS Y DE CÁLCULO (del libro HORMIGÓN ARMADO, 12ª edición, MONTOYA-MESEGUER-MORÁN)

Las magnitudes que se utilizan en los cálculos aparecen rodeadas todas ellas de márgenes de imprecisión. Tanto las resistencias de los materiales, como los valores de las cargas, como otros factores, son magnitudes aleatorias cuya cuantificación, cualquiera que sea, aparece siempre asociada a una determinada probabilidad de ser o no superado el valor correspondiente.

En las dos primeras columnas de la tabla 10.1 se relacionan los vectores aleatorios más importantes y sus causas de incertidumbre. Cada una de las variables allí enunciadas puede tratarse como una variable estocástica, es decir, como una función de probabilidad.

La finalidad del cálculo es comprobar que la probabilidad de que la estructura quede fuera de servicio (es decir, alcance un estado límite), dentro del plazo previsto para su vida útil, se mantiene por debajo de un valor determinado que se fija a priori.

Un análisis probabilista completo requeriría el conocimiento de la distribución de los diversos factores involucrados. Actualmente se realizan investigaciones en este campo, encaminadas a establecer un proceso avanzado de cálculo en el que las acciones y resistencias se representan por sus funciones de distribución, conocidas o supuestas. Este enfoque constituye lo que el Código Modelo CEB-FIP llama *Nivel 2 de diseño en estados límites*, cuyo grado de complicación es todavía grande.

En la práctica, la mayor parte de los Reglamentos están basados en el Nivel 1 de diseño, que constituye una simplificación del anterior. En esencia, las simplificaciones consisten en:

- atribuir los efectos de las diversas causas de error mencionada en la tabla 10.1 a sólo dos de los factores: las resistencias de los materiales y los valores de las acciones;
- introducir en el cálculo, en vez de las funciones de distribución de acciones y resistencias, los valores numéricos únicos (asociados a un determinado nivel de probabilidad) que se denominan *valores característicos*;
- ponderar los valores característicos mediante unos *coeficientes parciales de seguridad* γ , uno que afecta a las resistencias (γ_m) y otro a las acciones o sollicitaciones (γ_f), para tener en cuenta los restantes factores aleatorios y reducir la probabilidad de fallo a límites aceptables.

TABLA 10.1

Nº	Factores Aleatorios	Principales causas de incertidumbre	Magnitud en que son tenidos en cuenta (Nivel 1)
1	Resistencia de materiales	<ul style="list-style-type: none"> _ Variabilidad de los materiales _ Defectos de ensayo _ Correlación entre probeta y realidad 	Resistencia de cálculo de los materiales
2	Valor de las cargas y otras acciones	<ul style="list-style-type: none"> _ Variabilidad de las acciones no permanentes _ Variabilidad de pesos propios 	Valor de cálculo de las acciones
3	Proceso de cálculo	<ul style="list-style-type: none"> _ Precisión de las hipótesis de cálculo _ Errores numéricos _ Grado de rigor 	Valor de cálculo de las acciones
4	Características geométricas y mecánicas de la estructura real	Defectos de ejecución (dimensiones de las secciones, posición de las armaduras, excentricidades adicionales, etc.)	<ul style="list-style-type: none"> _ Resistencia de cálculo de los materiales _ Valores de cálculo de las acciones
5	Otros	Precisión de las medidas, errores en planos, errores de interpretación, etc.	Valor de cálculo de las acciones

NOTA: El método de los estados límites no cubre los errores graves de proyecto, construcción o utilización

Esta forma simplificada de enfocar el problema justifica el nombre de *método semiprobabilista* que se aplica al nivel 1 de diseño en estados límites, el cual conduce a resultados suficientemente concordantes con los del nivel 2 si se eligen adecuadamente los valores característicos y los coeficientes de seguridad γ . A continuación se detallan las distintas fases que comprende este método de nivel 1 de diseño (véase tabla 10.1 y apartado 10.4).

- a) Para tener en cuenta la variabilidad aleatoria de las resistencias de los materiales se opera con la *resistencia característica*, f_k , definida como aquella que tiene una probabilidad del 5 por 100 de que se presenten valores inferiores a ella.
- b) Análogamente se define el *valor característico de las acciones*, F_k , como aquel que tiene una probabilidad del 5 por 100 de ser rebasado durante la vida útil de la estructura.
- c) Para tener en cuenta los factores aleatorios restantes y reducir la probabilidad de fallo, se opera con la *resistencia de cálculo de los materiales*, f_d , que se obtiene dividiendo la resistencia característica por el coeficiente de seguridad del material, γ_m (es decir, $f_d = f_k / \gamma_m$), y se opera también con el *valor de cálculo de las acciones*, F_d , que es el producto de la acción característica por el coeficiente de seguridad de la sollicitación, γ_f (es decir, $F_d = \gamma_m \cdot F_k$).
- d) A partir de las *acciones de cálculo* se determinan las *solicitaciones de cálculo* (solicitaciones actuantes), y a partir de las *resistencias de cálculo* se determinan las *solicitaciones límites* (solicitaciones resistentes), que son las máximas que puede soportar la estructura sin sobrepasar el estado límite considerado y en el supuesto de que los materiales tuviesen, como resistencias reales, las del cálculo.

- e) La finalidad del cálculo es comprobar que, para cada estado límite posible, las solicitaciones de cálculo son inferiores o iguales a las solicitaciones límites.

3º DETERMINACIÓN DE LA SEGURIDAD

De lo expuesto anteriormente se deduce que la forma de introducir la seguridad en el método semiprobabilista de los estados límites (nivel 1) es doble y viene representada por dos tipos de coeficientes: los de minoración γ_m de las resistencias de los materiales (γ_s para el acero y γ_c para el hormigón) y los de mayoración de las acciones, γ_f .

De una forma simplificada puede admitirse que el coeficiente de seguridad global viene medido por el producto de los dos mencionados:

- Para fallos debidos al acero (vigas) : $\gamma \approx \gamma_s \cdot \gamma_f$
- Para fallos debidos al hormigón (soportes) : $\gamma \approx \gamma_c \cdot \gamma_f$

A diferencia del coeficiente de seguridad del método clásico, el coeficiente de seguridad global γ da una medida de la distancia que existe entre el estado de servicio y el estado límite correspondiente (rotura, deformación excesiva, fisuración excesiva, etc.).

Si se varían los coeficientes γ_m y γ_f , se varía la probabilidad de que la estructura quede fuera de servicio. Así, por ejemplo, un aumento de γ_f implicará un dimensionamiento más holgado (mayores secciones de hormigón y de acero) y, por consiguiente, mayor coste; pero a la vez y correlativamente, menor probabilidad de fallo. Por el contrario, una disminución de γ_f conduce a estructuras más afinadas, más económicas pero con mayor probabilidad de fallo.

¿Cómo se determinan teóricamente los valores de γ_m y γ_f ? El Código Modelo CEB-FIP indica que esos valores deben derivarse de consideraciones probabilistas efectuadas a nivel 2, pero un dato previo necesario es el valor admisible de la probabilidad de fallo, muy difícil de fijar. En el estado actual de conocimientos y para los estados límites últimos, se aceptan para la mencionada probabilidad valores del orden de 10^{-5} a 10^{-6} , mientras que para los estados límites de utilización suelen aceptarse valores del orden de 10^{-3} a 10^{-4} . Una vez fijada la probabilidad de fallo y a través de formulaciones matemáticas complejas, es posible llegar a la determinación de los coeficientes γ .

Otra forma de enfocar el problema consiste en aplicar criterios de optimación económica como el de *utilidad generalizada máxima* de KJELLMANN, o el del *coste generalizado mínimo* de PÁEZ y TORROJA. Este último método, publicado en 1952, abrió nuevas rutas en el terreno de la seguridad aunque, según algunos autores, conduce a probabilidades de fallo demasiado altas.

El método del coste generalizado mínimo consiste en fijar γ_f de modo que tenga un valor mínimo la suma del coste de la obra, más el producto de la probabilidad de fallo por los daños que de ello seguirían. El primer sumando, que es, a su vez, suma del coste inicial C_i más el de conservación C_c , crece al aumentar γ_f (fig. 10.1) El segundo sumando, $P \cdot D$, viene medido por el importe de las primas de seguros que habrá que pagar para cubrir el riesgo de fallo y disminuye al aumentar γ_f . La función $C=C_i+C_c+P \cdot D$ pasa por un mínimo que corresponde al valor óptimo de γ_f .

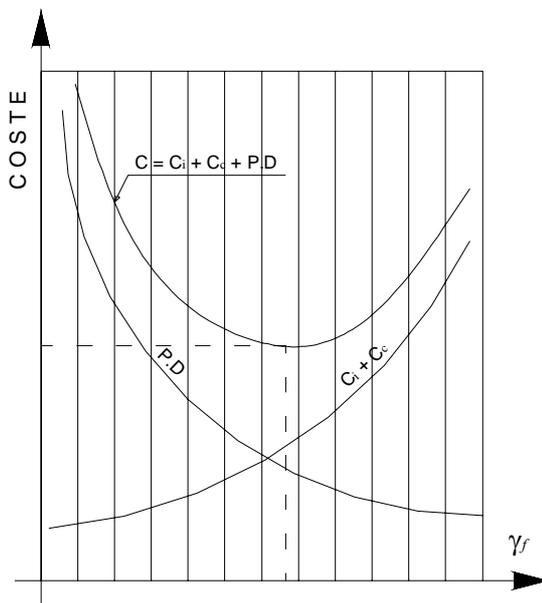


Figura 10.1

En la función C habría que tener en cuenta también, de algún modo, consideraciones de tipo moral (como el respeto a la vida humana) y psicológico (como, por ejemplo, las posibles reacciones de la opinión pública ante un accidente determinado).

Lo que más influye en el valor resultante para γ_f es la cuantía de los daños (curva decreciente de la figura). Si son muy grandes, como en el caso de estadios, salas de espectáculos, etc., la curva se desplaza hacia arriba, con lo que el punto de coste mínimo se desplaza a la derecha aumentando el valor de γ_f . Y sucede al contrario si los daños son muy pequeños (caso de silos, acequias, etc.).

En la práctica los valores de γ_m y de γ_f se determinan mediante criterios más sencillos o tomándolos de una tabla (apartado 10.4). Pero el razonamiento expuesto tiene aplicación directa en casos especiales, cuya importancia pueda justificar un estudio detallado.

10.4 Definición de los valores característicos y de cálculo. Valores de los coeficientes de seguridad

1º RESISTENCIA CARACTERÍSTICA DEL HORMIGÓN (del libro HORMIGÓN ARMADO, 12ª edición, MONTOYA-MESEGUER-MORÁN)

Este tema se ha tratado en el apartado 5.5-1º con cierta amplitud.

Se define como *resistencia característica* del hormigón f_{ck} aquella que presenta un grado de confianza del 95%; es decir, que existe una probabilidad de 0,95 de que se presenten valores individuales de resistencia (medida por rotura de probetas) más altos que f_{ck} .

Se define como *resistencia característica de proyecto* (o resistencia especificada) el valor de f_{ck} que adopta el proyectista como base de sus cálculos. En general se emplean para f_{ck} valores tipificados (véase 5.5-1º-f).

Supuesta una distribución normal (gaussiana) de la población constituida por las resistencias de infinitas probetas sacadas de un mismo hormigón, la resistencia característica f_{ck} viene ligada a la resistencia media f_{cm} por la relación (fig. 10.2):

$$f_{ck} = f_{cm} \cdot (1 - 1,64\delta)$$

siendo δ el coeficiente de variación de la población (desviación típica dividida por la media aritmética).

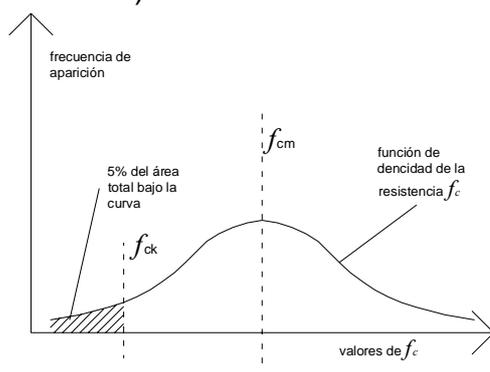


Figura 10.2

La comprobación de que el hormigón realizado en obra tiene una resistencia característica no menor de la especificada en proyecto, se efectúa mediante la rotura de unas cuantas probetas, aplicando un estimador a sus resultados (véase Capítulo 9, apartados 9.6 y 9.7).

2º RESISTENCIA CARACTERÍSTICA DEL ACERO

El mismo criterio que para el hormigón se utiliza para el acero, entendiéndose como resistencia del mismo, no su tensión de rotura, sino la tensión correspondiente a su límite elástico, aparente o convencional, f_y . La resistencia característica del acero se designa por f_{yk} .

Al ser el acero un material manufacturado, los fabricantes garantizan su límite elástico, debiendo efectuarse en obra los ensayos de comprobación correspondientes (Capítulo 9). Esta garantía puede referirse al valor característico o al mínimo. En cualquier caso, en fase de proyecto debe considerarse como límite elástico característico f_{yk} el valor garantizado por el fabricante.

3º VALORES CARACTERÍSTICOS DE LAS ACCIONES

Cualquier causa capaz de producir estados tensionales en una estructura, o de modificar las existentes, se denomina *acción*.

Según su naturaleza, las acciones se clasifican en *directas* e *indirectas*. Las *acciones directas* son fuerzas concentradas o distribuidas que producen tensiones de forma directa. Las *acciones indirectas* no son fuerzas, sino *deformaciones impuestas*, capaces de engendrar tensiones si la pieza no puede tomar libremente dicha deformación (caso de los efectos térmicos o reológicos, asientos de apoyo, etc.).

Según que causen o no una aceleración significativa en la pieza o estructura, las acciones pueden ser dinámicas o estáticas. En general, las acciones se consideran estáticas y su posible efecto dinámico se tiene en cuenta aumentando su magnitud mediante aplicación de coeficientes apropiados.

Según su variación en el tiempo, las acciones pueden ser *permanentes*, *variables* o *accidentales*. Esta es la clasificación más importante, por sus efectos en el cálculo. Las *acciones permanentes* varían muy poco o nada con el tiempo: pesos propios, cargas muertas, empuje de tierras, etc. Las *acciones variables* varían frecuentemente respecto a su valor medio: cargas de tráfico, viento, nieve, temperatura, sismo, etc. Por último, las *acciones accidentales* son aquellas que tienen muy baja probabilidad de ocurrencia durante la vida útil de la estructura: ciertos choques, explosiones, avalanchas, tornados, sismos en zonas no sísmicas, etcétera.

En cualquier caso, se define como *valor característico* F_k , de una acción, aquel que presenta una probabilidad de 0.05 de ser sobrepasado (valor característico superior), o de no ser alcanzado (valor característico inferior) durante la vida de servicio prevista para la estructura. El valor característico inferior se emplea cuando se trata de acciones cuya reducción puede resultar peligrosos (por ejemplo, el peso propio de una chimenea, que es favorable para su estabilidad).

Además del valor característico, el Código Modelo CEB-FIP define otros valores representativos de las acciones (valor de combinación, valor de servicio, valor frecuente, valor semipermanente, todos ellos relativos a las acciones variables). En la práctica, las acciones vienen definidas por *valores nominales* que figuran en las Normas e Instrucciones de cada país. A falta de indicaciones precisas, puede considerarse en general que los valores nominales dados en las Normas existentes son los característicos superiores, utilizables cuando la actuación de las acciones es desfavorable; y considerar el 90 por 100 de tales valores como característicos inferiores, utilizables cuando la actuación es permanente y favorable.

Respecto a las combinaciones más favorables de acciones, véase el apartado 10.5. En cuanto a valores de las acciones indirectas, pueden verse los apartados 5.3, 5.4 y 5.6.

4º RESISTENCIA DE CÁLCULO DEL HORMIGÓN

Se define como resistencia de cálculo del hormigón, f_{cd} , el cociente entre su resistencia característica f_{ck} y el coeficiente de minoración γ_c :

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

El coeficiente γ_c trata de cubrir la posibilidad de reducciones de resistencia del material y los restantes factores indicados en la tabla 10.1

Los valores de γ_c vienen especificados en las Normas de cada país. Los más comúnmente usados en Europa derivan de las recomendaciones del CEB, que hace variar γ_c en función del grado de control. En la tabla 10.2 se ofrecen los valores preconizados por la Instrucción Española, en línea con los del CEB, para el cálculo de estados límites últimos.

Cuando se trata de conocer el comportamiento de la estructura en servicio, debe calcularse con el valor característico, por lo que $\gamma_c = 1$ para tales casos.

TABLA 10.2

VALORES DE γ_c

Nivel de control	Definición (ver apartado 9.6)	Resistencia característica de proyecto, f_{ck} , limitada a:	γ_c
Reducido	El hormigón no es objeto de control de resistencia mediante probetas	$f_{ck} \leq 150 \text{ kp/cm}^2$	1,7
Normal	El hormigón es objeto de control de resistencia mediante probetas, que proporcionan una base estadística...	...pequeña $f_{ck} \leq 250 \text{ kp/cm}^2$	1,5
Intenso		...amplia sin limitación	
Intenso	El hormigón es objeto de control sistemático de resistencia mediante probetas, con base estadística amplia. Además, el hormigón se fabrica y emplea en instalación industrial permanente (prefabricación).	sin limitación	1,4
PARA LOS ESTADIOS LÍMITES DE SERVICIO SE CONSIDERARÁ $\gamma_c = 1$			

TABLA 10.3

VALORES DE γ_s

Nivel de control	Definición (ver apartado 9.4)	γ_c
Reducido	Se aplica a barras lisas. No se rompen probetas. probetas	1,2
Normal	Ensayos de frecuencia media sobre características geométricas y mecánicas (1)	1,15
Intenso	Ensayos periódicos y sistemáticos de las características mecánicas.	1,1
PARA LOS ESTADOS LÍMITES DE SERVICIO SE CONSIDERARÁ $\gamma_c = 1$		

(1) en aceros con Sello de Conformidad puede tomarse $\gamma_s = 1,10$

5º RESISTENCIA DE CÁLCULO DEL ACERO

Análogamente, se define como resistencia de cálculo del acero, f_{yd} , el cociente entre su límite elástico característico f_{yk} y el coeficiente de minoración γ_s :

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

El coeficiente γ_s trata de cubrir la posibilidad (más pequeño que en el caso del hormigón) de reducciones de resistencia del material, así como los restantes factores indicados en la tabla 10.1.

Los valores de γ_s vienen especificados en las Normas de cada país. El Comité Europeo del Hormigón preconiza el valor único $\gamma_s = 1,15$; pero si se hacen intervenir las condiciones de control, en forma análoga a como se actúa con el hormigón, deben utilizarse los valores de la tabla 10.3, preconizados por la Instrucción Española.

Cuando se trata de conocer el comportamiento de la estructura en servicio, debe calcularse con el valor característico, por lo que $\gamma_s = 1$ para tales casos.

6º VALORES DE CÁLCULO DE LAS ACCIONES

Se define como valor de cálculo de una acción, **F_d** :

- a) Cuando su actuación es desfavorable, el producto de su valor característico superior $F_{k, sup}$ por el coeficiente de mayoración γ_f :

$$F_d = F_{k, sup} \cdot \gamma_f$$

- b) Cuando su actuación es favorable y permanente, su valor característico inferior:

$$F_d = F_{k, inf}$$

- c) Cuando su actuación es favorable y permanente, el valor cero.

El coeficiente γ_f trata de cubrir la posibilidad de que las acciones (1) alcancen valores superiores a los característicos, así como los restantes factores indicados en la tabla 10.1.

Los valores de γ_f vienen especificados en las Normas de cada país. El Código Modelo CEB-FIP establece los siguientes valores medios: $\gamma_f = 1,35$ para las acciones permanentes y $\gamma_f = 1,50$ para las variables. El Código americano del ACI, por su parte, fija dichos valores en 1,4 y 1,7 (recuérdese que este Código no emplea coeficientes de minoración de los materiales, γ_m). Las Normas españolas hacen variar γ_f con la importancia de la obra y el grado del control de ejecución, sin distinguir entre acciones permanentes y variables, preconizando los valores que figuran en la tabla 10.4

Cuando se trata de conocer el comportamiento de la estructura en servicio, debe calcularse con el valor característico, por lo que $\gamma_f = 1$ para tales casos.

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

$$M_d = \gamma_f \cdot M$$

$$N_d = \gamma_f \cdot N$$

$$V_d = \gamma_f \cdot V$$

**VALORES DE LOS COEFICIENTES DE
SEGURIDAD PARA LOS ESTADOS LÍMITES ÚLTIMOS
(fuente: Norma UNIT 1050:2001)**

Coeficiente de seguridad sobre	Nivel de Control	Valor del coeficiente de seguridad			
		Acción desfavorable		Acción favorable de carácter	
				Permanente	Variable
Acero γ_s	Reducido	1,20			
	Normal	1,15			
	Intenso	1,10			
Hormigón γ_c	Reducido (1)	1,70			
	Normal	1,50			
	Intenso (2)	1,40			
Acciones (3) γ_f	Reducido	Daños previsibles (4)	Acción desfavorable	Acción favorable de carácter	
		A	1,70	0,9	0
		B	1,80		
	C	–			
	Normal	A	1,50		
		B	1,60		
		C	1,80		
	Intenso	A	1,40		
		B	1,50		
		C	1,70		

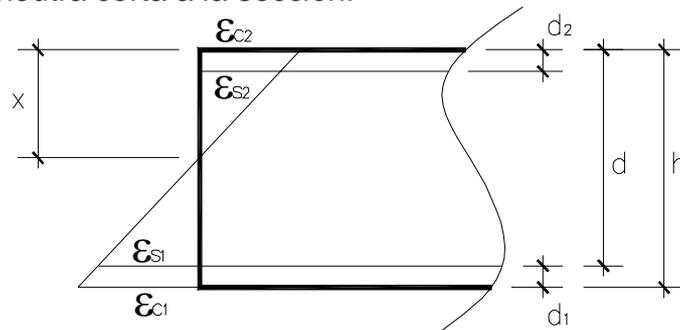
- (1) Este nivel de control sólo se puede utilizar en obras de pequeña importancia, en edificios de vivienda de una o dos plantas, o en aquellos edificios de vivienda de hasta cuatro plantas en los que el hormigón sólo se destine a elementos trabajando a flexión con luces moderadas. Con este nivel de control, no se debe adoptar en el cálculo una resistencia de proyecto mayor de 1,75 MPa.
- (2) Este nivel de control es adecuado en obras especiales, así como en elementos prefabricados en instalación industrial permanente. En todos estos casos, conviene considerar también como alternativa la modalidad de control total.
- (3) Se puede reducir el valor de γ_f en un 5% cuando la hipótesis y el cálculo sean muy rigurosos, considerando todas las solicitaciones y todas sus combinaciones posibles y estudiando con el mayor detalle la fisuración, los anclajes, los nudos, los enlaces, los apoyos, etc.
- (4) Daños previsibles:
- A) Obras cuyo fallo sólo puede ocasionar daños mínimos y exclusivamente materiales, tales como silos, canales de conducción de agua, obras provisionales, etc.
 - B) Obras cuyo fallo puede ocasionar daños de tipo medio como puentes, edificios de vivienda, etc.
 - C) Obras cuyo fallo puede ocasionar daños muy importantes, como teatros, tribunas, grandes edificios comerciales, etc.

(VER ANEXO 1: GEOMETRÍA DE LA SECCIÓN, NOMENCLATURA Y NOTACIÓN)

ECUACIONES DE COMPATIBILIDAD

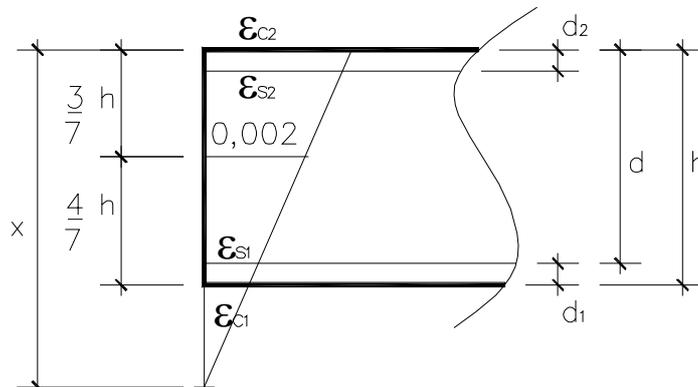
De acuerdo a la hipótesis c), ya estudiada, podemos determinar deformaciones y por consiguiente, tensiones, (en virtud de los diagramas tensiones-deformaciones de los materiales, de la hipótesis d)), bajo determinadas condiciones, en cualquier fibra de la sección. La base de ello es la aplicación de semejanza de triángulos. Pueden presentarse dos situaciones, para los casos en que hay fibras comprimidas en la sección:

a) La línea neutra corta a la sección.



$$\frac{\varepsilon_{c2}}{x} = \frac{\varepsilon_{c1}}{h-x} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x-d_2} = \frac{\varepsilon_{s1}}{d-x}$$

b) La línea neutra está fuera de la sección



$$\frac{0,002}{x - \frac{3}{7}h} = \frac{\varepsilon_{c2}}{x} = \frac{\varepsilon_{c1}}{x-h} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x-d_2} = \frac{\varepsilon_{s1}}{x-d}$$

Operando, llegamos a la relación entre las deformaciones de las dos fibras extremas del hormigón:

$$\varepsilon_{c2} = 3,5 - 0,75 \cdot \varepsilon_{c1}$$

Para cualquier posición del plano de deformaciones, conociendo las deformaciones en dos fibras de la sección, queda determinado el plano y, por consiguiente, se determina entonces la deformación en cualquier otra fibra de la sección.

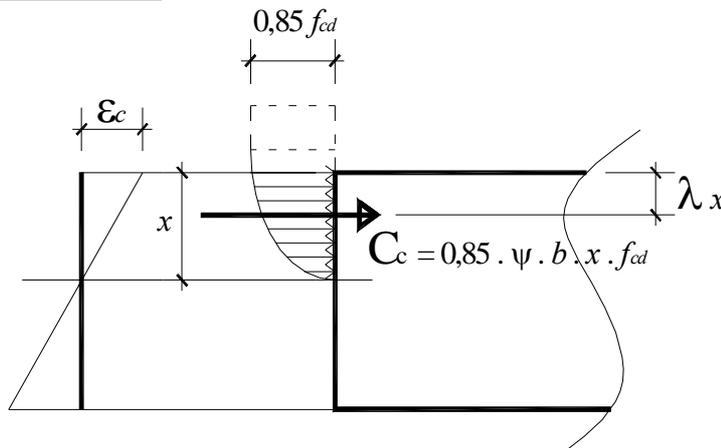
PARÁMETROS DEL VOLUMEN DE COMPRESIONES DEL HORMIGÓN

Del volumen de compresiones del hormigón (tensiones aplicadas en la zona comprimida) importan, a los efectos de establecer las ecuaciones de equilibrio, dos valores solamente: intensidad de la resultante, y su ubicación.

Basados en la hipótesis d) del diagrama tensiones-deformaciones del hormigón, y en los conocimientos referidos a integrales definidas, se pueden determinar esos valores en función de ciertos parámetros, en zona comprimida rectangular. Pueden presentarse dos situaciones, en razón a las peculiaridades del diagrama parábola-rectángulo.

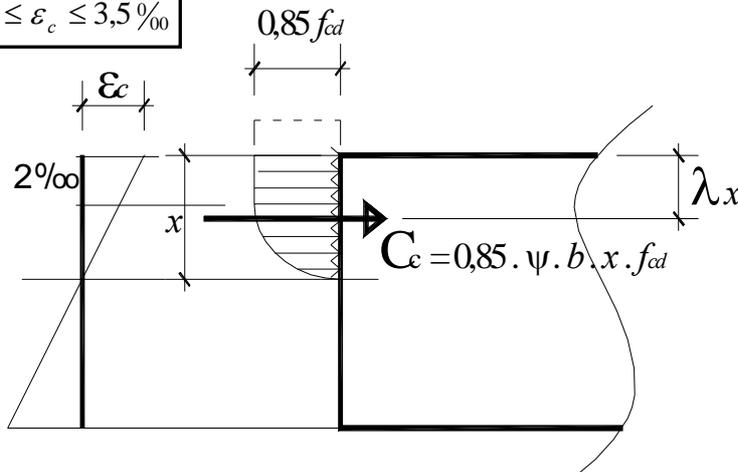
a) $0 < \varepsilon_c \leq 2\text{‰}$

ε_c en tantos por mil



$$\psi = \frac{\varepsilon_c}{12} (6 - \varepsilon_c) \quad \lambda = \frac{8 - \varepsilon_c}{4 (6 - \varepsilon_c)}$$

b) $2\text{‰} \leq \varepsilon_c \leq 3,5\text{‰}$



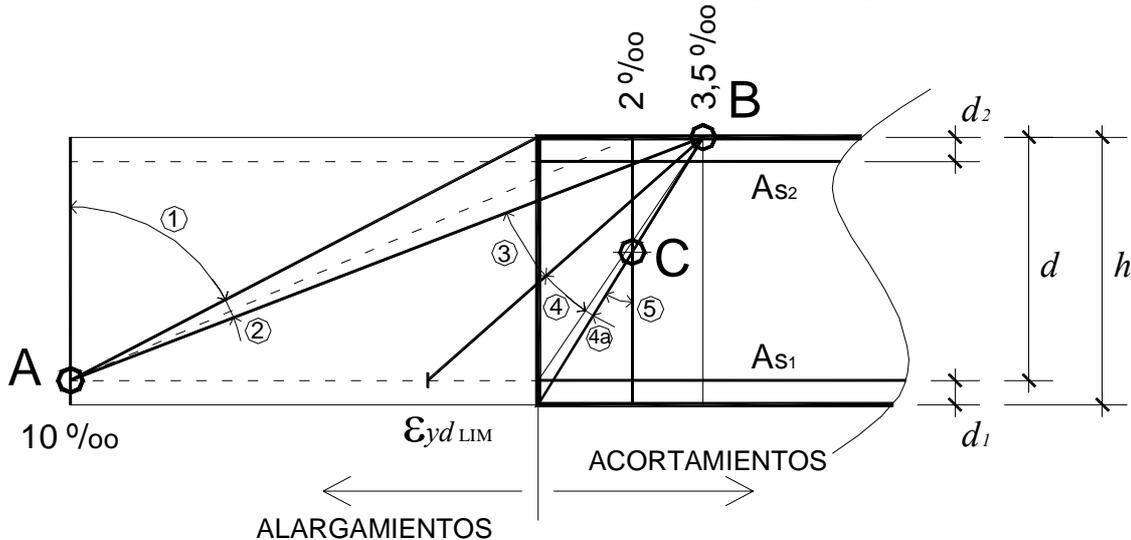
$$\psi = \frac{3 \varepsilon_c - 2}{3 \varepsilon_c} \quad \lambda = \frac{\varepsilon_c (3 \varepsilon_c - 4) + 2}{2 \varepsilon_c (3 \varepsilon_c - 2)}$$

si: $\varepsilon_c = 2\text{‰}$ $\therefore \psi = \frac{2}{3} = 0,6667$; $\lambda = \frac{3}{8} = 0,3756$

si: $\varepsilon_c = 3,5\text{‰}$ $\therefore \psi = \frac{1,7}{2,1} = 0,8095$; $\lambda = \frac{4,95}{11,9} = 0,4160$

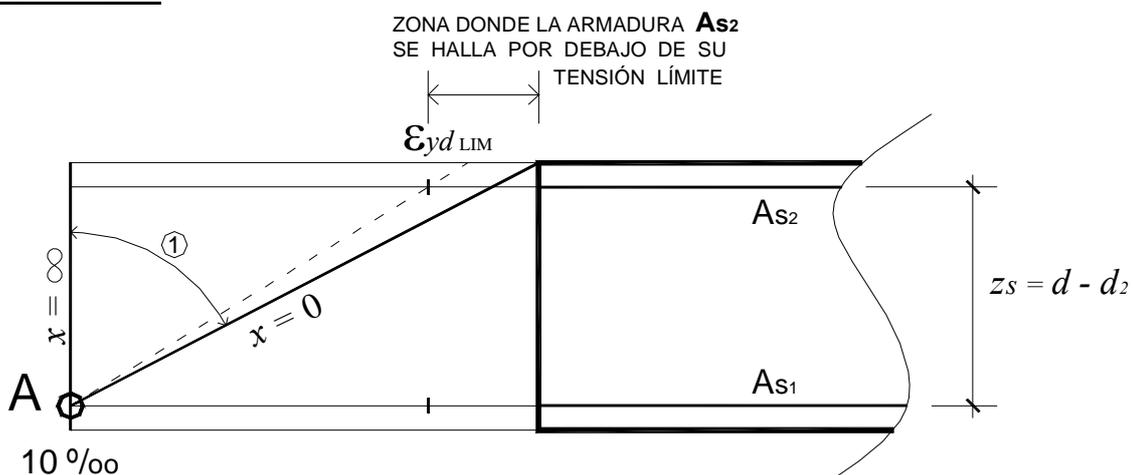
DIAGRAMA DE LOS 3 PIVOTES

Ya vimos que, de acuerdo a lo indicado en la hipótesis e), una sección de hormigón armado puede alcanzar, sometida a solicitaciones normales, distintas situaciones correspondientes al estado límite último de agotamiento resistente. Cada uno de dichos estados está asociado a una posición del plano de deformaciones, definida por la deformación en ciertas fibras características de la sección. Vimos también, de acuerdo a las últimas hipótesis aceptadas por el CEB, las tres formas diferentes de llegar al estado límite último, que originan un “pivoteo” de los planos de deformación posibles alrededor de 3 puntos, creando diferentes zonas o dominios que se sintetizan en el siguiente gráfico:



Pasaremos a detallar cada uno de los dominios.

DOMINIO 1:

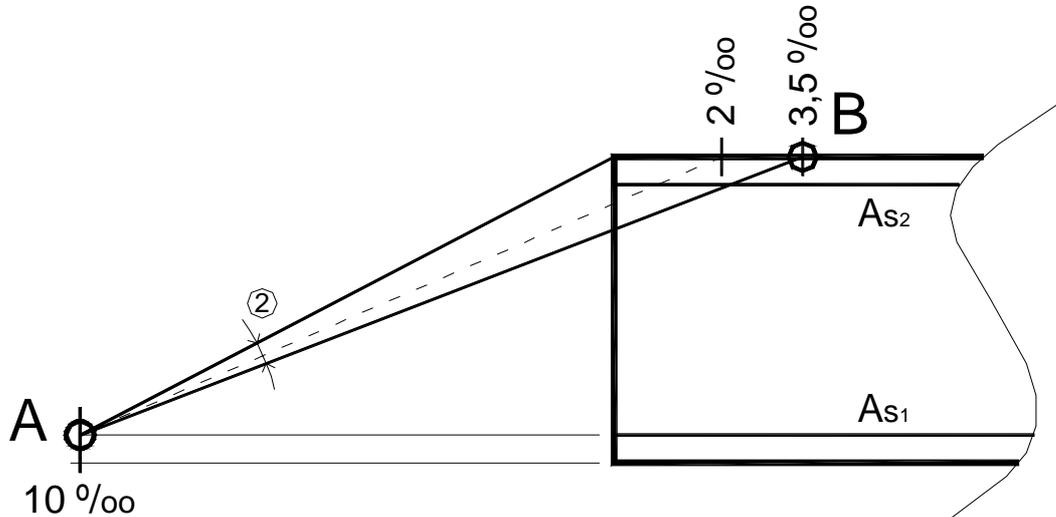


Se caracteriza por estar toda la sección en tracción, alcanzándose en A_{s1} (armadura más traccionada) el valor límite de deformación $\epsilon_s=10\text{‰}$. La sección de hormigón, en razón de la hipótesis b) no colabora, mecánicamente, para resistir la solicitación exterior.

En uno de los límites tenemos la línea neutra en el infinito y ambas armaduras, por igual, resisten una fuerza de tracción en el eje (esfuerzo axial de tracción

pura). En todas las demás posiciones tenemos un esfuerzo axial de tracción con pequeña excentricidad, hasta encontrar la línea neutra al borde de la sección, en el otro extremo del dominio.

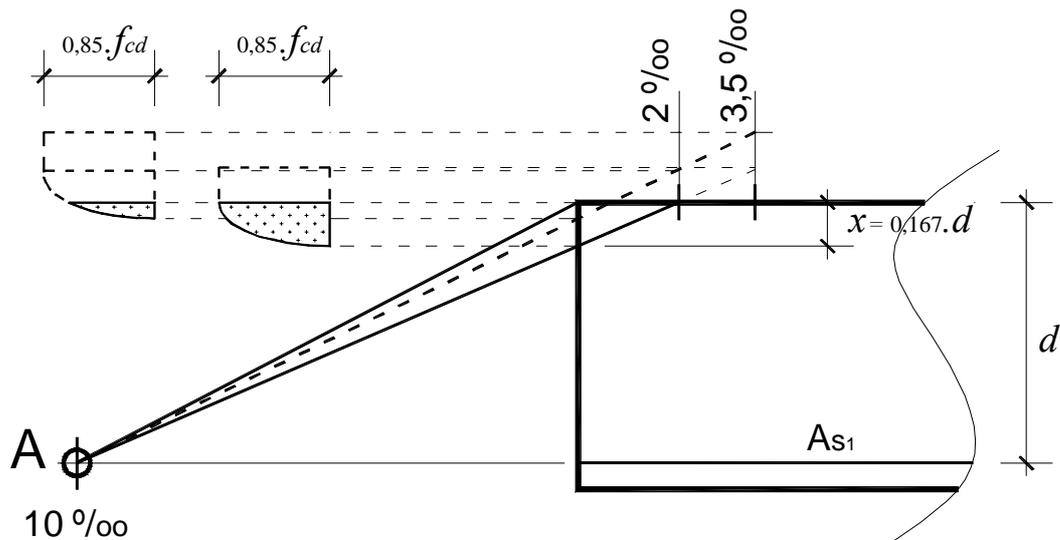
DOMINIO 2:



En este dominio, el plano de deformaciones sigue pivoteando alrededor de A; es decir, el estado límite se caracteriza por estar el acero A_{s1} con su máxima deformación del 10‰ . Las solicitaciones que se corresponden con este dominio son flexión, y presoflexión o tensoflexión con gran excentricidad.

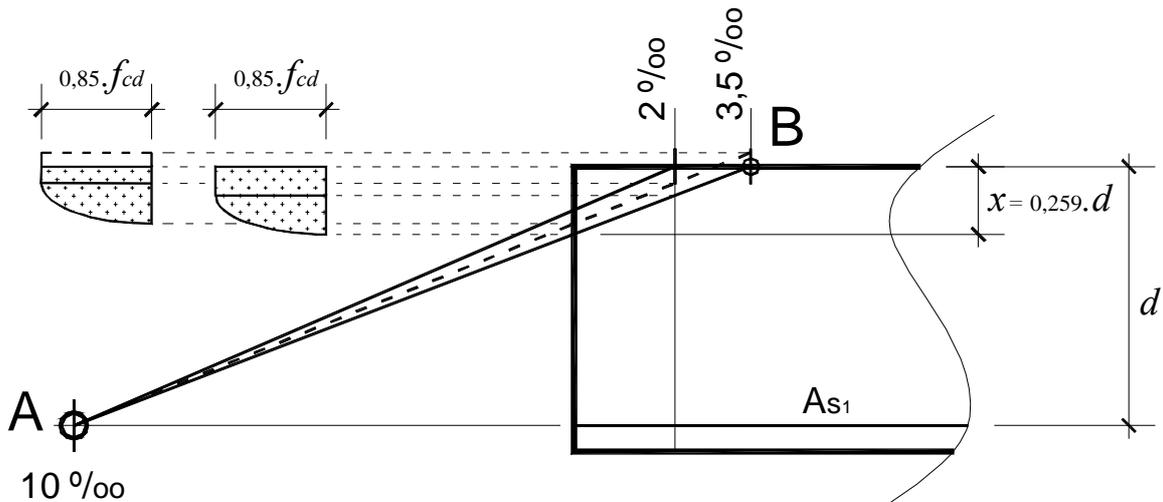
Las deformaciones en el hormigón, a medida que aumenta la profundidad de la línea neutra, van aumentando hasta alcanzar, en el límite del dominio, su valor máximo de $3,5\text{‰}$. De acuerdo a las particularidades del diagrama tensiones-deformaciones del hormigón pueden presentarse dos posibilidades:

l)



Para valores $\varepsilon_c = 2\text{‰}$ obtenemos una profundidad de la línea neutra (por semejanza de triángulos): $x = \frac{1}{6} d = 0,167 \cdot d$

II)



Para valores $\epsilon_c = 3,5 \text{ ‰}$ obtenemos una profundidad para la línea neutra:

$$x = \frac{3,5}{13,5} d = 0,259.d$$

En esta situación límite, se alcanzan simultáneamente las deformaciones límites para el acero (10 ‰) y para el hormigón ($3,5 \text{ ‰}$). Los parámetros correspondientes del volumen de compresiones del hormigón para este límite, son:

$$\psi = 0,8095$$

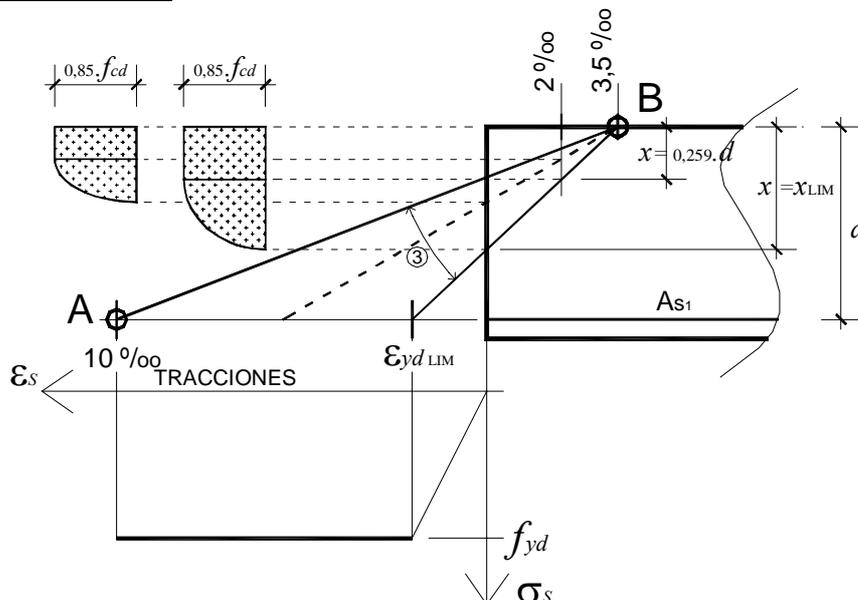
$$\lambda = 0,4160$$

por lo que los valores de resultante de compresiones y su ubicación son:

$$C_c = 0,85 \cdot 0,8095 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} = 0,1782 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$$

$$\lambda \cdot x = 0,4160 \cdot x = 0,4160 \cdot 0,259 \cdot d = 0,1079 \cdot d$$

DOMINIO 3:



En este dominio, el estado límite se alcanza por falla del hormigón en compresión, pues la deformación es del 3,5‰; los distintos planos de deformación pivotean alrededor del punto B, y las solicitaciones correspondientes son flexión, presoflexión y tensoflexión.

Por lo anterior, el diagrama de compresiones sobre el hormigón es el bloque parábola-rectángulo completo, con máxima deformación de 3,5‰.

Los parámetros del volumen de compresiones del hormigón en todo este dominio no varían, y están en función de la profundidad de la línea neutra:

$$0,259.d \leq x \leq x_{LIM}$$

En este dominio las deformaciones del acero A_{s1} se encuentran en la zona recta del diagrama $\sigma-\varepsilon$, paralela al eje de las abscisas, siendo las tensiones correspondientes iguales a su valor máximo f_{yd} . Ya vimos que un límite de este dominio se alcanza con una deformación del acero del 10‰. El otro extremo

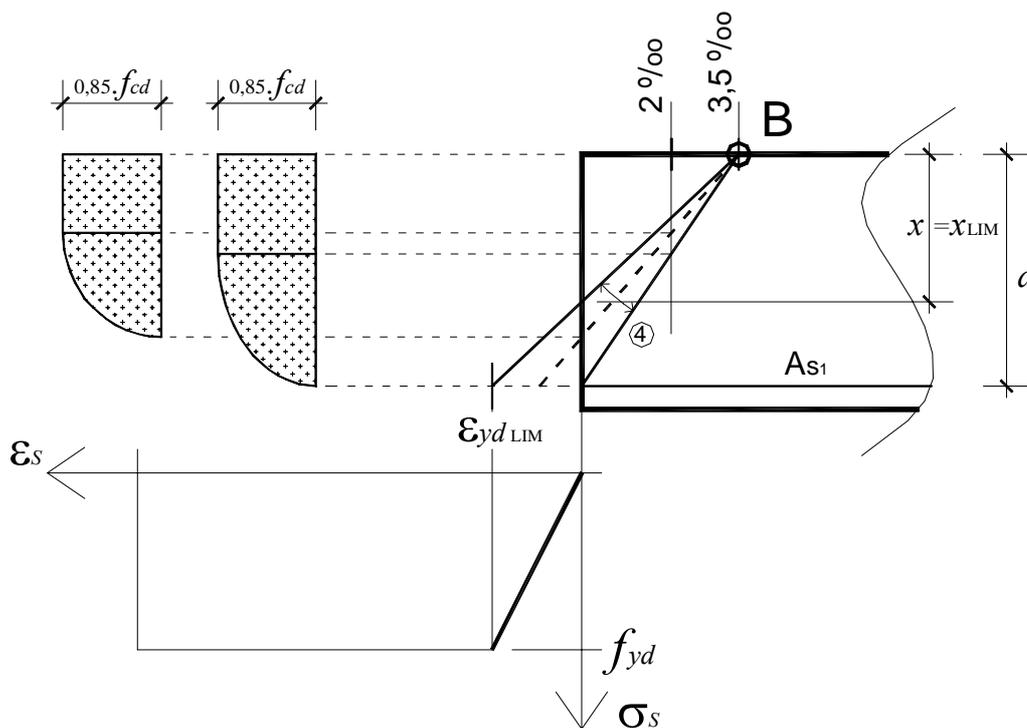
es el límite de la zona elástica del acero, cuya deformación es: $\varepsilon_{ydLIM} = \frac{f_{yd}}{E_s}$

El valor de la línea neutra límite es:

$$x_{LIM} = \left(\frac{0,0035}{0,0035 + \varepsilon_{ydLIM}} \right) d = \left(\frac{0,0035}{0,0035 + \frac{f_{yd}}{E_s}} \right) d$$

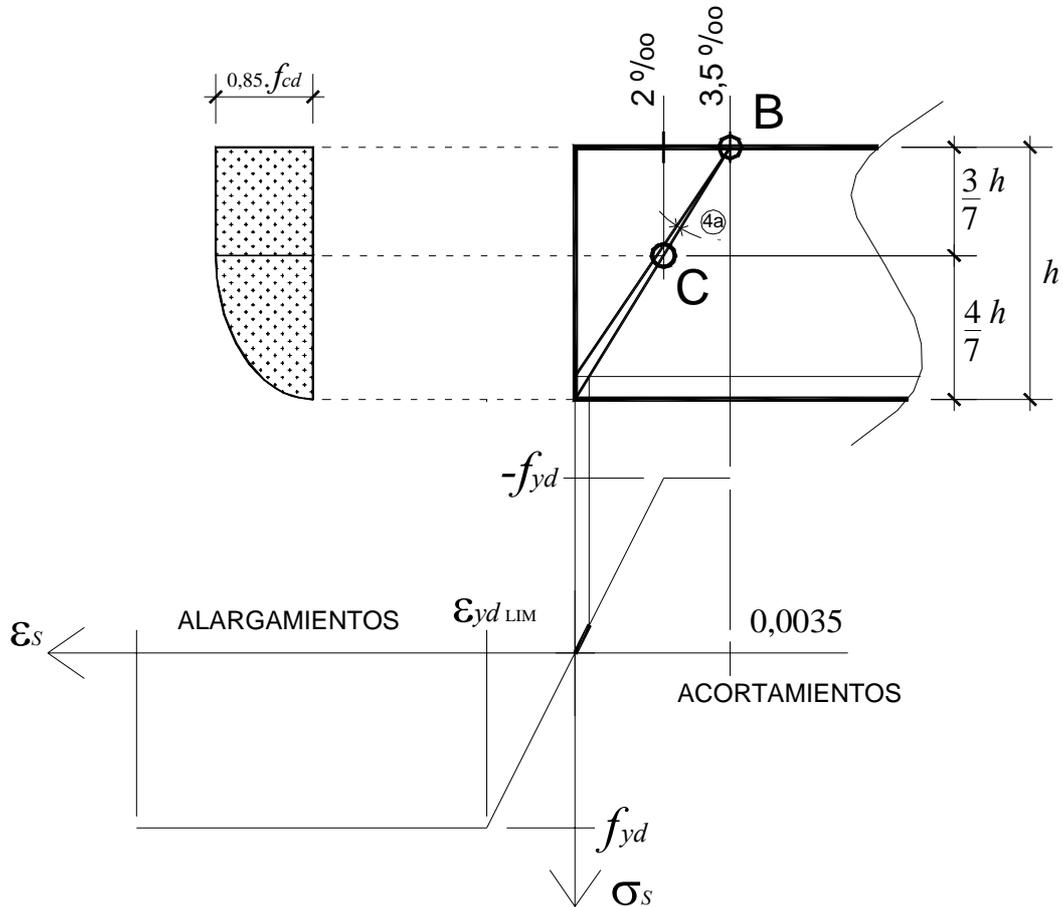
Este último límite del dominio 3, en función del tipo de acero, es una característica de la variante adoptada por el CEB para el diagrama de los 3 pivotes. La norma alemana DIN 1045 y el método simplificado del Momento Tope español, presentan sendas variantes simplificadas en relación a este límite.

DOMINIO 4:



Los planos de deformación pivotean alrededor de B, por lo cual la falla se produce por máxima deformación del hormigón ($3,5‰$). El acero no se encuentra trabajando a su máxima capacidad, y para hallar su tensión debe recurrirse a las ecuaciones de compatibilidad.

DOMINIO 4a:

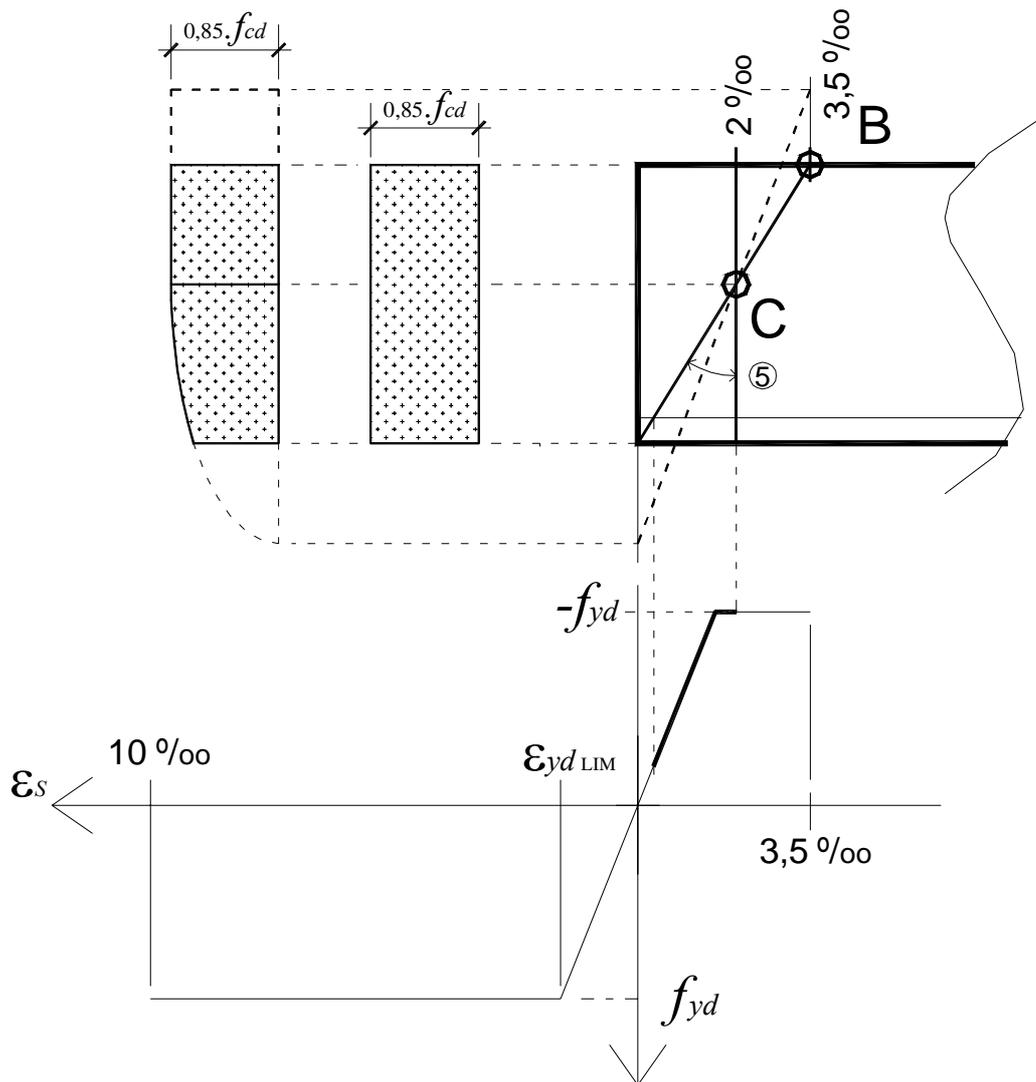


Igual al dominio 4, los planos de deformación pivotean alrededor de B (máximo aprovechamiento del hormigón).

Los valores de la línea neutra están comprendidos entre: $d \leq x \leq h$

y ahora el acero A_{s1} se encuentra sometido a pequeñas compresiones, siendo necesario a los efectos de determinar su tensión, recurrir a las ecuaciones de compatibilidad.

DOMINIO 5



Los distintos planos de deformación pivotean alrededor de C, determinado según se grafica en la figura, y ubicado de acuerdo a semejanza de triángulos. La situación límite está determinada por la falla del hormigón, y la línea neutra

está comprendida entre los valores: $h \leq x \leq \infty$

Las sollicitaciones correspondientes son de compresión compuesta y compresión centrada ($x = \infty$)

En este dominio, al estar toda la sección comprimida, se admite como máximo valor de la deformación del hormigón, acortamientos menores del $3,5 \text{ ‰}$, estando el límite en el 2 ‰ para toda la sección igualmente comprimida.

EN SÍNTESIS

El diagrama de los 3 pivotes es un diagrama que, basado en las hipótesis generales, indica todas las posiciones que adoptan las secciones planas (luego de las deformaciones provocadas por las solicitaciones de axil + flector), en situación tal que provocan en los materiales hormigón o acero una (excepcionalmente, dos) de las tres situaciones de agotamiento resistente.

Es decir, se visualizan las “leyes” que regulan las posiciones de las secciones, en estado límite de agotamiento resistente, sometidas a solicitaciones que provocan tensiones normales (tracción, compresión, presoflexión, tensoflexión, flexión).

En esas situaciones de los planos se procede al estudio de un número finito de secciones (verificación del hormigón, determinación de armaduras, viabilidad, etc.) de los tramos y de la estructura.

Una vez logrado ello, se procede, a través del análisis de “organización de armaduras”, al estudio, indirectamente, de todas las infinitas restantes secciones que, en general, no se corresponderán con una de las posiciones de los planos dentro del diagrama de los 3 pivotes.

SECCIONES RECTANGULARES

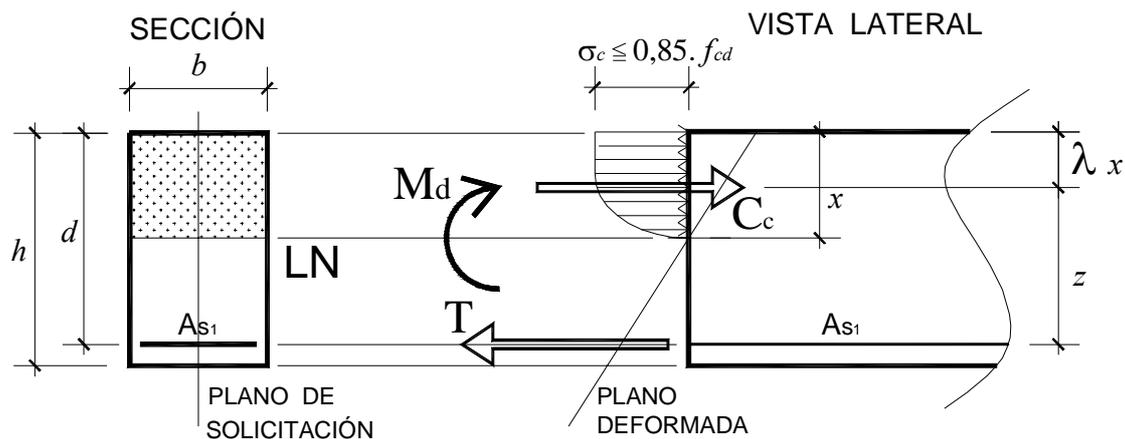
SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A MOMENTO FLECTOR

Se particularizará ahora el estudio a los casos de secciones más frecuentemente utilizados, iniciándolo con secciones rectangulares sometidas a momento flector actuando en un plano de simetría del tramo y de la sección.

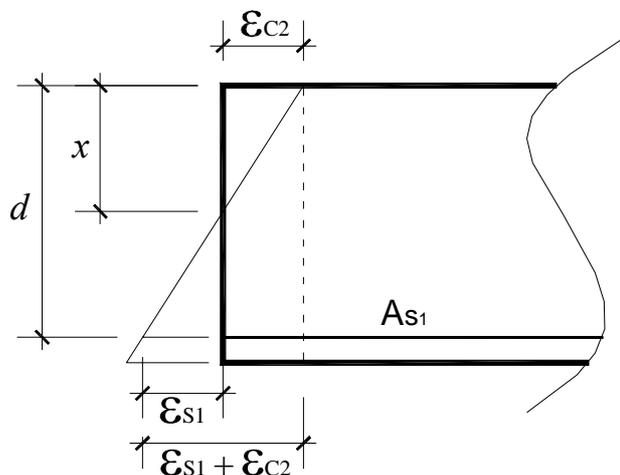
En esta situación tenemos una sollicitación exterior (momento flector) que, para ser resistida por la sección, ésta debe organizarse de tal modo que una parte resista compresiones, y la otra tracciones, de tal modo que conformen un par. Lo anterior implica que estaremos, dentro del diagrama de los 3 pivotes y, en principio, en los dominios 2, 3 ó 4.

Vamos a partir, principalmente de los siguientes datos: sollicitación exterior (M_d), forma exterior de la sección ($b; h$) y calidad de los materiales ($f_{cd}; f_{yd}$). A ellos deben agregarse otros datos: recubrimientos, seguridad, etc. A partir de ellos, y en base a las hipótesis ya expuestas, se deben estudiar las zonas de compresión y de tracción de la sección, determinando la viabilidad o no de la forma proyectada a los efectos de resistir la sollicitación exterior.

Inicialmente, supondremos que las compresiones puede resistirlas solamente el hormigón. La imagen correspondiente se expresa en el siguiente gráfico:



- 1) A los efectos de definir la zona de compresiones, iniciaremos el estudio con la determinación de la profundidad x de la línea neutra (distancia de las fibras más comprimidas hasta las fibras de tensión nula). Nos basamos en la hipótesis c), y por semejanza de triángulos:



$$\frac{x}{\varepsilon_{c2}} = \frac{d}{\varepsilon_{s1} + \varepsilon_{c2}}$$

Por lo tanto: $x = \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{s1} + \varepsilon_{c2}} \cdot d = \delta \cdot d$

Siendo: $\delta = \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{s1} + \varepsilon_{c2}}$

Como se observa de las fórmulas anteriores, la profundidad x de la LN está en función de las deformaciones ε_{c2} y ε_{s1} de los materiales hormigón y acero, respectivamente.

2) Conocida la distancia de la resultante del volumen de compresiones C_c a las fibras más comprimidas: $\lambda \cdot x$ (Pág. 29), se puede determinar el brazo z del par interno:

$$z = d - \lambda \cdot x = d - \lambda \cdot \delta \cdot d = (1 - \lambda \cdot \delta) d = \varphi \cdot d$$

siendo: $\varphi = 1 - \lambda \cdot \delta$

Y aquí también se observa que φ está en función de las deformaciones de los materiales hormigón y acero.

3) Como ya vimos, la resultante de compresiones en el hormigón se determina a través del parámetro ψ (Pág. 29):

$$C_c = 0,85 \cdot \psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd}$$

y su distancia a la fibra más comprimida es : $\lambda \cdot x$.

como : $x = \delta \cdot d$

entonces: $C_c = 0,85 \cdot \psi \cdot \delta \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{vd}$

siendo: $\omega = 0,85 \cdot \psi \cdot \delta$

un valor (función de las deformaciones de los materiales) sin dimensiones, y que afecta a un hipotético volumen de compresiones $b \cdot d \cdot f_{cd}$ (sobre la sección útil del hormigón y con tensión f_{cd}).

4) La resultante de tracciones sobre la armadura A_{s1} , o capacidad mecánica de la armadura traccionada vale: $T = A_{s1} \cdot f_{yd}$

5) La sección resiste la sollicitación exterior (momento flector M_d) desarrollando un par interno (C_c y T distanciados z); por lo tanto:

$$M_d = C_c \cdot z = T \cdot z$$

Estudiando primero el problema de la zona comprimida, tenemos:

$$M_d = Cc \cdot z = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \cdot \varphi \cdot d = \omega \cdot \varphi \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

$$M_d = \mu_d \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

$$\text{Siendo: } \mu_d = \omega \cdot \varphi = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

A este valor, importante por sus aplicaciones prácticas, se le denomina momento adimensional, o relativo, o reducido. Es un parámetro que oficia de coeficiente indicador que expresa el grado de aprovechamiento del hormigón, y también está en función de las deformaciones ε_{c2} y ε_{s1} de los materiales.

6) Respecto al estudio de la zona traccionada, ya vimos en la hipótesis b) que solamente lo resiste la armadura; veremos su determinación:

$$M_d = T \cdot z = A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot \varphi \cdot d \quad \therefore \quad A_{s1} \cdot f_{yd} = \frac{1}{\varphi} \cdot \frac{M_d}{d} = \alpha \frac{M_d}{d} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$$

La última igualdad proviene del hecho que $T = Cc$

De las expresiones se observa que: $\alpha = 1/\varphi$

La armadura A_{s1} se determina dividiendo la capacidad mecánica sobre la tensión de cálculo (o minorada) del acero que corresponda.

De acuerdo a lo estudiado hasta ahora, hemos definido una zona comprimida de hormigón y una zona traccionada, necesarias para resistir un momento exterior.

Debemos encarar hasta qué valor del momento M_d podemos organizar la sección de esa manera: disponiendo solamente hormigón para resistir las compresiones. Para iniciar el razonamiento que nos lleve a la respuesta al problema, supongamos que no tenemos problemas en aumentar la cantidad de acero en tracción.

En principio, y desde el momento que necesitamos una zona comprimida y otra traccionada dentro de la sección, podemos decir que para resistir un momento flector podemos ubicarnos en los dominios 2, 3 ó 4 del diagrama de los 3 pivotes (hipótesis e).

Por otra parte, a medida que aumenta el momento flector la sección, en lo que respecta a la zona comprimida (suponemos que hay acero en cantidad suficiente), se organiza de tal modo que aumenta la profundidad x de la línea neutra; por consiguiente, aumenta Cc y disminuye z , de tal modo que, hasta ciertos límites, va progresivamente aumentando el producto: $Cc \cdot z$.

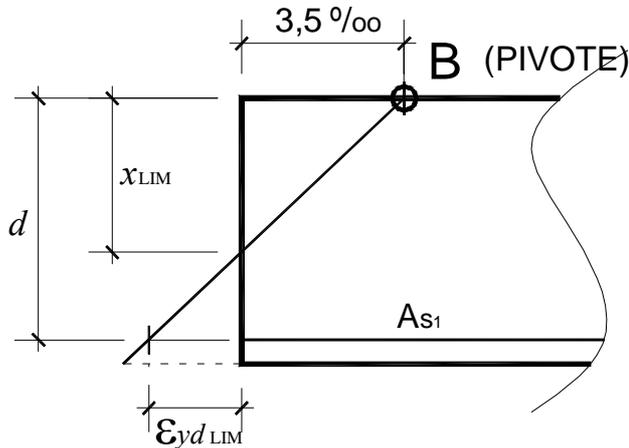
Es lógico pensar (y la experiencia lo demuestra) que si disponemos de acero en tracción en cantidad suficiente, se llegará a un valor del momento flector que conducirá a un fallo (rotura) del hormigón en compresión. Debemos adoptar un criterio para fijar ese valor límite del momento flector.

Vimos al tratar el diagrama de los 3 pivotes, que en el dominio 4, el acero no se encuentra rindiendo al máximo, pues de acuerdo a sus deformaciones se encontraba, en el diagrama tensiones-deformaciones, en el tramo inclinado, que llevaba a que la tensión de cálculo era menor que f_{yd} . Es decir, no hay aprovechamiento máximo de la tensión del acero, lo que lleva a aumentar su

cantidad, con los consiguientes problemas constructivos de hormigonado y económicos.

Por todo lo anterior, es lógico evitar organizar la sección en el dominio 4, en flexión simple.

El CEB propone, como valor límite del momento flector, organizada la sección con sólo hormigón en la zona comprimida, aquel que se deduce para el plano de deformaciones en el límite de los dominios 3 y 4 del diagrama de los 3 pivotes:



Para esta situación límite, definida por las deformaciones:

$$\varepsilon_{c2} = 0,0035$$

$$\varepsilon_{ydLIM} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s \cdot E_s} \quad (\text{Complementar con Pág. 33})$$

pueden hallarse todos los valores vistos anteriormente

$\psi ; \lambda ; \delta ; x ; \varphi ; \omega ; \mu_d$

que, como se observa, están en función de la calidad del acero.

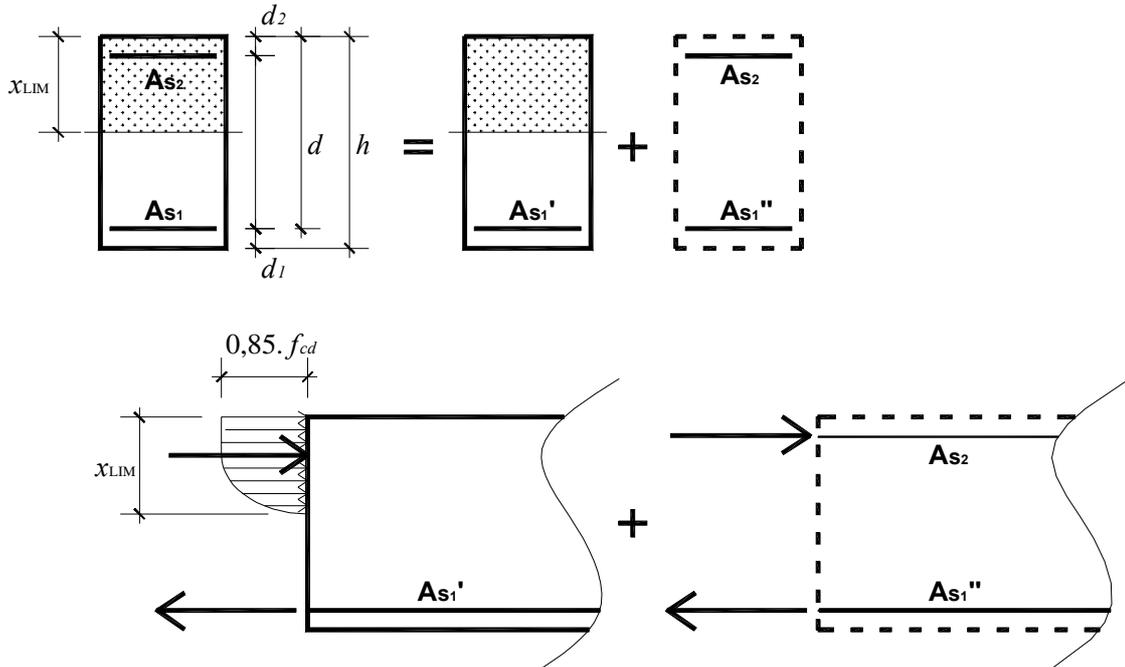
En conclusión, el valor máximo de momento flector M_{dLIM} (momento límite) que puede resistir una sección rectangular, organizada de tal modo que las compresiones las resista solamente el hormigón, es:

$$M_{dLIM} = \mu_{dLIM} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

Para valores del momento exterior: $M_d > M_{dLIM}$, el aumento de resistencia de la zona comprimida se logra a través de la incorporación de acero, a los efectos que, con el correspondiente acero en tracción, se consiga un par interno que resista el saldo de momento exterior:

$$M_s = M_d - M_{dLIM}$$

La imagen correspondiente a esta situación es:



Primeramente se determina la armadura de compresión:

$$M_s = A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot (d - d_2)$$

$$\text{De donde: } A_{s2} \cdot f_{yd} = \frac{M_s}{(d - d_2)} = \frac{(\mu_d - \mu_{dLIM})}{(d - d_2) / d} \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \quad (*)$$

$$\text{y: } A_{s2} = \frac{M_s}{(d - d_2) \cdot f_{yd}} = \frac{M_s}{z_s \cdot f_{yd}}$$

La armadura de tracción se obtiene por superposición: la cantidad necesaria para acompañar el hormigón en compresión, más la cantidad necesaria para acompañar el acero en compresión, a los efectos de lograr sendos pares internos que, sumados, resistan M_d :

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = A'_{s1} \cdot f_{yd} + A''_{s1} \cdot f_{yd}$$

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = \alpha_{LIM} \frac{M_{dLIM}}{d} + A_{s2} \cdot f_{yd}$$

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = \omega_{LIM} \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot f_{yd}$$

(*)

$$A_{s2} \cdot f_{yd} = \frac{M_s}{(d - d_2)} = \frac{(M_d - M_{dLIM})}{(d - d_2)} = \frac{\left(\frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} - \frac{M_{dLIM}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \right) b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}{(d - d_2)} =$$

$$= \frac{(\mu_d - \mu_{dLIM})}{(d - d_2)} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} = \frac{(\mu_d - \mu_{dLIM})}{(d - d_2) / d} \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$$

SECCIONES RECTANGULARES MOMENTO FLECTOR

En base a todas las expresiones vistas hasta ahora, se ha confeccionado una tabla, muy útil para la aplicación en la práctica.

Sintetizaremos la parte operativa:

Se suponen conocidos (datos): las calidades de los materiales, coeficientes de seguridad, momento exterior, forma de la sección, etc.

Se determina primeramente:

$$M_{dLIM} = \mu_{dLIM} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

Y se compara con la sollicitación exterior M_d ; pueden darse tres situaciones:

1) $M_d < M_{dLIM}$

La sección será simplemente armada, no siendo necesaria armadura de compresión: $A_{s2} = 0$

Se determina el momento reducido: $\mu_d = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$

y en la fila correspondiente de la tabla se halla el coeficiente α ó ω (según el procedimiento que se utilice) para determinar la armadura traccionada:

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = \alpha \frac{M_d}{d} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$$

2) $M_d = M_{dLIM}$

En esta situación también es nula la armadura de compresión: $A_{s2} = 0$

De acuerdo al tipo de acero utilizado, se hallan los coeficientes límite correspondientes:

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = \alpha_{LIM} \frac{M_d}{d} = \omega_{LIM} \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$$

3) $M_d > M_{dLIM}$

La sección es doblemente armada:

$$M_s = M_d - M_{dLIM}$$

$$A_{s2} \cdot f_{yd} = \frac{M_s}{(d - d_2)} = \frac{(\mu_d - \mu_{dLIM})}{(d - d_2)/d} \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$$

$$A_{s2} \cdot f_{yd} = \frac{M_s}{(d - d_2)} = \frac{M_s}{z_s}$$

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = \alpha_{LIM} \frac{M_{dLIM}}{d} + A_{s2} \cdot f_{yd}$$

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = \omega_{LIM} \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot f_{yd}$$

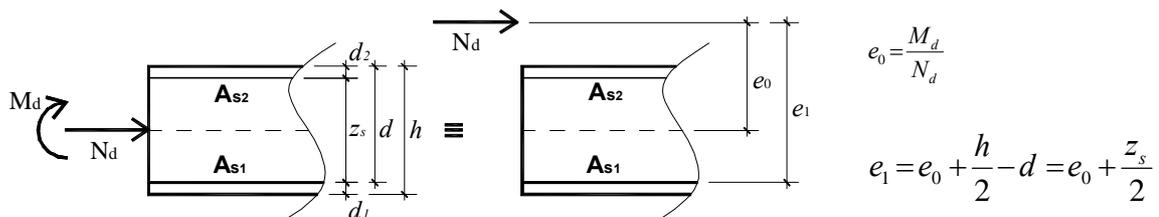
SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A PRESOFLEXIÓN.

Las solicitaciones que actúan sobre la sección son:

- momento flector M_d , referido al centro de la sección;
- esfuerzo axial de compresión N_d ;

que provocan tensiones normales al plano de la sección.

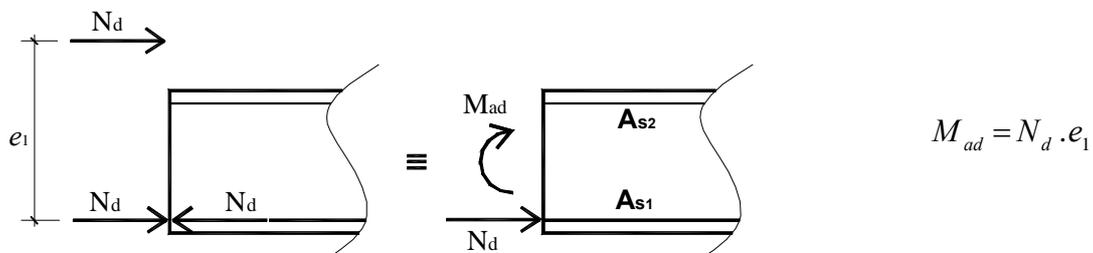
Ambas solicitaciones equivalen a una fuerza única N_d descentrada, de acuerdo a lo que se muestra en la figura siguiente:



Para el caso del hormigón armado, y desde el punto de vista operativo, se distinguen dos situaciones: presoflexión con grandes y con pequeñas excentricidades. Al primero de ellos se lo conoce también como flexión compuesta y al segundo como compresión compuesta.

A) Flexión compuesta (grandes excentricidades)

La característica de este caso lo da el hecho que la armadura A_{s1} se encuentra en tracción. Por esta razón, esta situación se resuelve determinando una imagen lo más similar posible al de la flexión simple. Ello se consigue con el procedimiento de Ehlers, que se indica a continuación:



Se aplican sobre A_{s1} dos fuerzas iguales a N_d y de sentidos contrarios, resultando finalmente la sección sometida a:

- un momento M_{ad} (momento transpuesto) referido a la armadura A_{s1} ;
- y a una fuerza N_d de compresión, aplicada sobre A_{s1} .

Con estas solicitaciones, la sección se estudia de un modo similar al caso de flexión simple, ya visto, pero con dos diferencias: se opera con un momento mayor: $M_{ad} > M_d$, y en las expresiones de la capacidad mecánica de la armadura traccionada ($A_{s1} \cdot f_{yd}$) debe restarse la fuerza N_d , pues es de compresión.

Por tanto, para flexión compuesta resultarán las siguientes expresiones para el estudio de las secciones. Las armaduras que se determinen serán, en general, diferentes ($A_{s1} \neq A_{s2}$), por lo que este tipo de organización se llama sección con armaduras asimétricas.

SECCIONES RECTANGULARES PRESOFLEXIÓN CON GRAN EXCENTRICIDAD

Se determinan previamente los valores:

$$M_{ad} = N_d \cdot e_1 = N_d \left(e_0 + \frac{h}{2} - d_1 \right) = N_d \left(e_0 + \frac{z_s}{2} \right) = N_d \cdot e_0 + 0,5 \cdot N_d \cdot z_s$$

$$M_{dLIM} = \mu_{dLIM} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

y de la comparación entre ellos, pueden darse tres casos:

1) $M_{ad} < M_{dLIM}$

La sección será simplemente armada, no siendo necesaria armadura de compresión: $A_{s2} = 0$

Se determina el momento reducido: $\mu_{ad} = \frac{M_{ad}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$

y en la fila correspondiente de la tabla se halla el coeficiente α ó ω (según el procedimiento que se utilice) para determinar la armadura traccionada:

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = \alpha \frac{M_{ad}}{d} - N_d = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} - N_d$$

2) $M_{ad} = M_{dLIM}$

En esta situación también es nula la armadura de compresión: $A_{s2} = 0$

De acuerdo al tipo de acero utilizado, se hallan los coeficientes límite correspondientes:

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = \alpha_{LIM} \frac{M_{ad}}{d} - N_d = \omega_{LIM} \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} - N_d$$

3) $M_{ad} > M_{dLIM}$

La sección es doblemente armada:

$$A_{s2} \cdot f_{yd} = \frac{M_{ad} - M_{dLIM}}{(d - d_2)} = \frac{M_s}{z_s} = \frac{(\mu_d - \mu_{dLIM})}{(d - d_2)/d} \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$$

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = \alpha_{LIM} \frac{M_{dLIM}}{d} + A_{s2} \cdot f_{yd} - N_d$$

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = \omega_{LIM} \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot f_{yd} - N_d$$

B) Compresión compuesta (pequeñas excentricidades)

Para pequeñas excentricidades algunos autores (y normas) aconsejan organizar la sección con armaduras simétricas ($A_{s1} = A_{s2}$), y es el criterio que vamos a seguir en el curso, por presentar lógicas justificaciones.

La parte operativa de la determinación de las armaduras se realiza por medio de los ábacos o diagramas de interacción, definidos por procedimientos más o menos complejos cuyos detalles no interesan, por el momento, explicitar.

Los diagramas que se presentan son válidos para acero tratado con $f_{yk} = 4200$ daN/cm², y cada ábaco es válido para un determinado recubrimiento de armaduras: $d_2/h = d_1/h$, y los valores determinados son 0,05; 0,10; 0,15. Es válida la interpolación lineal para valores no comprendidos en ellos.

Deben hallarse previamente el axil adimensional, o relativo, o reducido:

$$\nu_d = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$$

Y el momento adimensional, o relativo, o reducido:

$$\mu_d = \frac{N_d \cdot e_0}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \nu_d \cdot \frac{e_0}{h}$$

Y se determina la capacidad mecánica de la armadura:

$$\varpi = \frac{A \cdot f_{yd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$$

Hallándose la armadura que debe disponerse en cada cara:

$$A = \varpi \cdot \frac{b \cdot h \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$$

Debe aclararse que los diagramas presentados abarcan, también, los restantes casos de presoflexión y todos los casos de tensoflexión, a los efectos de lograr una aplicación más generalizada de secciones con armadura simétricas.

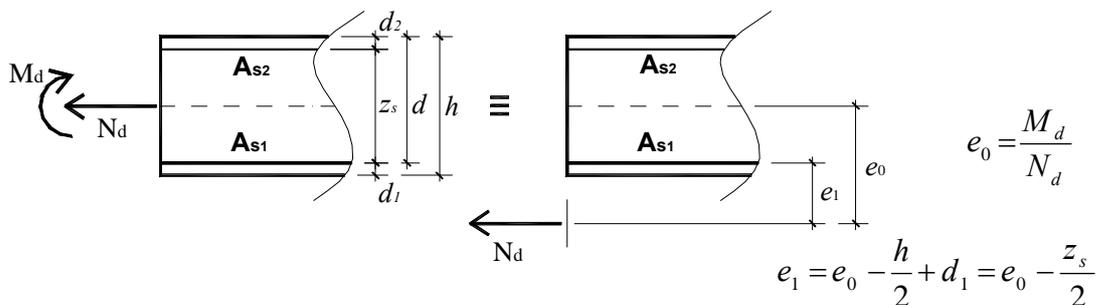
SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A TENSOFLEXIÓN

Las solicitaciones que actúan sobre la sección son:

- momento flector M_d , referido al centro de la sección;
- esfuerzo axial de tracción N_d ;

que provocan tensiones normales al plano de la sección.

Ambas solicitaciones equivalen a una fuerza única N_d descentrada, de acuerdo a lo que se muestra en la figura siguiente:

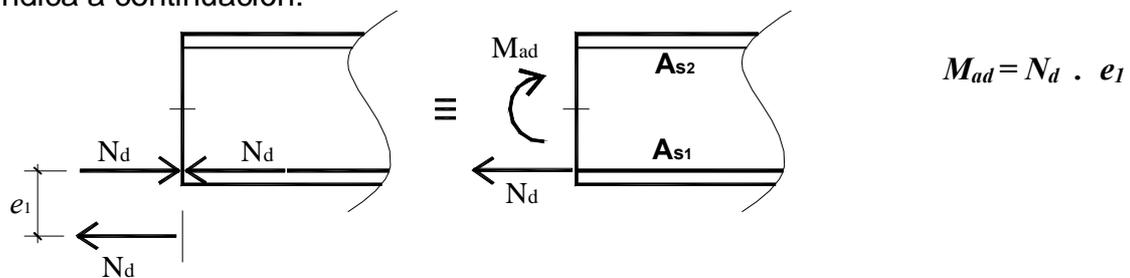


Para el caso del hormigón armado, y desde el punto de vista operativo, se distinguen dos situaciones: tensoflexión con grandes y con pequeñas excentricidades. Al primero de ellos se lo conoce también como flexión compuesta y al segundo como tracción compuesta.

A) Flexión compuesta (grandes excentricidades)

La característica de este caso es que la fuerza única descentrada se encuentra fuera de las armaduras: lo que significa que existe zona de hormigón comprimido.

Esta situación se resuelve determinando una imagen lo más similar posible a la flexión simple. Ello se consigue con el procedimiento de Ehlers, que se indica a continuación:



Se aplican sobre A_{s1} dos fuerzas iguales a N_d y de sentidos contrarios, resultando finalmente la sección sometida a:

- un momento M_{ad} (momento transpuesto) referido a la armadura A_{s1} ;
- y a una fuerza N_d de tracción, aplicada sobre A_{s1} .

Con estas solicitaciones, la sección se estudia de un modo similar al caso de flexión simple, ya visto, pero con dos diferencias: se opera con un momento menor: $M_{ad} < M_d$, y en las expresiones de la capacidad mecánica de la armadura traccionada ($A_{s1} \cdot f_{yd}$) debe sumarse la fuerza N_d , pues es de tracción. Por tanto, para flexión compuesta resultarán las siguientes expresiones para el estudio de las secciones. Las armaduras que se determinen serán diferentes ($A_{s1} \neq A_{s2}$), por lo que este tipo de organización se llama sección con armaduras asimétricas.

SECCIONES RECTANGULARES TENSOFLEXIÓN CON GRAN EXCENTRICIDAD

Se determinan previamente los valores:

$$M_{ad} = N_d \cdot e_1 = N_d \left(e_0 - \frac{h}{2} + d_1 \right) = N_d \left(e_0 - \frac{z_s}{2} \right) = N_d \cdot e_0 - 0,5 \cdot N_d \cdot z_s$$

$$M_{dLIM} = \mu_{dLIM} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

Y de la comparación entre ellos, pueden darse tres casos:

1) $M_{ad} < M_{dLIM}$

La sección será simplemente armada, no siendo necesaria armadura de compresión:

$$A_{s2} = 0$$

Se determina el momento reducido:

$$\mu_{ad} = \frac{M_{ad}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

Y en la fila correspondiente de la tabla se halla el coeficiente α ó ω (según el procedimiento que se utilice) para determinar la armadura traccionada:

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = \alpha \frac{M_{ad}}{d} + N_d = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + N_d$$

2) $M_{ad} = M_{dLIM}$

En esta situación también es nula la armadura de compresión:

$$A_{s2} = 0$$

De acuerdo al tipo de acero utilizado, se hallan los coeficientes límite correspondientes:

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = \alpha_{LIM} \frac{M_{ad}}{d} + N_d = \omega_{LIM} \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + N_d$$

3) $M_{ad} > M_{dLIM}$

La sección es doblemente armada:

$$A_{s2} \cdot f_{yd} = \frac{M_{ad} - M_{dLIM}}{(d - d_2)} = \frac{(\mu_d - \mu_{dLIM})}{(d - d_2) / d} \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$$

$$A_{s2} \cdot f_{yd} = \frac{M_s}{z_s}$$

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = \alpha_{LIM} \frac{M_{dLIM}}{d} + A_{s2} \cdot f_{yd} + N_d$$

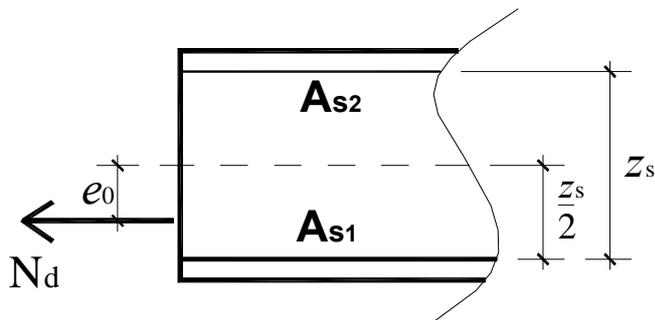
$$A_{s1} \cdot f_{yd} = \omega_{LIM} \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot f_{yd} + N_d$$

B) Tracción compuesta (pequeñas excentricidades)

Para pequeñas excentricidades: $e_0 \leq \frac{z_s}{2}$, de la misma manera que lo expresado al tratarse el tema en presoflexión, se aconseja disponer armaduras simétricas ($A_{s1}=A_{s2}$).

Para determinar las armaduras se utilizan los mismos ábacos de interacción, operándose del mismo modo a lo ya indicado, por lo que no nos detendremos en este aspecto.

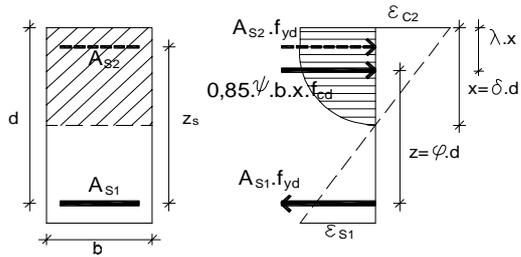
En esta sollicitación, como toda la sección está traccionada, el hormigón no colabora (hipótesis b), y estamos dentro del dominio 1 del diagrama de los 3 pivotes.



SECCIONES RECTANGULARES DE HORMIGÓN ARMADO

gran excentricidad

FLEXIÓN ($N_d=0$) ; PRESOFLEXIÓN ($N_d<0$) ; TENSOFLEXIÓN ($N_d>0$)



$$M_{ad} = M_d - 0,5 \cdot N_d \cdot z_s$$

$$\mu_{ad} = \frac{M_{ad}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_{ad} \leq \mu_{lim}$$

$$A_{s2} = 0$$

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = \alpha \cdot \frac{M_{ad}}{d} + N_d = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + N_d$$

$$\mu_{ad} > \mu_{lim}$$

$$A_{s2} \cdot f_{yd} = \frac{M_{ad} - M_{dlim}}{z_s} = \frac{\mu_{ad} - \mu_{lim}}{z_s/d} \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$$

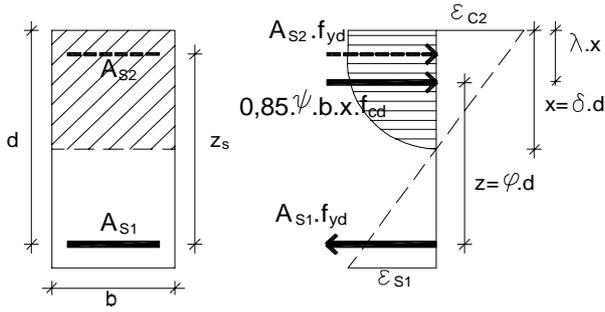
$$A_{s1} \cdot f_{yd} = \alpha_{lim} \cdot \frac{M_{dlim}}{d} + A_{s2} \cdot f_{yd} + N_d = \omega_{lim} \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot f_{yd} + N_d$$

ϵ_{c2}	ϵ_{s1}	ψ	λ	δ	φ	μ_{ad}	ω	α
0.00	10.00	0.000	0.333	0.000	1.000	0.000	0.000	1.000
0.25		0.120	0.337	0.024	0.992	0.002	0.002	1.008
0.50		0.229	0.341	0.048	0.984	0.009	0.009	1.017
0.75		0.328	0.345	0.070	0.976	0.019	0.019	1.025
1.00		0.417	0.350	0.091	0.968	0.031	0.032	1.033
1.25		0.495	0.355	0.111	0.961	0.045	0.047	1.041
1.50		0.563	0.361	0.130	0.953	0.059	0.062	1.049
1.75		0.620	0.368	0.149	0.945	0.074	0.078	1.058
2.00		0.667	0.375	0.167	0.938	0.089	0.094	1.067
2.25		0.704	0.383	0.184	0.930	0.102	0.110	1.076
2.50		0.733	0.391	0.200	0.922	0.115	0.125	1.085
2.75		0.758	0.398	0.216	0.914	0.127	0.139	1.094
3.00		0.778	0.405	0.231	0.907	0.138	0.153	1.103
3.25		0.795	0.411	0.245	0.899	0.149	0.166	1.112
3.50	10.00	0.810	0.416	0.259	0.892	0.159	0.178	1.121
3.50	9.50	0.810	0.416	0.269	0.888	0.165	0.185	1.126
	9.00			0.280	0.884	0.170	0.193	1.132
	8.50			0.292	0.879	0.176	0.201	1.138
	8.00			0.304	0.873	0.183	0.209	1.145
	7.50			0.318	0.868	0.190	0.219	1.153
	7.00			0.333	0.861	0.198	0.229	1.161
	6.50			0.350	0.854	0.206	0.241	1.170
	6.00			0.368	0.847	0.215	0.254	1.181
	5.50			0.389	0.838	0.224	0.268	1.193
	5.00			0.412	0.829	0.235	0.283	1.207
	4.50			0.438	0.818	0.246	0.301	1.222
	4.00			0.467	0.806	0.259	0.321	1.241
	3.50			0.500	0.792	0.272	0.344	1.263
	3.00			0.538	0.776	0.288	0.371	1.289
2.50	0.583	0.757	0.304	0.401	1.320			
2.00	0.636	0.735	0.322	0.438	1.360			

valores limite para acero tratado:

3.50	1.74	0.810	0.416	0.668	0.722	0.332	0.460	1.385
------	------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

SECCIONES RECTANGULARES DE HORMIGÓN ARMADO
gran excentricidad
FLEXIÓN (Nd = 0) ; PRESOFLEXIÓN (Nd < 0) ; TENSOFLEXIÓN (Nd > 0)



$$M_{ad} = M_d - 0,5 \cdot N_d \cdot z_s$$

$$\mu_{ad} = \frac{M_{ad}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_{ad} \leq \mu_{lim}$$

$$\mu_{ad} > \mu_{lim}$$

$$A_{s2} = 0$$

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + N_d$$

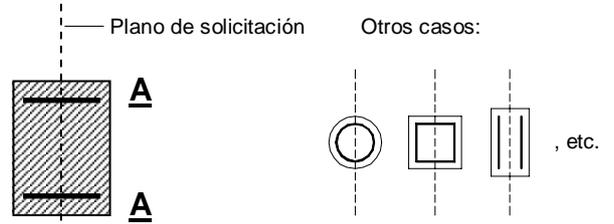
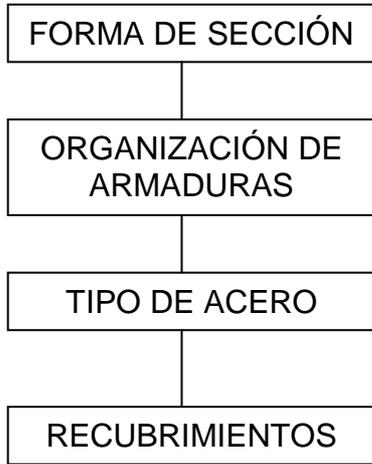
$$A_{s2} \cdot f_{yd} = \frac{M_{ad} - M_{dlim}}{z_s} = \frac{\mu_{ad} - \mu_{lim}}{z_s/d} \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$$

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = \omega_{lim} \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot f_{yd} + N_d$$

μ_{ad}	δ	ω															
0,000	0,000	0,000	0,056	0,126	0,059	0,112	0,196	0,122	0,168	0,276	0,190	0,224	0,389	0,268	0,280	0,519	0,358
0,001	0,012	0,001	0,057	0,127	0,060	0,113	0,198	0,123	0,169	0,278	0,191	0,225	0,391	0,269	0,281	0,521	0,359
0,002	0,024	0,002	0,058	0,129	0,061	0,114	0,199	0,124	0,170	0,280	0,193	0,226	0,393	0,271	0,282	0,524	0,361
0,003	0,027	0,003	0,059	0,130	0,062	0,115	0,200	0,125	0,171	0,282	0,194	0,227	0,395	0,272	0,283	0,526	0,363
0,004	0,031	0,004	0,060	0,131	0,063	0,116	0,201	0,126	0,172	0,284	0,196	0,228	0,397	0,273	0,284	0,529	0,364
0,005	0,034	0,005	0,061	0,133	0,064	0,117	0,203	0,127	0,173	0,286	0,197	0,229	0,399	0,275	0,285	0,531	0,366
0,006	0,038	0,006	0,062	0,134	0,065	0,118	0,204	0,129	0,174	0,288	0,198	0,230	0,402	0,276	0,286	0,533	0,368
0,007	0,041	0,007	0,063	0,135	0,066	0,119	0,205	0,130	0,175	0,290	0,200	0,231	0,404	0,278	0,287	0,536	0,369
0,008	0,045	0,008	0,064	0,136	0,067	0,120	0,207	0,131	0,176	0,292	0,201	0,232	0,406	0,279	0,288	0,538	0,371
0,009	0,048	0,009	0,065	0,138	0,068	0,121	0,208	0,132	0,177	0,294	0,202	0,233	0,408	0,280	0,289	0,541	0,373
0,010	0,050	0,010	0,066	0,139	0,069	0,122	0,209	0,133	0,178	0,295	0,203	0,234	0,410	0,282	0,290	0,544	0,375
0,011	0,052	0,011	0,067	0,140	0,071	0,123	0,211	0,134	0,179	0,297	0,204	0,235	0,412	0,283	0,291	0,546	0,377
0,012	0,055	0,012	0,068	0,141	0,072	0,124	0,212	0,136	0,180	0,299	0,206	0,236	0,414	0,285	0,292	0,549	0,379
0,013	0,057	0,013	0,069	0,143	0,073	0,125	0,213	0,137	0,181	0,301	0,207	0,237	0,417	0,286	0,293	0,552	0,380
0,014	0,059	0,014	0,070	0,144	0,074	0,126	0,215	0,138	0,182	0,302	0,208	0,238	0,419	0,288	0,294	0,555	0,382
0,015	0,061	0,015	0,071	0,145	0,075	0,127	0,216	0,139	0,183	0,304	0,209	0,239	0,421	0,290	0,295	0,558	0,384
0,016	0,063	0,016	0,072	0,146	0,076	0,128	0,217	0,140	0,184	0,306	0,210	0,240	0,424	0,291	0,296	0,561	0,386
0,017	0,066	0,017	0,073	0,148	0,077	0,129	0,219	0,142	0,185	0,308	0,212	0,241	0,426	0,293	0,297	0,563	0,388
0,018	0,068	0,018	0,074	0,149	0,078	0,130	0,220	0,143	0,186	0,310	0,213	0,242	0,429	0,294	0,298	0,566	0,390
0,019	0,070	0,019	0,075	0,150	0,079	0,131	0,221	0,144	0,187	0,312	0,215	0,243	0,431	0,296	0,299	0,569	0,392
0,020	0,072	0,020	0,076	0,151	0,080	0,132	0,223	0,145	0,188	0,314	0,216	0,244	0,433	0,298	0,300	0,572	0,394
0,021	0,074	0,021	0,077	0,153	0,081	0,133	0,224	0,147	0,189	0,316	0,218	0,245	0,436	0,299	0,301	0,575	0,395
0,022	0,075	0,022	0,078	0,154	0,082	0,134	0,226	0,148	0,190	0,318	0,219	0,246	0,438	0,301	0,302	0,577	0,397
0,023	0,077	0,023	0,079	0,155	0,083	0,135	0,227	0,149	0,191	0,320	0,220	0,247	0,440	0,303	0,303	0,580	0,399
0,024	0,079	0,024	0,080	0,156	0,084	0,136	0,228	0,150	0,192	0,322	0,222	0,248	0,442	0,304	0,304	0,583	0,401
0,025	0,081	0,026	0,081	0,157	0,085	0,137	0,230	0,152	0,193	0,324	0,223	0,249	0,445	0,306	0,305	0,586	0,403
0,026	0,082	0,027	0,082	0,159	0,087	0,138	0,231	0,153	0,194	0,326	0,224	0,250	0,447	0,307	0,306	0,589	0,405
0,027	0,084	0,028	0,083	0,160	0,088	0,139	0,232	0,154	0,195	0,327	0,225	0,251	0,449	0,309	0,307	0,592	0,407
0,028	0,086	0,029	0,084	0,161	0,089	0,140	0,234	0,155	0,196	0,329	0,227	0,252	0,451	0,310	0,308	0,595	0,409
0,029	0,088	0,030	0,085	0,162	0,090	0,141	0,235	0,157	0,197	0,331	0,228	0,253	0,454	0,312	0,309	0,598	0,411
0,030	0,089	0,031	0,086	0,163	0,091	0,142	0,236	0,158	0,198	0,333	0,229	0,254	0,456	0,313	0,310	0,601	0,413
0,031	0,091	0,032	0,087	0,165	0,092	0,143	0,237	0,159	0,199	0,335	0,231	0,255	0,458	0,315	0,311	0,604	0,415
0,032	0,092	0,033	0,088	0,166	0,093	0,144	0,239	0,160	0,200	0,337	0,233	0,256	0,460	0,316	0,312	0,607	0,417
0,033	0,094	0,034	0,089	0,167	0,094	0,145	0,240	0,161	0,201	0,339	0,234	0,257	0,463	0,318	0,313	0,610	0,420
0,034	0,095	0,035	0,090	0,168	0,095	0,146	0,241	0,162	0,202	0,342	0,235	0,258	0,465	0,319	0,314	0,612	0,422
0,035	0,097	0,036	0,091	0,170	0,096	0,147	0,242	0,164	0,203	0,344	0,237	0,259	0,467	0,321	0,315	0,615	0,424
0,036	0,098	0,037	0,092	0,171	0,097	0,148	0,244	0,165	0,204	0,346	0,238	0,260	0,470	0,323	0,316	0,618	0,426
0,037	0,100	0,038	0,093	0,172	0,098	0,149	0,245	0,166	0,205	0,348	0,240	0,261	0,472	0,325	0,317	0,621	0,428
0,038	0,101	0,040	0,094	0,174	0,099	0,150	0,246	0,167	0,206	0,350	0,241	0,262	0,475	0,326	0,318	0,624	0,430
0,039	0,102	0,041	0,095	0,175	0,101	0,151	0,248	0,168	0,207	0,352	0,242	0,263	0,477	0,328	0,319	0,627	0,432
0,040	0,104	0,042	0,096	0,176	0,103	0,152	0,249	0,170	0,208	0,354	0,244	0,264	0,480	0,330	0,320	0,630	0,434
0,041	0,105	0,043	0,097	0,177	0,104	0,153	0,251	0,171	0,209	0,356	0,245	0,265	0,482	0,332	0,321	0,633	0,436
0,042	0,107	0,044	0,098	0,179	0,105	0,154	0,252	0,172	0,210	0,358	0,247	0,266	0,485	0,333	0,322	0,636	0,438
0,043	0,108	0,045	0,099	0,180	0,106	0,155	0,253	0,173	0,211	0,360	0,248	0,267	0,487	0,335	0,323	0,639	0,440
0,044	0,110	0,046	0,100	0,181	0,108	0,156	0,255	0,174	0,212	0,362	0,250	0,268	0,490	0,337	0,324	0,642	0,442
0,045	0,111	0,047	0,101	0,183	0,109	0,157	0,256	0,176	0,213	0,364	0,251	0,269	0,492	0,339	0,325	0,646	0,445
0,046	0,112	0,048	0,102	0,184	0,110	0,158	0,258	0,177	0,214	0,366	0,253	0,270	0,495	0,340	0,326	0,649	0,447
0,047	0,114	0,049	0,103	0,185	0,111	0,159	0,259	0,178	0,215	0,368	0,254	0,271	0,497	0,342	0,327	0,652	0,449
0,048	0,115	0,050	0,104	0,186	0,112	0,160	0,261	0,179	0,216	0,370	0,256	0,272	0,500	0,344	0,328	0,655	0,451
0,049	0,116	0,051	0,105	0,188	0,113	0,161	0,262	0,180	0,217	0,373	0,257	0,273	0,502	0,346	0,329	0,658	0,453
0,050	0,118	0,052	0,106	0,189	0,115	0,162	0,264	0,182	0,218	0,375	0,259	0,274	0,505	0,347	0,330	0,662	0,456
0,051	0,119	0,053	0,107	0,190	0,116	0,163	0,266	0,183	0,219	0,377	0,260	0,275	0,507	0,349	0,331	0,665	0,458
0,052	0,121	0,055	0,108	0,191	0,117	0,164	0,267	0,184	0,220	0,380	0,262	0,276	0,510	0,351	0,332	0,668	0,460
0,053	0,122	0,056	0,109	0,193	0,118	0,165	0,269	0,185	0,221	0,382	0,263	0,277	0,512	0,352			
0,054	0,123	0,057	0,110	0,194	0,119	0,166	0,271	0,187	0,222	0,384	0,265	0,278	0,514	0,354			
0,055	0,125	0,058	0,111	0,195	0,120	0,167	0,273	0,188	0,223	0,387	0,266	0,279	0,517	0,356			

DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN

En función de:

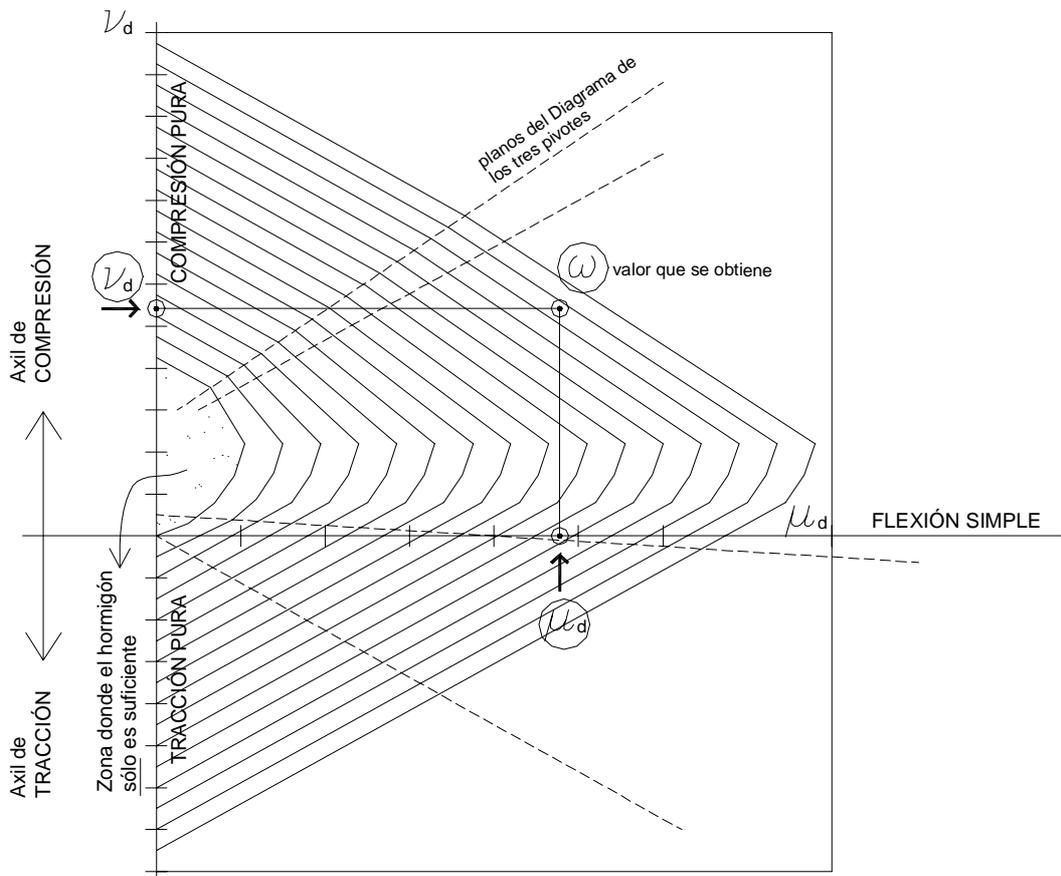


$$f_{yk} = 4.200 \text{ daN/cm}^2$$

$$\frac{d_1}{h} = \frac{d_2}{h} = \begin{cases} 0,05 \rightarrow \text{Ábaco 1} \\ 0,10 \rightarrow \text{Ábaco 2} \\ 0,15 \rightarrow \text{Ábaco 3} \end{cases}$$

En cada uno de los ábacos se obtiene ω

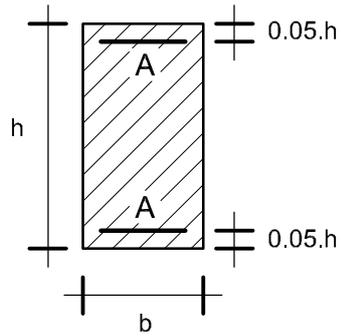
$\omega = [\text{función de: } \nu_d; \mu_d]$



$$\text{De: } \omega = \frac{A \cdot f_{yd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} \rightarrow A = \omega \cdot \frac{b \cdot h \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$$

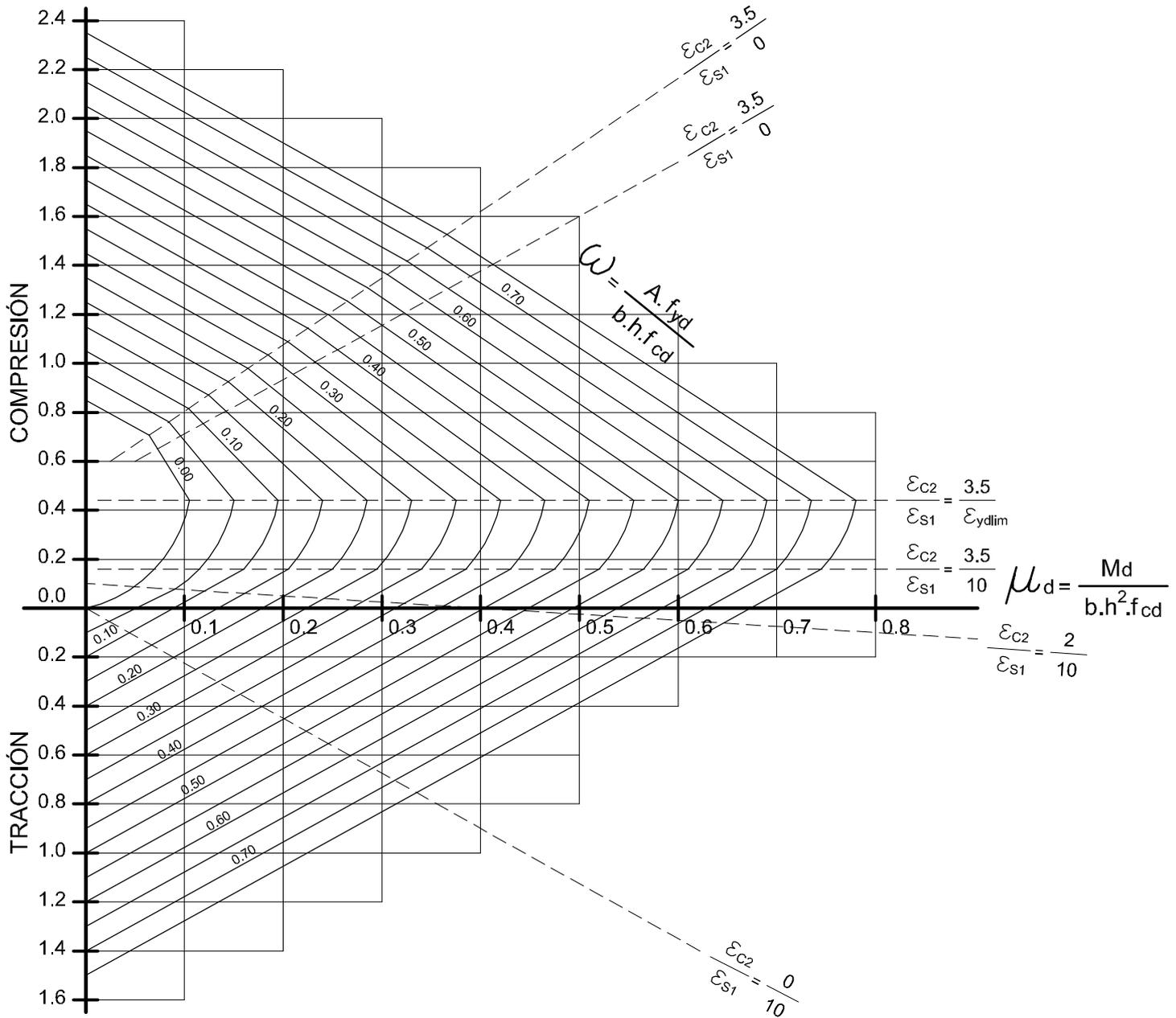
SECCIONES RECTANGULARES DE HORMIGÓN ARMADO

PRESO Y TENSO FLEXIÓN
ARMADURAS SIMÉTRICAS



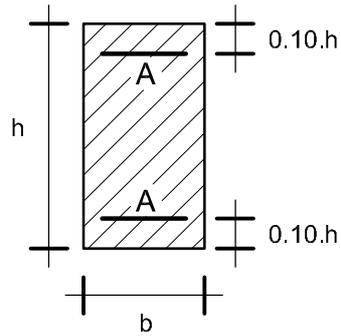
$$f_{yk} = 4200 \text{ daN/cm}^2$$

$$\nu_d = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$$



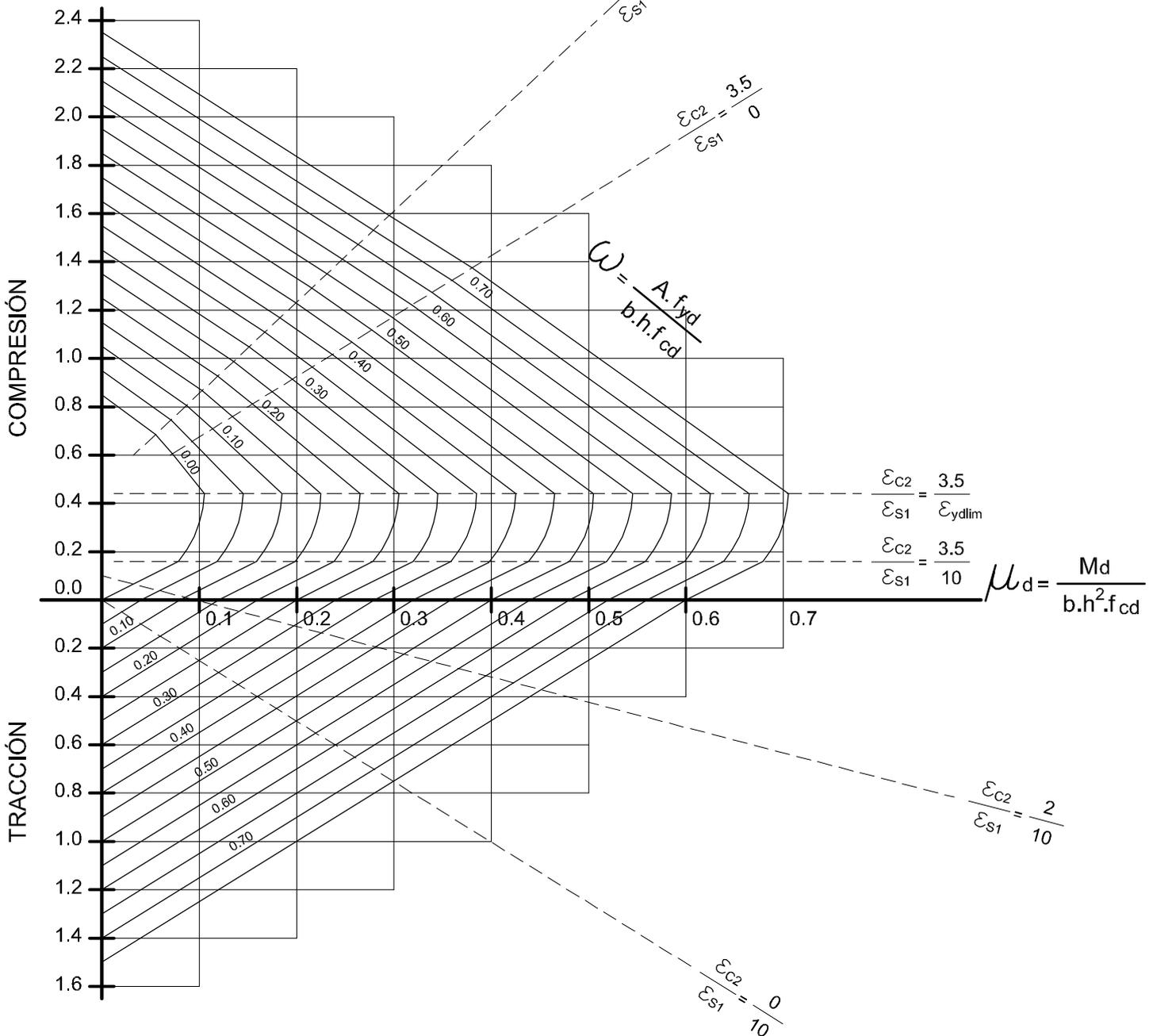
SECCIONES RECTANGULARES DE HORMIGÓN ARMADO

PRESO Y TENSO FLEXIÓN
ARMADURAS SIMÉTRICAS



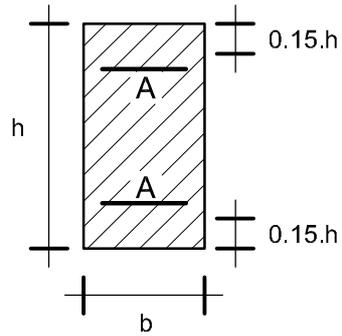
$$f_{yk} = 4200 \text{ daN/cm}^2$$

$$\nu_d = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$$



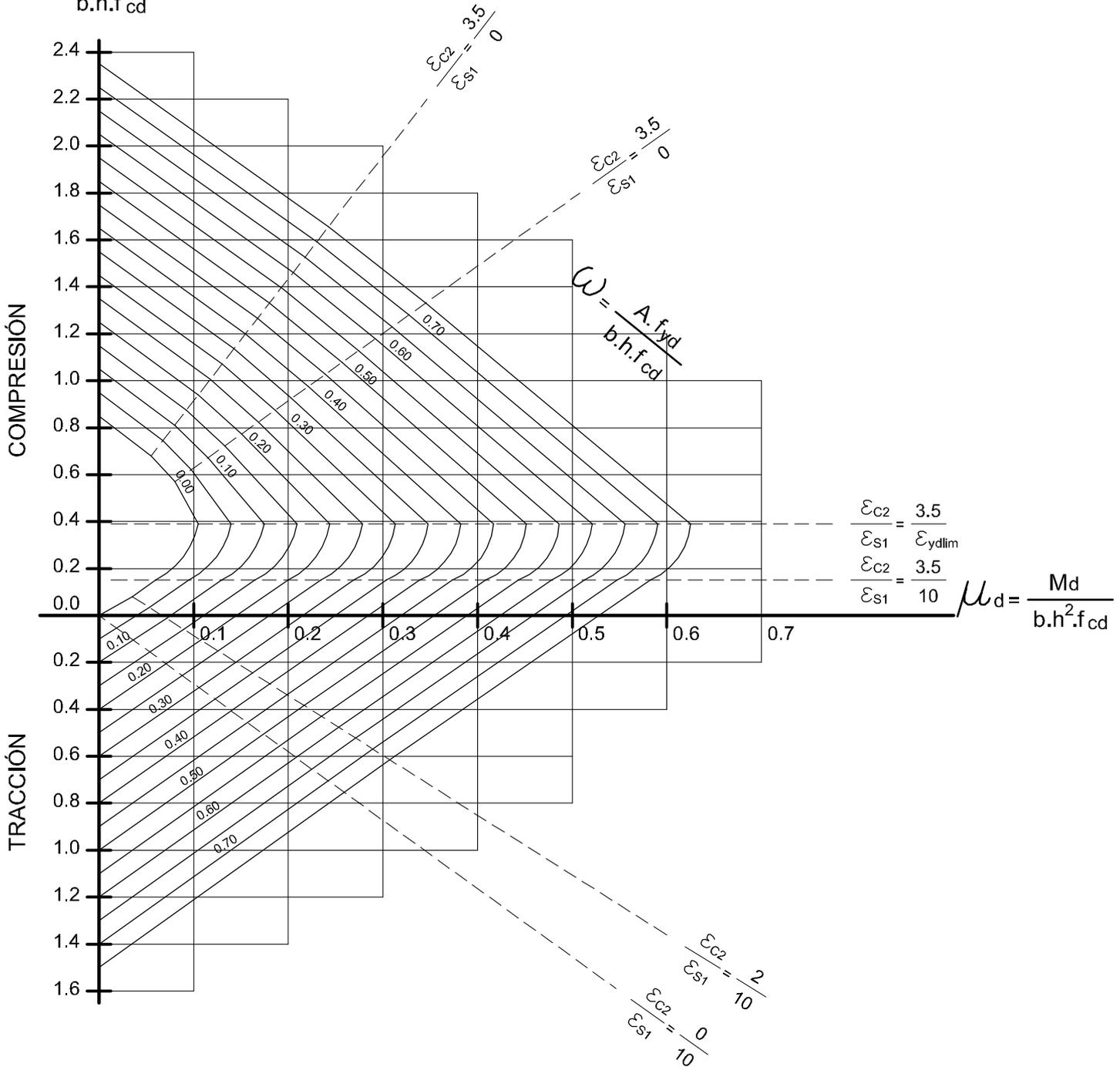
SECCIONES RECTANGULARES DE HORMIGÓN ARMADO

PRESO Y TENSO FLEXIÓN
ARMADURAS SIMÉTRICAS



$$f_{yk} = 4200 \text{ daN/cm}^2$$

$$\nu_d = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$$



SÍNTESIS DE CRITERIOS PARA ESTUDIO DE SECCIONES RECTANGULARES DE HORMIGÓN ARMADO

Lo veremos para solicitaciones de flexión simple, presoflexión y tensoflexión.

1. FLEXIÓN SIMPLE

Por naturaleza, la flexión simple es un caso de gran excentricidad.

Podemos definir esta solicitación como la acción de una fuerza única descentrada, con intensidad que tiende a cero (suficientemente pequeña), y con excentricidad que tiende a infinito (suficientemente alejada).

En la práctica se opera en los dominios 2 y 3 del diagrama de los 3 pivotes.

2. PRESOFLEXIÓN

En presoflexión definiremos dos situaciones, que se distinguen por la solicitación de A_{s1} :

a) A_{s1} en tracción; es decir existirá una zona comprimida y una zona traccionada. Este caso se llama de **gran excentricidad**, y se organizará con **armaduras asimétricas** (armaduras no condicionadas).

Para esta situación se utiliza el artificio de **Ehlers**, que consiste en asimilarlo lo más posible a una situación de flexión simple (resultando con dos diferencias).

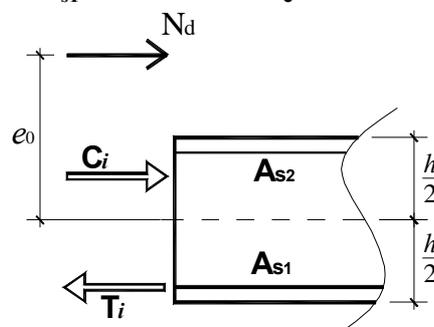
Corresponde a los dominios 2, 3 ó 4 del diagrama de los 3 pivotes.

b) A_{s1} en compresión; es decir, toda la sección comprimida. Este caso se llama de pequeña excentricidad, y se organizará la sección con **armaduras simétricas** ($A_{s1} = A_{s2}$), determinando las mismas a través de los **diagramas de interacción**.

Esta situación corresponde al dominio 5 del diagrama de los 3 pivotes.

Corresponde establecer un criterio para que, con los datos disponibles al inicio del estudio de la sección, pueda distinguirse cuándo estamos en un caso o en otro. Es lo que se verá a continuación.

a) Se demuestra que si la fuerza única descentrada está fuera de la sección, estamos en casos de A_{s1} en tracción: $e_0 > h/2$.



Ello es así por equilibrio de fuerzas (descomposición de una fuerza en dos direcciones paralelas, estando la resultante fuera de las componentes): siendo N_d de compresión, T_i debe ser de tracción.

b) Para la fuerza única descentrada dentro de la sección: $e_0 \leq h/2$

Se demuestra que, de acuerdo a los valores relativos de N_d , pueden resultar los dos casos de presoflexión (A_{s1} en tracción o en compresión).

Para estas situaciones, si A_{s1} está en tracción, tendremos valores pequeños de flector, resultando valores bajos de A_{s1} (cercanos a los de cuantía mínima).

Por lo anterior, extraemos un criterio práctico y sencillo para definir el modo de organizar la sección y las armaduras en presoflexión:

- $e_0 > h/2$ gran excentricidad (fuerza única descentrada fuera de la sección)

A_{s1} estará siempre en tracción; se organizará con armaduras asimétricas, utilizando el artificio de Ehlers.

- $e_0 \leq h/2$ pequeña excentricidad (fuerza única descentrada dentro de la sección)

Se organizará la sección con armaduras simétricas, utilizando los diagramas o ábacos de interacción.

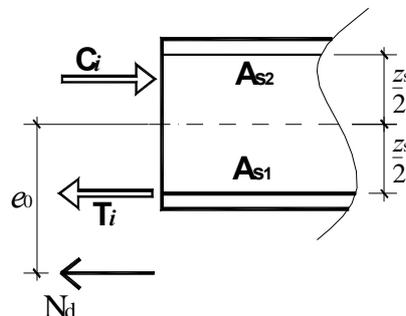
En presoflexión, y definida la posición de la fuerza única descentrada, quedan unívocamente determinadas A_{s1} y A_{s2} : A_{s1} será la armadura traccionada o la menos comprimida, según los casos; A_{s2} será la otra.

3. TENSOFLEXIÓN

Para tensoflexión, también tendremos dos casos, pero ahora quien diferenciará ambos, será la existencia o no de zona comprimida dentro de la sección.

a) para fuerza única descentrada fuera de las armaduras: $e_0 > z_s/2$, se

demuestra también por equilibrio de fuerzas, que debe existir zona comprimida en la sección:



Al existir zona comprimida y zona traccionada en la sección, se aplicará el artificio de Ehlers, buscando una imagen lo más similar posible a la flexión simple (que resultará con dos diferencias). Este caso es de gran excentricidad, y se organizará con armaduras asimétricas.

Corresponde esta situación a los dominios 2, 3 ó 4 del diagrama de los 3 pivotes.

b) Para la fuerza única descentrada entre las armaduras: $e_0 \leq z_s/2$, tendremos casos de pequeñas excentricidades, y toda la sección estará traccionada; por consiguiente, el hormigón no colabora, y solamente las armaduras resistirán la sollicitación exterior.

Esta situación corresponde al dominio 1 del diagrama de los 3 pivotes.

De la misma manera que en presoflexión, este caso de tensoflexión con pequeña excentricidad lo resolveremos con armaduras simétricas, utilizando los diagramas de interacción.

Síntesis de estudio de secciones en tensoflexión;

- $e_0 > z_s/2$ gran excentricidad (fuerza única descentrada fuera de las armaduras)

Hay zona comprimida y zona traccionada, y se organizará con armaduras asimétricas, utilizando el artificio de Ehlers.

- $e_0 \leq z_s/2$ pequeña excentricidad (fuerza única descentrada entre las armaduras)

Toda la sección está traccionada; se organizarán las armaduras simétricamente, utilizando los diagramas o ábacos de interacción.

En tensoflexión, y definida la posición de la fuerza única descentrada, quedan unívocamente determinadas A_{s1} y A_{s2} : A_{s2} será la armadura comprimida o la menos traccionada, según los casos; A_{s1} será la otra.

SECCIONES NERVADAS

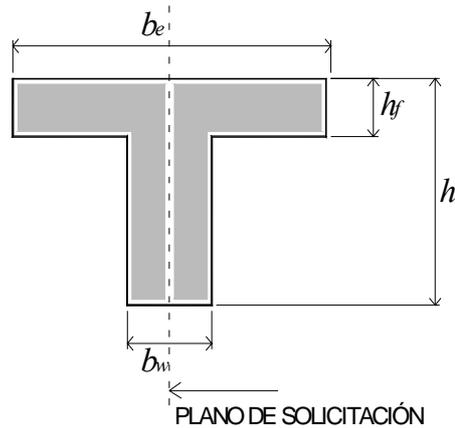
SECCIONES NERVADAS

DETERMINACIÓN DE LA SECCIÓN

Las secciones nervadas están compuestas de una zona de **ALMA** y otra de **ALA**. Pueden presentarse distintas posibilidades:



Convendremos la siguiente notación, para un caso general:



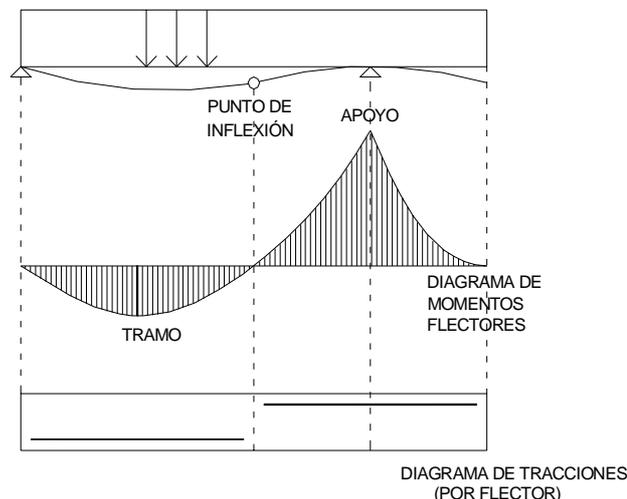
Siendo:

- b_e ancho del ala
- b_w ancho del alma
- h altura total
- h_f espesor del alma

Desde el punto de vista mecánico, serán secciones nervadas aquellas en las cuales la zona de las alas se encuentra comprimida.

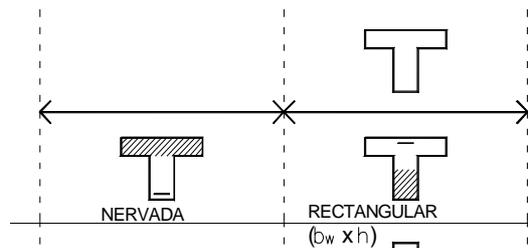
En caso que la zona comprimida corresponda a la zona de alma (la opuesta a las alas), la sección se estudiará como rectangular ($b_w \times h$), puesto que las alas están traccionadas, y por hipótesis, se desprecia el hormigón en tracción, cualquiera sea su forma.

A) Veremos algunas situaciones sencillas, de tramos en **flexión simple**:

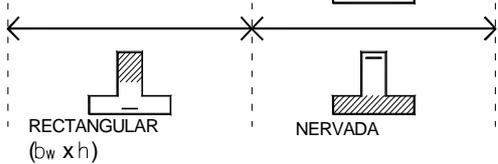


De acuerdo a lo indicado anteriormente, veremos dos disposiciones para una sección nervada, y el modo de estudio de la misma en las distintas zonas:

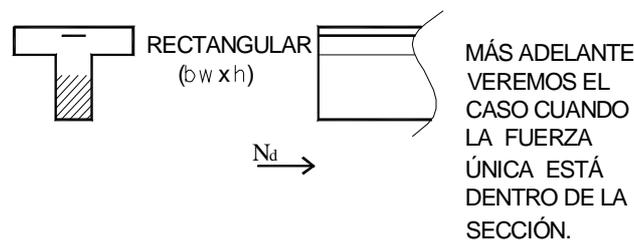
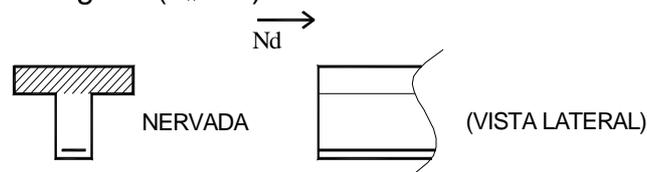
Disposición I:



Disposición II:

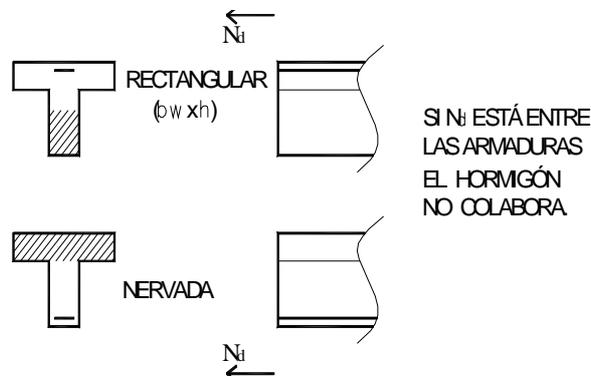


B) En secciones sometidas a **presoflexión**, serán estudiadas como nervadas aquellas en las cuales la fuerza única descentrada se encuentre del lado de las alas, tal como se muestra en la figura siguiente; en caso contrario, será estudiada como rectangular ($b_w \times h$):



MÁS ADELANTE VEREMOS EL CASO CUANDO LA FUERZA ÚNICA ESTÁ DENTRO DE LA SECCIÓN.

C) En secciones sometidas a **tensoflexión**, serán estudiadas como nervadas aquellas en las cuales la fuerza única descentrada se encuentre del lado opuesto a las alas, en caso contrario, cuando la fuerza única descentrada se encuentre del lado opuesto a las alas, la sección se estudiará como rectangular ($b_w \times h$):



SI N_d ESTÁ ENTRE LAS ARMADURAS EL HORMIGÓN NO COLABORA.

Veremos a continuación determinantes y modos de definición de las dimensiones, h_f y b_e , características de la sección nervada.

1) En lo relativo al valor del espesor del ala (h_f), se exigen dos condiciones, simultáneas, para el caso de tramos lineales (no es válido para losas nervadas).

Una de ellas es de dimensiones, para que se garantice un buen hormigón (dada la gran contribución resistente del ala), y la otra condición se refiere a un problema de proporciones:

$$h_f \geq 7\text{cm}$$

$$\frac{h_f}{h} \geq 0,10$$

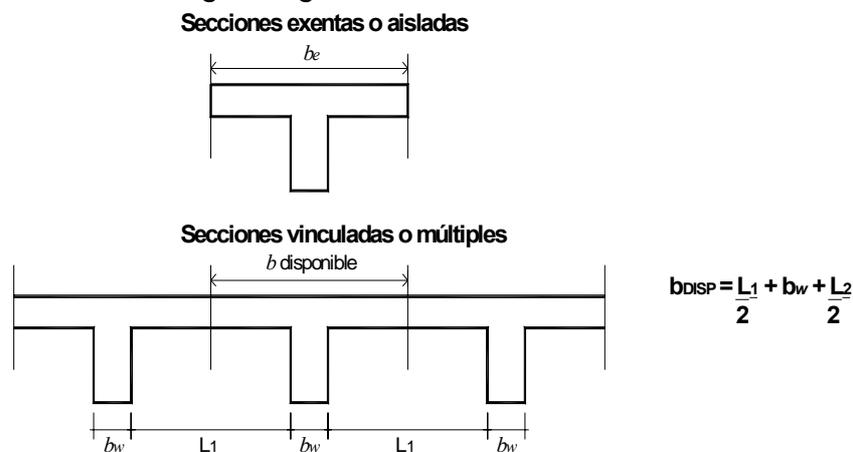
(según Norma UNIT 1050:2001)

Cabe aclarar que ambos se refieren a criterios aplicados desde hace tiempo, y son discutibles. Por ejemplo, el CEB presenta tablas con valores hasta: $h_f = 0,05 \cdot d$.

Si una (o las dos condiciones) no se cumple, aún cuando la zona comprimida corresponda a la de las alas, debe estudiarse la sección como rectangular de dimensiones ($b_w \cdot h$).

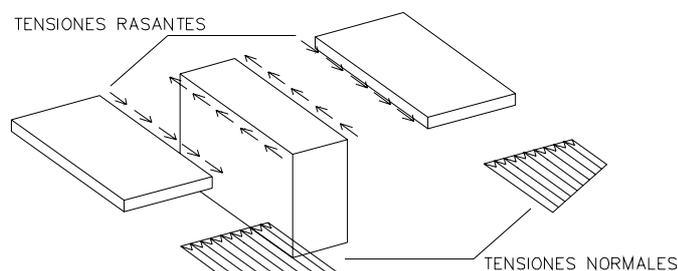
2) Respecto a la definición del valor del ancho de las alas (b_w), el problema es sumamente complejo, y al momento actual existen varios criterios para resolverlo.

A grandes rasgos, podemos considerar dos tipos de secciones nervadas, que se esquematizan en la figura siguiente:



Por otra parte, sabemos por la teoría clásica, las tensiones normales, en una sección sometida a momento flector, son proporcionales a la distancia a la línea neutra (válido para secciones homogéneas)

Sin embargo, si el ancho es grande (caso de secciones nervadas), las zonas de las alas más alejadas del alma, contribuirán en menor medida a resistir el momento flector, por lo que la viga será menos resistente que lo que la anterior teoría indicada establecía.



El hecho de que las tensiones normales no se distribuyan uniformemente está motivado por la aparición de las tensiones rasantes en la unión ala-alma. Estas tensiones rasantes aparecen porque deben compatibilizarse los desplazamientos de las alas y el alma. Se define el **ANCHO EFICAZ** b_e como aquel que, suponiendo que las tensiones se reparten uniformemente, es capaz de sustituir el ancho real (disponible) sometido a sus tensiones reales, sin modificar la capacidad resistente de la sección.

El ancho eficaz depende, de muchos parámetros (algunos de ellos con mayor incidencia que otros):

- sustentación del tramo (apoyado o continuo);
- distancia entre puntos de momento nulo;
- tipo de carga;
- relaciones entre dimensiones geométricas; e incluso entre estas y la luz;
- etc.

En vigas en T, simplemente apoyadas y sometidas a cargas uniformemente repartidas, pueden adoptarse los valores que indican las dos tablas siguientes, según sean exentas o vinculadas. Estos valores se asumen como precisos y son recomendados por las INSTRUCCIONES ESPAÑOLAS.

En las tablas se ha indicado como b el ancho disponible y se dan los valores de:

$$\frac{b_e - b_w}{b - b_w}$$

en función de las relaciones:

$$\frac{h_f}{h}; \frac{l}{b_w}; \frac{2l}{b - b_w}$$

De los coeficientes tabulados:

$$COEF. = \frac{b_e - b_w}{b - b_w}$$

Se despeja el valor del ancho eficaz b_e :

$$b_e - b_w = COEF. \cdot (b - b_w)$$

y el ala a cada lado del alma: $b_1 = COEF. \cdot \left(\frac{b - b_w}{2} \right)$

Tabla 28 - Viga en T aislada

Ancho de la cabeza de compresión $(b_e - b_w)/2$ que debe tomarse a uno y otro lado del nervio en el centro de la luz, cuando la viga se encuentra sometida a carga uniformemente repartida:

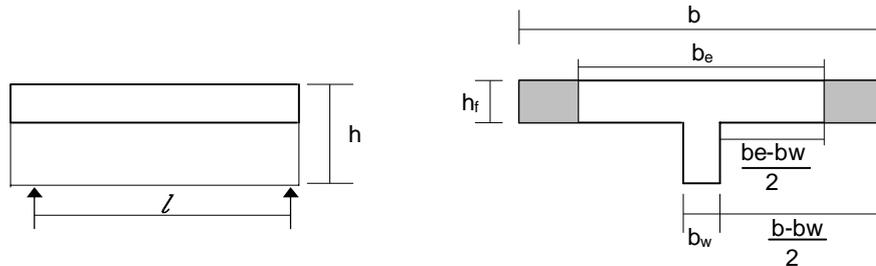


		Tabla de valores de $\frac{b_e - b_w}{b - b_w}$													
Valores de $\frac{h_f}{h}$	Valores de $\frac{l}{b_w}$	Valores de $\frac{2l}{b - b_w}$													
		0	1	2	3	4	6	8	10	12	14	16	18	>18	
<0,10		0	0,18	0,36	0,53	0,65	0,78	0,87	0,92	0,95	0,98	0,99	1,00	1,00	
0,10	10	0	0,18	0,36	0,53	0,65	0,78	0,87	0,92	0,95	0,98	0,99	1,00	1,00	
	50	0	0,19	0,37	0,54	0,66	0,79	0,87	0,92	0,95	0,98	0,99	1,00	1,00	
	100	0	0,21	0,40	0,56	0,67	0,80	0,87	0,92	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00	
	150	0	0,23	0,43	0,59	0,69	0,81	0,88	0,92	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00	
	200	0	0,27	0,47	0,62	0,71	0,81	0,88	0,93	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00	
0,15	10	0	0,19	0,37	0,53	0,66	0,79	0,87	0,92	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00	
	50	0	0,22	0,42	0,58	0,69	0,81	0,88	0,92	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00	
	100	0	0,30	0,51	0,68	0,74	0,83	0,89	0,93	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00	
	150	0	0,36	0,60	0,73	0,80	0,86	0,91	0,94	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00	
	200	0	0,40	0,65	0,79	0,85	0,89	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99	1,00	1,00	
0,20	10	0	0,21	0,40	0,57	0,68	0,81	0,87	0,92	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00	
	50	0	0,30	0,52	0,69	0,78	0,86	0,90	0,94	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00	
	100	0	0,40	0,65	0,79	0,86	0,89	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99	1,00	1,00	
	150	0	0,44	0,70	0,85	0,91	0,94	0,95	0,97	0,97	0,98	0,99	1,00	1,00	
	200	0	0,45	0,73	0,89	0,93	0,95	0,96	0,97	0,98	0,98	0,99	1,00	1,00	
0,30	10	0	0,28	0,48	0,63	0,72	0,81	0,87	0,92	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00	
	50	0	0,42	0,65	0,83	0,87	0,90	0,92	0,94	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00	
	100	0	0,45	0,73	0,90	0,92	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1,00	1,00	
	150	0	0,46	0,75	0,91	0,93	0,95	0,97	0,97	0,98	0,99	1,00	1,00	1,00	
	200	0	0,46	0,77	0,92	0,94	0,96	0,97	0,98	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	

Fuente: Norma UNIT 1050:2001.

Tabla 29 - Vigas en T múltiples

Ancho del ala de compresión $(b_e - b_w)/2$ que debe tomarse a uno y otro lado del nervio en el centro de la luz, cuando la viga se encuentra sometida a carga uniformemente repartida:

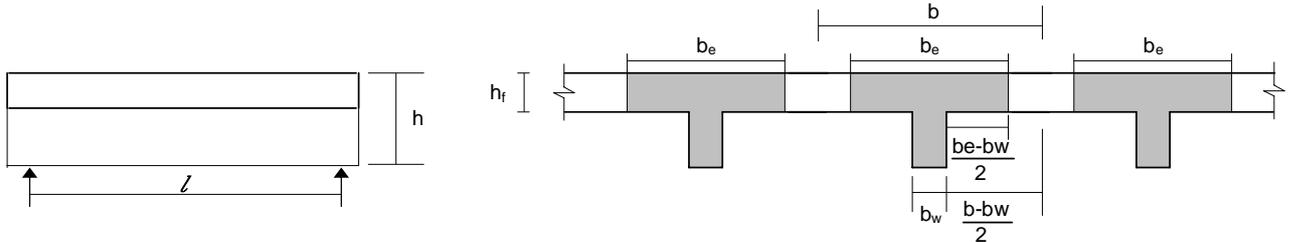


		Tabla de valores de $\frac{b_e - b_w}{b - b_w}$								
Valores de $\frac{h_f}{h}$	Valores de $\frac{l}{b_w}$	Valores de $\frac{2l}{b - b_w}$								
		0	1	2	3	4	6	8	10	>10
<0,10		0	0,18	0,36	0,53	0,65	0,78	0,87	0,92	0,95
0,10	10	0	0,19	0,38	0,57	0,72	0,89	0,96	1,00	1,00
	50	0	0,19	0,39	0,58	0,73	0,89	0,96	1,00	1,00
	100	0	0,21	0,42	0,60	0,75	0,90	0,96	1,00	1,00
	150	0	0,24	0,45	0,62	0,75	0,90	0,96	1,00	1,00
	200	0	0,27	0,48	0,64	0,77	0,90	0,96	1,00	1,00
0,15	10	0	0,19	0,39	0,58	0,72	0,89	0,97	1,00	1,00
	50	0	0,23	0,44	0,62	0,74	0,90	0,10	1,00	1,00
	100	0	0,31	0,53	0,68	0,78	0,91	0,97	1,00	1,00
	150	0	0,37	0,61	0,74	0,08	0,92	0,97	1,00	1,00
	200	0	0,41	0,66	0,80	0,87	0,93	0,98	1,00	1,00
0,20	10	0	0,21	0,42	0,61	0,74	0,90	0,97	1,00	1,00
	50	0	0,30	0,54	0,71	0,82	0,92	0,97	1,00	1,00
	100	0	0,41	0,66	0,80	0,87	0,94	0,98	1,00	1,00
	150	0	0,44	0,71	0,86	0,91	0,96	0,98	1,00	1,00
	200	0	0,45	0,74	0,89	0,93	0,97	0,99	1,00	1,00
0,30	10	0	0,28	0,50	0,65	0,77	0,91	0,97	1,00	1,00
	50	0	0,42	0,69	0,83	0,88	0,93	0,97	1,00	1,00
	100	0	0,45	0,74	0,90	0,94	0,96	0,98	1,00	1,00
	150	0	0,46	0,76	0,92	0,95	0,97	0,99	1,00	1,00
	200	0	0,47	0,77	0,92	0,96	0,98	0,99	1,00	1,00

Fuente: Norma UNIT 1050:2001.

Como ampliación del campo de aplicación de las tablas anteriores: se puede aplicar también para el caso de cargas con repartos triangulares, así como para el caso de momento constante. Si sobre la viga actúa una carga concentrada en una zona de longitud "a" según la luz, los valores dados por las tablas 28 y 29 deben multiplicarse por el factor K dado en la tabla 30:

Tabla 30

	Valores de $\frac{2l}{(b-b_w)}$		
	0	10	20
$a \geq \left(\frac{l}{10}\right)$	K=1	K=1	K=1
$0 < a < \left(\frac{l}{10}\right)$	Interpolación lineal entre K=1 y el valor correspondiente de la fila inferior. (Teóricamente $a=0$)		
$a=0$	K=0,6	K=1	K=0,9

Fuente: Norma UNIT 1050:2001.

También las tablas de las páginas anteriores pueden aplicarse en caso de vigas continuas, siempre que se adopte como l la distancia entre puntos de momento nulo (l_0).

En las proximidades de un apoyo sin continuidad, el ancho eficaz disminuye, de tal modo que el ala, a cada lado del alma: $\left(\frac{b_e - b_w}{2}\right)$; no debe ser superior a la distancia entre el apoyo y la sección considerada.

Respecto a zonas de apoyos intermedios, o ménsulas, con ala en parte inferior (y comprimida), cabría hacer una reducción del ancho eficaz similar al visto anteriormente para el caso de cargas concentradas.

Puede discutirse la aplicación de la tabla, pues la carga concentrada nunca actúa sola. Algunos autores estiman que debe aplicarse cuando la sollicitación provocada por la carga concentrada sea preponderante frente a los demás.

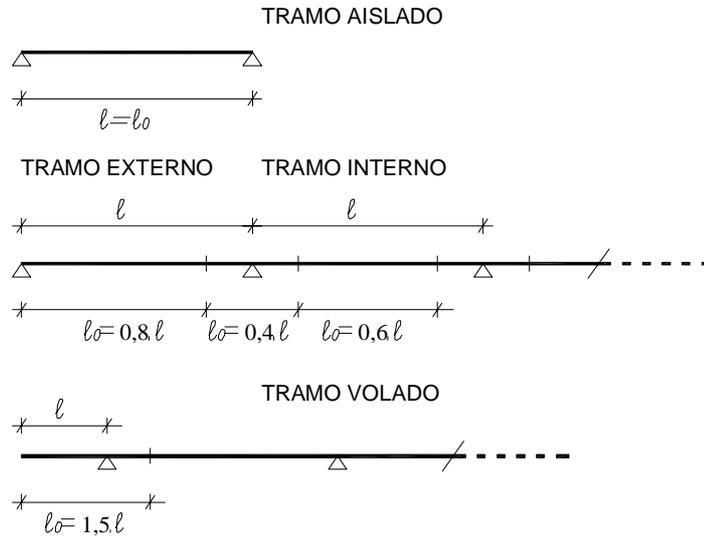
La Instrucción Española incluye, en los comentarios, un criterio simplificado para determinación del ancho eficaz (incluso está indicado en el Código Modelo del CEB, de 1978);

Se indica que para los casos considerados anteriormente, puede suponerse, en primera aproximación, que la anchura eficaz del ala, a cada lado del alma, es igual al décimo de la distancia entre puntos de momento nulo, sin sobrepasar el ancho disponible:

$$b_1 = \frac{b_e - b_w}{2} = \frac{l_0}{10} \leq b \text{ DISPONIBLE}$$

(La norma DIN 1045 vigente indica, para secciones en T, como valor aproximado: $b_e = \frac{l_0}{3}$)

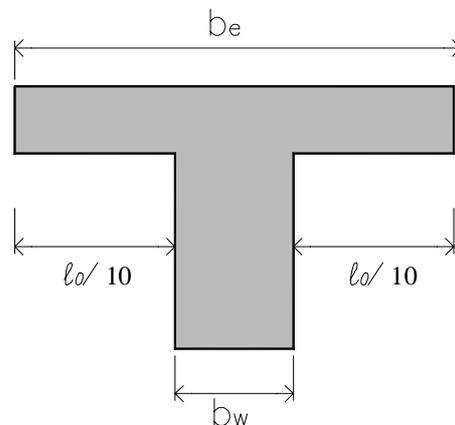
El CEB, y la DIN, dan valores aproximados para l_0 (la distancia entre puntos de momento nulo) para vigas continuas:



CRITERIO USADO EN EL CURSO:

La Norma UNIT 1050:2001, en los comentarios establece un criterio simplificado, que será el que adoptaremos en el curso:

“Para los casos no considerados en el apartado que se comenta, puede disponerse en primera aproximación que el ancho eficaz del ala, a cada lado del nervio, es igual al décimo de la distancia entre puntos de momento nulo, sin sobrepasar el ancho real del ala.”



(Determinación de l_0 : Ver ANEXO 2)

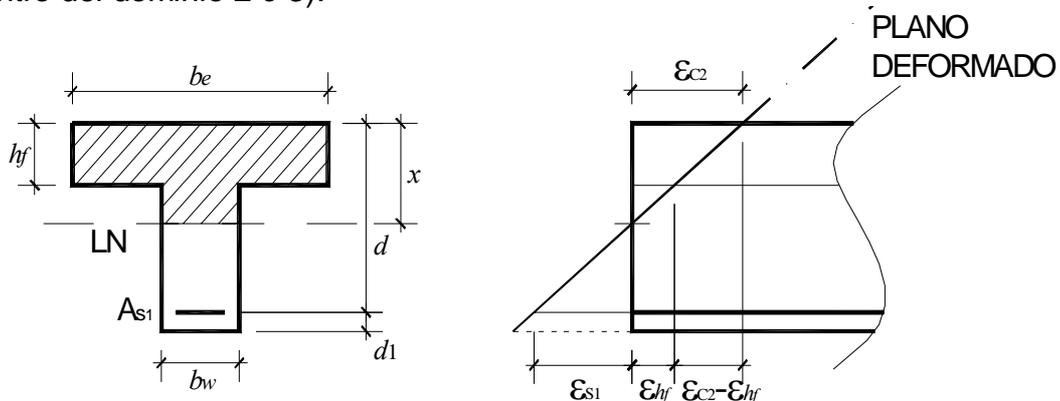
SECCIONES NERVADAS CASOS DE GRAN EXCENRICIDAD

Se efectuará el estudio de secciones nervadas de hormigón armado con las siguientes particularidades:

- Tramos lineales, es decir, el cociente entre la distancia de puntos de momento nulo y la altura útil de la sección es mayor o igual a 2 (validez de la hipótesis de Bernouilli);
- Casos de solicitaciones correspondientes a gran excentricidad; es decir, se estudiarán casos de momento flector, casos de presoflexión en que la armadura A_{s1} se encuentre en tracción, y casos de tensoflexión que provoquen una zona de compresión dentro de la sección (fuerza única fuera de las armaduras).

Supondremos conocido el diagrama de los 3 pivotes, según lo establecido en el Código Modelo CEB-FIP 1978; de acuerdo a lo expresado anteriormente, los casos que estudiaremos ubicarán planos de deformaciones dentro de los dominios 2 y 3 del diagrama de los 3 pivotes.

Definidas las dimensiones de la sección nervada, y suponiendo conocidas las deformaciones en dos fibras de la sección (ϵ_{c2} en el hormigón y ϵ_{s1} en el acero en tracción), tendremos una posición del plano de deformaciones de la sección (dentro del dominio 2 ó 3).



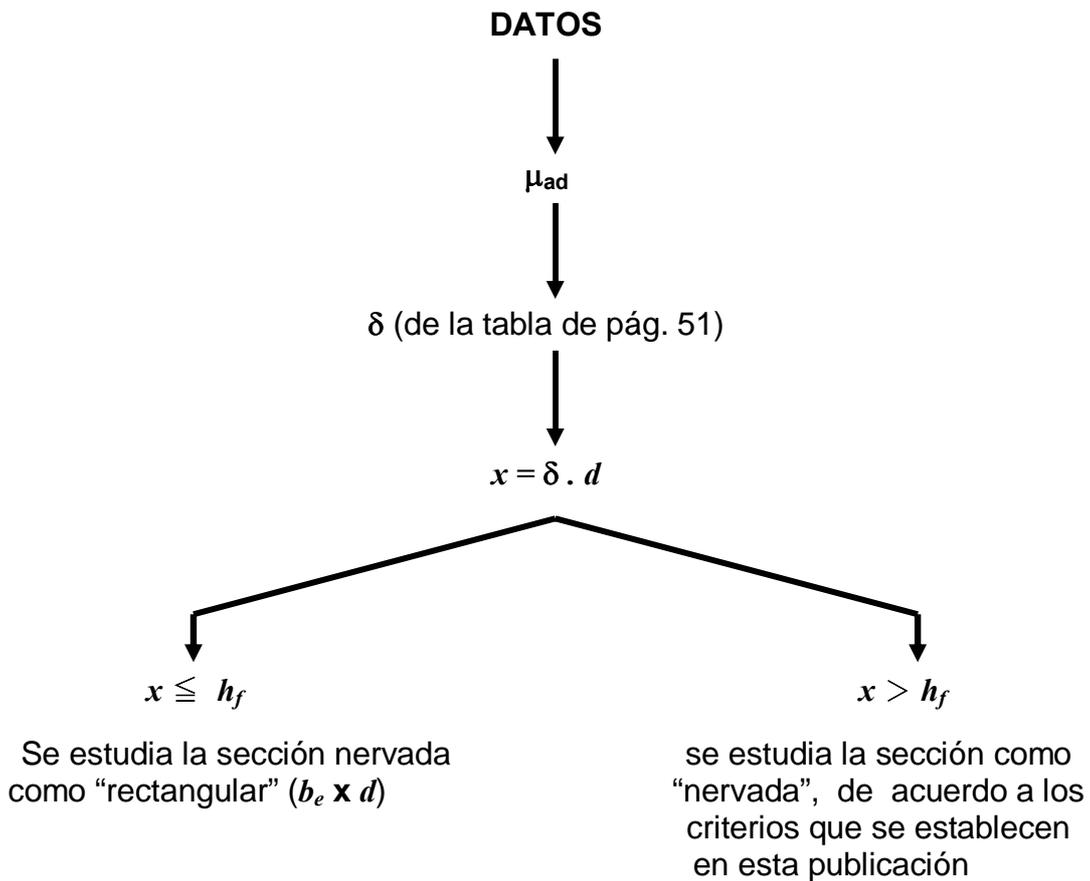
Para ese par de deformaciones (ϵ_{c2} y ϵ_{s1}), vamos a determinar la deformación en las fibras inferiores del ala de la sección nervada (ϵ_{hf}). En todo lo que sigue desarrollaremos expresiones correspondientes a situaciones en que la línea neutra corte el alma:

$$x = \delta \cdot d > h_f$$

Si la línea neutra corta el ala: $x = \delta \cdot d \leq h_f$ se estudia la sección como rectangular de dimensiones $b_e \times h$.

Para definir si la línea neutra corta el ALA o corta el ALMA, se procede de la siguiente manera:

Se parte del supuesto que es una sección rectangular: ($b \times d$), y se determina la profundidad de la línea neutra con la tabla de la página 50 (secciones rectangulares):



Vamos a definir dos relaciones que caracterizarán a la sección nervada:

$$K_d = \frac{h_f}{d} \quad (\leq 1) \quad ; \quad K_b = \frac{b_e}{b_w} \quad (\geq 1)$$

Por semejanza de triángulos se determinan los valores que se estudiarán a continuación.

1) Para la determinación de x , profundidad de la línea neutra:

$$\frac{x}{\varepsilon_{c2}} = \frac{d}{\varepsilon_{c2} + \varepsilon_{s1}}$$

Despejando: $x = \left(\frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{c2} + \varepsilon_{s1}} \right) \cdot d = \delta \cdot d$

Siendo:
$$\delta = \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{c2} + \varepsilon_{s1}}$$

2) De modo análogo puede procederse para determinar ε_{hf} :

$$\frac{x - h_f}{\varepsilon_{hf}} = \frac{d}{\varepsilon_{c2} + \varepsilon_{s1}}$$

Operando:
$$\varepsilon_{hf} = \frac{x - h_f}{d} (\varepsilon_{c2} + \varepsilon_{s1}) = \varepsilon_{c2} - \frac{h_f}{d} (\varepsilon_{c2} + \varepsilon_{s1})$$

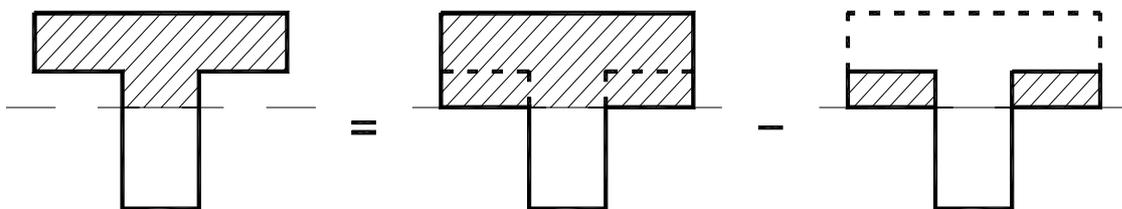
Finalmente:
$$\varepsilon_{hf} = (1 - K_d) \varepsilon_{c2} - K_d \cdot \varepsilon_{s1}$$

El valor $\varepsilon_{hf} = 0$ (línea neutra coincidente con las fibras inferiores del ala) se

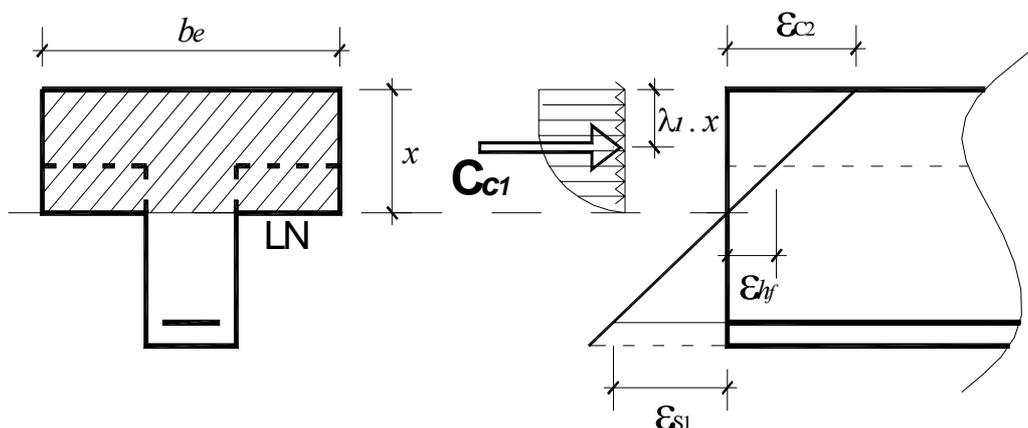
produce para:
$$K_d = \frac{h_f}{d} = \delta$$

3) Para el caso que estamos tratando, con la línea neutra cortando el alma, se produce un volumen de compresiones sumamente complejo. A los efectos del estudio de secciones, de dicho volumen se necesitan conocer dos valores: resultante y su ubicación (centro de gravedad).

A estos efectos, para determinar esos dos valores vamos a proceder por superposición, de tal modo que en cada situación tratemos con secciones parciales rectangulares:



a) Para el primer caso de la superposición, tendremos:



La resultante de compresiones en el hormigón es:

$$C_{c1} = 0,85 \cdot \psi_1 \cdot b_e \cdot x \cdot f_{cd}$$

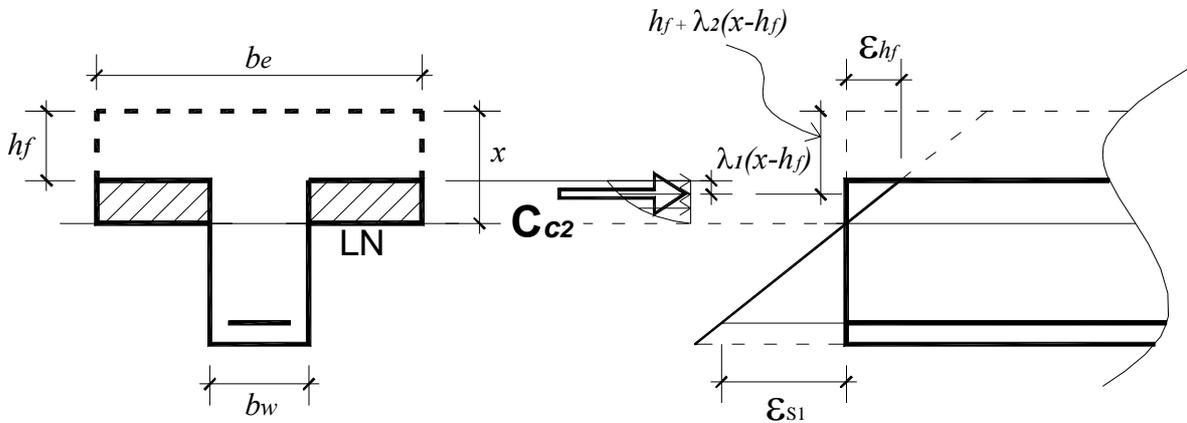
y dista de las fibras más comprimidas: $\lambda_1 \cdot x$

Los valores de los parámetros: ψ_1 y λ_1 , son:

$$0 \leq \varepsilon_{c2} \leq 2\text{‰} : \psi_1 = \frac{\varepsilon_{c2}}{12} (6 - \varepsilon_{c2}) ; \lambda_1 = \frac{8 - \varepsilon_{c2}}{4(6 - \varepsilon_{c2})}$$

$$2\text{‰} \leq \varepsilon_{c2} \leq 3,5\text{‰} : \psi_1 = \frac{3 \cdot \varepsilon_{c2} - 2}{3 \cdot \varepsilon_{c2}} ; \lambda_1 = \frac{\varepsilon_{c2} (3 \cdot \varepsilon_{c2} - 4) + 2}{2 \cdot \varepsilon_{c2} (3 \cdot \varepsilon_{c2} - 2)}$$

b) Para el segundo caso, tendremos:



La resultante de compresiones en el hormigón es:

$$C_{c2} = 0,85 \cdot \psi_2 \cdot (b_e - b_w) \cdot (x - h_f) \cdot f_{cd}$$

y dista de las fibras inferiores del ala: $\lambda_2 \cdot (x - h_f)$

y: $h_f + \lambda_2 \cdot (x - h_f)$ de las fibras más comprimidas de la sección.

Los valores de los parámetros: ψ_2 y λ_2 , son:

$$0 \leq \varepsilon_{hf} \leq 2\text{‰} : \psi_2 = \frac{\varepsilon_{hf}}{12} (6 - \varepsilon_{hf}) ; \lambda_2 = \frac{8 - \varepsilon_{hf}}{4(6 - \varepsilon_{hf})}$$

$$2\text{‰} \leq \varepsilon_{c2} \leq 3,5\text{‰} : \psi_2 = \frac{3 \cdot \varepsilon_{hf} - 2}{3 \cdot \varepsilon_{hf}} ; \lambda_2 = \frac{\varepsilon_{hf} (3 \cdot \varepsilon_{hf} - 4) + 2}{2 \cdot \varepsilon_{hf} (3 \cdot \varepsilon_{hf} - 2)}$$

De acuerdo a las expresiones vistas anteriormente, el valor:

$\varepsilon_{hf} = 2\text{‰}$ se produce para :

$$2 = \varepsilon_{c2} - K_d \cdot \varepsilon_{c2} - K_d \cdot \varepsilon_{s1} = \varepsilon_{c2} - K_d (\varepsilon_{c2} + \varepsilon_{s1})$$

$$K_d = \frac{\varepsilon_{c2} - 2}{\varepsilon_{c2} + \varepsilon_{s1}}$$

c) A continuación se determinará el valor de la resultante de compresiones en el hormigón.

$$C_c = C_{c1} - C_{c2}$$

$$C_{c1} = 0,85 \cdot \psi_1 \cdot b_e \cdot x \cdot f_{cd} = 0,85 \cdot \psi_1 \cdot \delta \cdot b_e \cdot d \cdot f_{cd}$$

$$C_{c2} = 0,85 \cdot \psi_2 \cdot (b_e - b_w) \cdot (x - h_f) \cdot f_{cd} = 0,85 \cdot \psi_2 \cdot \left(1 - \frac{1}{K_b}\right) (\delta - K_d) b_e \cdot d \cdot f_{cd}$$

Finalmente:

$$C_c = \left[0,85 \cdot \psi_1 \cdot \delta - 0,85 \cdot \psi_2 \cdot \left(1 - \frac{1}{K_b}\right) (\delta - K_d) \right] b_e \cdot d \cdot f_{cd} = \omega \cdot b_e \cdot d \cdot f_{cd}$$

Siendo:

$$\omega = 0,85 \left[\psi_1 \cdot \delta - \psi_2 \cdot \left(1 - \frac{1}{K_b}\right) (\delta - K_d) \right]$$

4) La distancia de la resultante C_c al borde más comprimido de la sección, se determina con tomas de momento de los volúmenes parciales y del total, respecto a la fibra superior (ver las dos figuras anteriores):

$$C_c \cdot \lambda \cdot x = C_{c1} \cdot \lambda_1 \cdot x - C_{c2} [h_f + \lambda_2 \cdot (x - h_f)] = C_{c1} \cdot \lambda_1 \cdot \delta \cdot d - C_{c2} \cdot [h_f + \lambda_2 (\delta \cdot d - h_f)]$$

$$\lambda \cdot x = \frac{0,85 \cdot \psi_1 \cdot \delta \cdot \lambda_1 \cdot \delta \cdot d - 0,85 \cdot \psi_2 \cdot \left(1 - \frac{1}{K_b}\right) (\delta - K_d) [h_f + \lambda_2 (\delta \cdot d - h_f)]}{\omega}$$

$$\lambda \cdot x = \frac{0,85}{\omega} \left\{ \psi_1 \cdot \lambda_1 \cdot \delta^2 - \psi_2 \left(1 - \frac{1}{K_b}\right) (\delta - K_d) [K_d + \lambda_2 (\delta - K_d)] \right\} d$$

Por lo tanto:

$$\lambda = \frac{0,85}{\omega \cdot \delta} \{ \dots \}$$

5) El brazo del par interno z , distancia entre C_c y T será:

$$z = d - \lambda \cdot x = d - \frac{0,85}{\omega} \{ \dots \} d$$

$$z = \left(1 - \frac{0,85}{\omega} \{ \dots \} \right) d = (1 - \lambda \cdot \delta) d = \varphi \cdot d$$

siendo:

$$\varphi = \left(1 - \frac{0,85}{\omega} \{ \dots \} \right) = (1 - \lambda \cdot \delta)$$

6) El equilibrio de momentos establece que, para resistir un momento flector M_d , se produzca:

$$M_d = C_c \cdot z = \omega \cdot b_e \cdot d \cdot f_{cd} \cdot \varphi \cdot d$$

$$M_d = \omega \cdot \varphi \cdot b_e \cdot d^2 \cdot f_{cd} = \mu_d \cdot b_e \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

siendo:

$$\mu_d = \frac{M_d}{b_e \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \omega \cdot \varphi$$

7) El equilibrio de fuerzas, para resistir un momento exterior, establece que:

$$C_c = A_{s1} \cdot f_{yd}$$

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = \omega \cdot b_e \cdot d \cdot f_{cd}$$

En base a las expresiones dadas hasta ahora, puede confeccionarse una tabla para el estudio de las secciones nervadas, con un criterio similar a lo ya visto para secciones rectangulares.

Puede generalizarse, además, para casos de gran excentricidad en presoflexión y tensoflexión, con el mismo procedimiento de Ehlers ya estudiado.

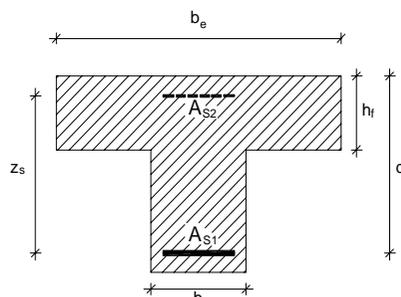
En la tabla que se presenta, están incluidos también, los casos en que la línea neutra corte el ala.

Para todos los valores de h_f/d y para la misma columna, de relación $b_e/b_w = 1$, corresponden los mismos coeficientes, puesto que se trata de secciones rectangulares.

El cabezal de la tabla explicita las expresiones para estudiar las secciones nervadas.

SECCIONES NERVADAS DE HORMIGÓN ARMADO
gran excentricidad
FLEXIÓN (Nd = 0) ; PRESOFLEXIÓN (Nd < 0) ; TENSOFLEXIÓN (Nd > 0)

VALORES DE ω



$$M_{ad} = M_d - 0,5 \cdot N_d \cdot z_s$$

$$\mu_{ad} = \frac{M_{ad}}{b_e \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_{ad} \leq \mu_{lim}$$

$$A_{s2} = 0$$

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = \omega \cdot b_e \cdot d \cdot f_{cd} + N_d$$

$$\mu_{ad} > \mu_{lim}$$

$$A_{s2} \cdot f_{yd} = \frac{\mu_{ad} - \mu_{lim}}{z_s/d} \cdot b_e \cdot d \cdot f_{cd}$$

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = \omega_{lim} \cdot b_e \cdot d \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot f_{yd} + N_d$$

hr/d =	0,05					0,10					0,15					0,20					0,30					0,40									
be/bw =	10	5	3	2	1	10	5	3	2	1	10	5	3	2	1	10	5	3	2	1	10	5	3	2	1	10	5	3	2	1	10	5	3	2	1
μ_{ad}	0,02	0,020	0,020	0,020	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021		
	0,04	0,041	0,041	0,041	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042		
	0,06	0,065	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063		
	0,08		0,091	0,087	0,085	0,085	0,084	0,084	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085		
	0,10			0,114	0,110	0,107	0,111	0,108	0,108	0,107	0,107	0,107	0,107	0,107	0,107	0,107	0,107	0,107	0,107	0,107	0,107	0,107	0,107	0,107	0,107	0,107	0,107	0,107	0,107	0,107	0,107	0,107	0,107		
	0,12			0,146	0,137	0,131		0,138	0,134	0,132	0,131	0,130	0,130	0,130	0,130	0,131	0,131	0,131	0,131	0,131	0,131	0,131	0,131	0,131	0,131	0,131	0,131	0,131	0,131	0,131	0,131	0,131	0,131		
	0,14				0,166	0,155			0,164	0,158	0,155		0,157	0,155	0,155	0,155	0,154	0,154	0,154	0,154	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155		
	0,16					0,199	0,179			0,200	0,188	0,179		0,192	0,184	0,182	0,179	0,180	0,179	0,179	0,179	0,179	0,179	0,179	0,179	0,179	0,179	0,179	0,179	0,179	0,179	0,179	0,179		
	0,18					0,237	0,206				0,220	0,206			0,219	0,211	0,206		0,210	0,207	0,206	0,206	0,206	0,206	0,206	0,206	0,206	0,206	0,206	0,206	0,206	0,206	0,206		
	0,20						0,233					0,259	0,233				0,244	0,233			0,241	0,236	0,233	0,232	0,232	0,233	0,233	0,233	0,233	0,233	0,233	0,233	0,233		
	0,22						0,261						0,261					0,261				0,270	0,261	0,261	0,261	0,261	0,261	0,261	0,261	0,261	0,261	0,261	0,261		
	0,24						0,291						0,291					0,291				0,309	0,291			0,293	0,292	0,291	0,291	0,291	0,291	0,291	0,291		
	0,26						0,323						0,323					0,323					0,323			0,328	0,323	0,322	0,322	0,322	0,322	0,322	0,322	0,322	
	0,28						0,357						0,357					0,357					0,357				0,357		0,357	0,357	0,357	0,357	0,357	0,357	
	0,30						0,394						0,394					0,394					0,394				0,394		0,394		0,394	0,394	0,394	0,394	
	0,32						0,434						0,434					0,434					0,434				0,434		0,434		0,434	0,434	0,434	0,434	

acero tratado:

$\mu_{lim} =$	0,070	0,099	0,138	0,186	0,330	0,106	0,131	0,164	0,205	0,330	0,139	0,160	0,189	0,224	0,330	0,171	0,188	0,212	0,241	0,330	0,228	0,239	0,254	0,273	0,330	0,279	0,285	0,293	0,302	0,330
$\omega_{lim} =$	0,084	0,125	0,180	0,249	0,455	0,122	0,159	0,208	0,270	0,455	0,160	0,192	0,237	0,291	0,455	0,198	0,227	0,265	0,312	0,455	0,275	0,295	0,322	0,355	0,455	0,354	0,367	0,381	0,400	0,455

SECCIONES NERVADAS CASOS DE PEQUEÑA EXCENTRICIDAD

Los casos estudiados hasta ahora correspondieron a situaciones de gran excentricidad. Se verá a continuación la sollicitación de presoflexión con pequeña excentricidad.

Un problema a definir es cuándo estamos con **pequeña excentricidad**.

En primera instancia, y en general, puede decirse que si se aplican las fórmulas vistas hasta este momento (procedimiento de Ehlers que es válido si A_{s1} está en tracción) y resulta que, algebraicamente, A_{s1} es negativo, entonces estamos en pequeña excentricidad.

Otro criterio, más sencillo en cuanto a una definición previa, es cuando la fuerza única descentrada se ubica dentro de la sección: $e_0 \leq h/2$ (cuando la fuerza se ubica fuera de la sección, seguramente A_{s1} se encuentra en tracción). Dadas las características geométricas de la forma de una sección nervada, y del modo como se define la excentricidad e_0 , es necesario relacionar dos puntos de la sección: puntos **O** y **G**.

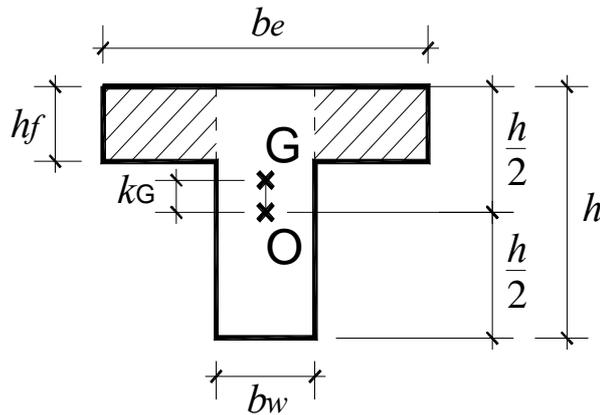
La excentricidad e_0 se refiere al punto **O** (ver figura) que equidista de las fibras extremas de la sección, y es por donde pasa el esquema de la estructura a partir del cual se definieron las sollicitaciones; por otra parte y dado que aún no se conocen todas las características de la sección de hormigón armado (armaduras, zona fisurada), puede determinarse el centro de gravedad **G** de la sección de hormigón total. Ello se realiza con toma de momentos de primer orden de áreas parciales y total, respecto al punto **O**:

Para secciones nervadas y pequeña excentricidad, con organización simétrica de armaduras, es bastante lógico suponer (en primera etapa del estudio de la sección) que el centro de gravedad sea el de la sección de hormigón total, debido a que:

- El centro de gravedad de las áreas de acero (al ser iguales) está en **O**;
- En general corresponderá a una situación en dominio 5 (toda la sección comprimida).

Existen tres instancias en la definición de puntos particulares de la sección, o datos de la misma, y que se adoptan en función a los objetivos que se fijen y en base, también, al grado de determinación de los datos que, al momento de necesitarse, se disponen:

1. Al momento de realizar el esquema (que es una simplificación de la realidad), se lo hace pasar por el punto de la sección que equidista de ambas fibras extremas (a $h/2$),
2. tomar el centro de gravedad que corresponde a la sección total de hormigón;
3. considerando la cantidad de acero; zona fisurada de hormigón; etc. Se lo utiliza para estudio de los estados límites de utilización (fisuración, deformaciones).



$$[(b_e - b_w) h_f + b_w \cdot h] k_G = (b_e - b_w) h_f \cdot 0,5(h - h_f)$$

$$k_G = \frac{0,5 (b_e - b_w) (h - h_f) h_f}{(b_e - b_w) h_f + b_w \cdot h}$$

Pueden resultar dos situaciones, respecto a las cuales se adoptarán criterios prácticos y simplificados para el estudio de las secciones:

$$1) e_0 \leq k_G$$

Se supone que la zona de compresiones no se encuentra en las alas, por lo que se estudia como sección rectangular $b_w \times h$ y armadura simétrica, aplicándose los diagramas de interacción:

$$v_d = \frac{N_d}{b_w \cdot h \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_d = \frac{M_d}{b_w \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = v_d \cdot \frac{e_0}{h}$$

$$\omega = \frac{A \cdot f_{yd}}{b_w \cdot h \cdot f_{cd}}$$

$$2) e_0 \geq k_G$$

Se supone que la zona de compresiones está en las alas, organizándose la sección con armaduras simétricas.

Se determinan dos valores: uno de fuerza y otro de momento, que corresponden a las sollicitaciones exteriores descontadas las contribuciones de las alas (partes rayadas de la figura anterior):

$$N_{d \text{ ALMA}} = N_d - 0,85 \cdot f_{cd} (b_e - b_w) \cdot h_f$$

$$M_{d \text{ ALMA}} = M_d - 0,85 \cdot f_{cd} (b_e - b_w) \cdot h_f \left(\frac{h - h_f}{2} \right) = M_d - 0,425 (b_e - b_w) (h - h_f) \cdot h_f \cdot f_{cd}$$

Con esas nuevas solicitaciones, se hace el estudio de la sección rectangular $b_w \times h$ y utilizando los diagramas de interacción:

$$\nu_{d\ ALMA} = \frac{N_{d\ ALMA}}{b_w \cdot h \cdot f_{cd}}$$

$$\mu_{d\ ALMA} = \frac{M_{d\ ALMA}}{b_w \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \nu_{d\ ALMA} \cdot \frac{e_0}{h}$$

$$\omega = \frac{A \cdot f_{yd}}{b_w \cdot h \cdot f_{cd}}$$

Para el caso de una solicitación de tensoflexión con pequeña excentricidad, es decir, fuerza única entre las armaduras: $e_0 \leq \frac{z_s}{2}$ tenemos toda la sección en tracción. Por tanto el hormigón no colabora según la hipótesis b), y estamos en el dominio 1 del diagrama de los 3 pivotes. Este caso se estudia como sección rectangular y armaduras simétricas, como ya se ha visto en sección rectangular.

Pueden adoptarse, en las fórmulas de ν , μ ó ω : (b_w y h) o (b_e y h). La cantidad de acero resultante debe ser la misma.

VIABILIDAD

CRITERIOS PRIMARIOS, VÁLIDOS PARA ANTEPROYECTOS

Hasta ahora se analizaron criterios para el estudio de secciones de hormigón armado, resultando en algunos casos opciones para la organización de armaduras. Esto unido a un criterio primario para la determinación de la viabilidad de las formas proyectadas, lleva a indicar algunos conceptos y criterios que se pueden enunciar para una primera definición y opción de las variantes que se pueden presentar (forma de hormigón y organización de armaduras), y que es perfectamente válido para una etapa de anteproyecto. El estudio más avanzado de la estructura (hacia la etapa de proyecto) implica estudios más profundos y detallados, y ello debe ser realizado en base a formas que ya tienen el aval de su viabilidad primaria; aquí (en la etapa de proyecto) deben estudiarse organización detallada de varillas (separaciones, recubrimiento, etc.); problemas de las deformaciones aceptables; fisuración controlada; etc.

1) Cuando no se define previamente la relación entre las cantidades de acero (A_{s1} y A_{s2}) estamos en el caso de organización con armaduras asimétricas. La relación entre aceros resultará:

- para flexión y tensoflexión : $A_{s1} \triangleright A_{s2}$
- para presoflexión: $A_{s1} \triangleright = \triangleleft A_{s2}$

2) Se recurre a organización simétrica de armaduras ($A_{s1} = A_{s2}$) en las siguientes situaciones:

- **POR NECESIDAD:** en casos de sollicitación “simétrica”, por ejemplo acción del viento; en casos de pandeo.
- **POR SIMPLIFICACIÓN CONSTRUCTIVA:** en tramos verticales, por ejemplo.
- **POR CRITERIOS ESTABLECIDOS EN NORMAS**
 - En pequeñas excentricidades (dominios 4 y 5 de presoflexión, y dominio 1 de tensoflexión);
 - Cuando estudiando secciones en presoflexión, con armaduras asimétricas, resulta que $A_{s1} \triangleleft A_{s2}$

3) La norma alemana DIN 1045 vigente indica algunos criterios muy generales, para el tema que estamos encarando:

- Los valores máximos de la armadura longitudinal deben limitarse en cada caso, de modo tal que permitan el colado y el compactado inobjetable del hormigón.
- Una armadura comprimida, en el caso de la determinación de la capacidad de resistencia puede, como máximo, tomarse en cuenta en los cálculos con la sección de la armadura en el borde traccionado o menos comprimido.

Esto lleva a adoptar, como válido el estudio cuando $A_{s1} \geq A_{s2}$. Si $A_{s2} > A_{s1}$ debe cambiarse a armaduras simétricas.

- En zonas (o dominios) de flexión dominante (grandes excentricidades), la armadura comprimida no debe ser superior, en lo posible, a :

$$A_{s2} \leq 0,01 b \cdot d \quad \therefore \quad A_{s1} \cdot f_{yd} = 0,46 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + 0,01 \cdot b \cdot d \cdot f_{yd}$$

$$\frac{A_{s1}}{b \cdot d} = \frac{0,46 \cdot f_{cd} + 0,01 \cdot f_{yd}}{f_{yd}} \left[\begin{array}{l} \text{para } f_{cd} = 100; f_{yd} = 3652 \\ \frac{A_{s1}}{b \cdot d} \leq 2,26\% ; \text{mayor a lo que aplicamos en el curso} \end{array} \right]$$

4) Desde hace unos 20 años, indicamos en los cursos de ESTABILIDAD 2 de nuestra Facultad un criterio primario para definir viabilidad de las formas proyectadas, en base a cantidad de acero contenido en cierto ancho (**b**) para que sea factible un correcto llenado, y protección de las varillas de acero para el hormigón.

Para tramos lineales (en losas no vale), se indica:

- **secciones rectangulares:**

$$\rho = \frac{A_{s1}}{b \cdot d} \leq 0,018 \quad (1,8\%)$$

(se entiende que, de acuerdo a lo visto anteriormente, A_{s1} será la mayor)

- **secciones nervadas:**

$$\rho = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \leq 0,018$$

(se aclara que aquí $b_w \times d$ no es el área de la sección útil de hormigón).

5) Un autor americano (Rogers) indica que si un tramo en flexión tiene más del 1,8% de armadura, es obligatoria la verificación de la deformación del tramo. Se observa que hay un llamado de atención cuando la armadura alcanza un porcentaje similar al que vimos antes.

6) Estudiando distintos autores, sus textos por ejemplo, se observa que determinan valores que implican máximos de armaduras (valores máximos que se llegan en las tablas o ábacos que se muestran). Por ejemplo, algunos autores argentinos limitan las tablas en flexión simple hasta que el área de la armadura comprimida sea la mitad de la de tracción.

De lo anterior:

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = 0,46 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + 0,50 A_{s1} f_{yd}$$

$$0,50 A_{s1} \cdot f_{yd} = 0,46 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$$

$$\frac{A_{s1}}{b \cdot d} = \frac{0,46 f_{cd}}{0,5 f_{yd}} = \frac{0,46 \cdot 100}{0,5 \cdot 3652}$$

$$\frac{A_{s1}}{b \cdot d} \leq 2,52\%$$

También en este caso llegaremos a un valor mayor al que aplicaremos en el curso.

ANEXOS

INCORPORADOS AL DICTADO DEL CURSO

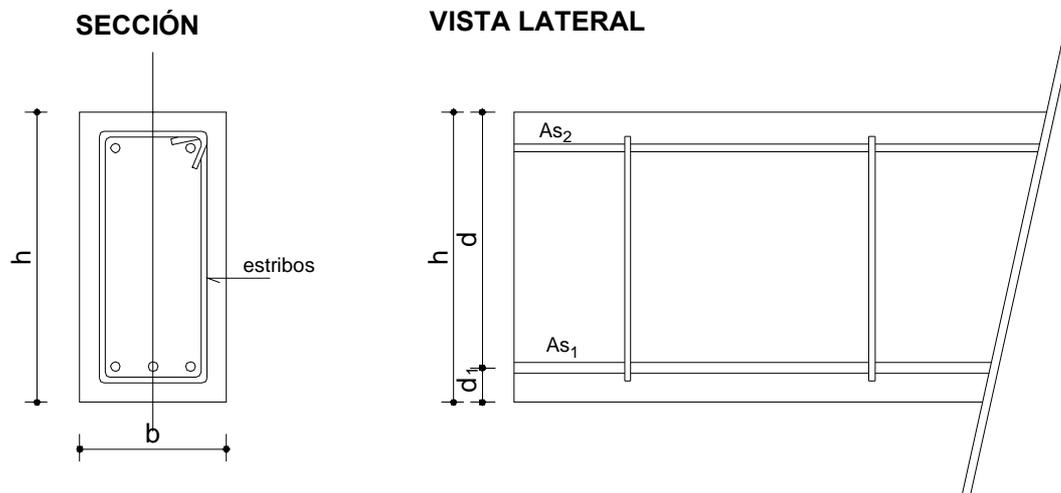
ANEXO 1:

GEOMETRÍA DE LA SECCIÓN NOMENCLATURA Y NOTACIÓN

Un tramo lineal de hormigón armado debe tener, al menos, cuatro barras longitudinales, una en cada ángulo de la sección, atadas o vinculadas por la armadura transversal, llamada *estribos* o *cercos*.

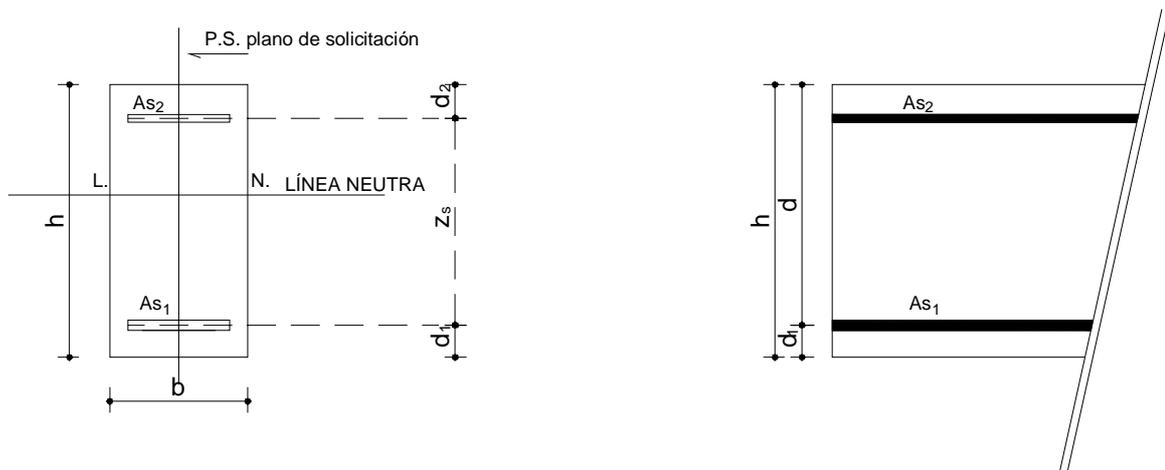
Las barras longitudinales en la zona traccionada resisten todas las tracciones. Las barras longitudinales en la zona comprimida son meramente constructivas o pueden colaborar con el hormigón para resistir las compresiones.

Los estribos conectan la zona traccionada con la comprimida, forman parte de la malla de acero que debe estar detrás de toda superficie de hormigón y pueden ser necesarios para resistir el esfuerzo cortante.



La dimensión de la sección paralela al plano de sollicitación se llama ALTURA, PERALTE o CANTO. Se denomina con la letra "h".

La dimensión perpendicular al plano de sollicitación se llama ANCHO o ANCHURA. Se denomina con la letra "b".



As_1 : Área de acero de las barras traccionadas (el subíndice "s" identifica al material *acero* y el subíndice "1" refiere a la zona de tracción).

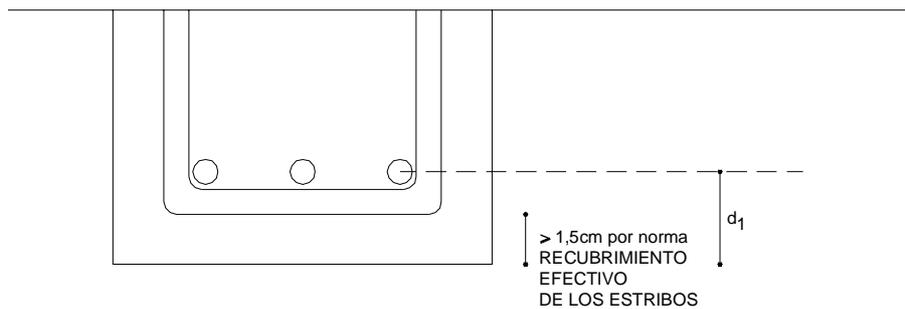
As_2 : Área de acero de las barras en compresión.

d_1 y d_2 : recubrimiento mecánico de las armaduras. Es la distancia desde la cara exterior al centro de gravedad de la sección de acero respectiva.

d : altura útil. Es la distancia desde el centro de gravedad de la sección de acero traccionado al borde comprimido de la sección. Es igual a $(h - d_1)$.

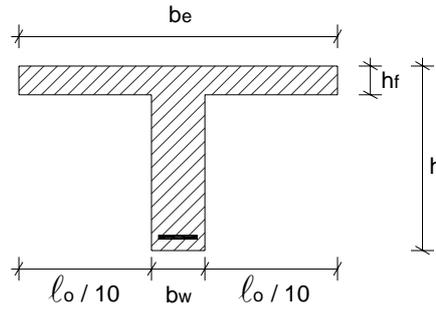
z_s : Es la distancia entre los centros de gravedad de las secciones de acero. Es igual a $(h - d_1 - d_2)$ ó $(d - d_2)$.

**DEFINICIÓN DEL
RECUBRIMIENTO MECÁNICO**



ANEXO 2:

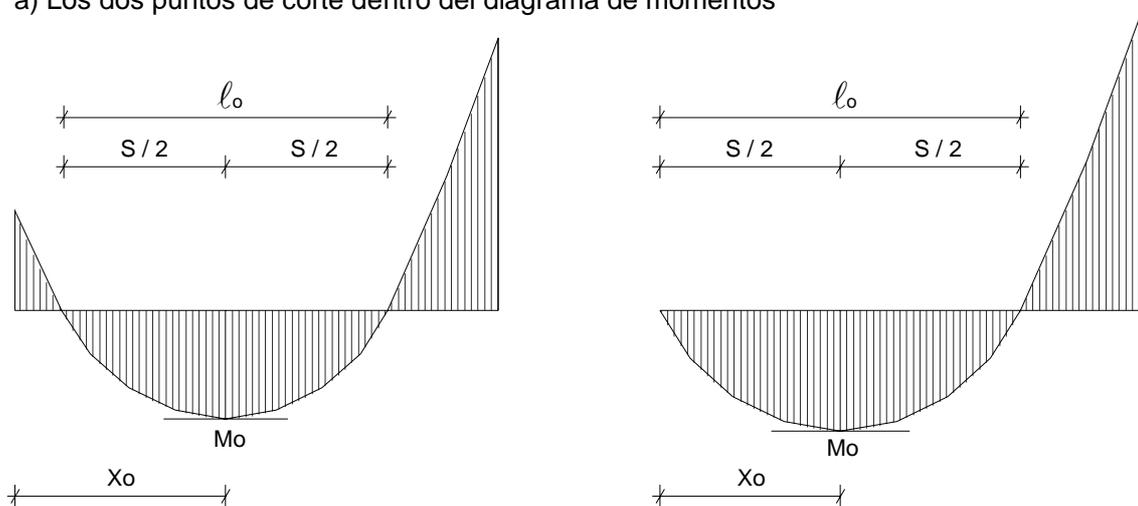
Determinación del ancho eficaz o colaborante (b_e)



Determinación de l_o (distancia entre puntos de momento nulo):

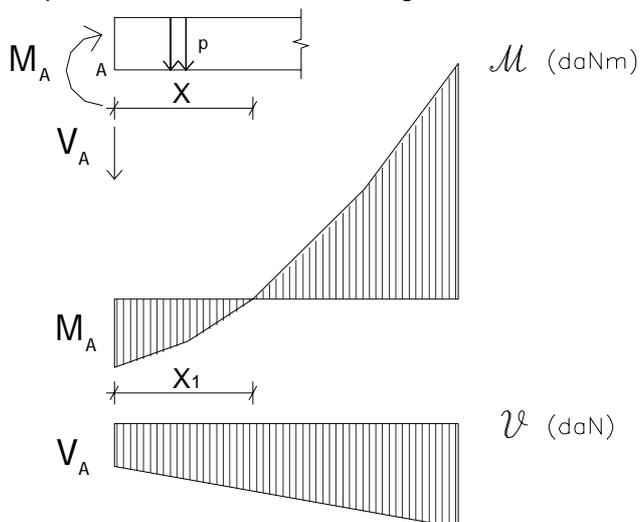
Algunos ejemplos de cómo hallar l_o a partir del diagrama de momentos del tramo, cuya sección se quiere determinar a los efectos de su verificación.

a) Los dos puntos de corte dentro del diagrama de momentos



$$M_o = \frac{p \cdot s^2}{8} \longrightarrow \frac{s}{2} = \sqrt{\frac{2 \cdot M_o}{p}}$$

b) Un punto de corte dentro del diagrama de momentos y otro cae fuera de éste.



$$V_A \cdot x + \frac{p \cdot x^2}{2} - M_A = 0$$

Se trata de una ecuación de 2º grado de la cual se hallan sus dos raíces (X_1 y X_2), que corresponden a las distancias desde el apoyo A a los puntos de anulación.

$$l_o = |X_1| + |X_2|$$

EJERCICIOS

Se resolverán algunos ejercicios, correspondientes a SECCIÓN RECTANGULAR.

Para simplificar la aplicación, unificaremos algunos valores (geometría, materiales) en todos ellos:

DATOS: sección rectangular

$$b \times h = 20 \times 45 \text{ cm}$$

$$d_2 = d_1 = 3 \text{ cm}$$

$$d = h - d_1 = 45 - 3 = 42 \text{ cm}$$

$$f_{ck} = 150 \text{ daN/cm}^2$$

$$\gamma_c = 1,5$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{150}{1,5} = 100 \text{ daN/cm}^2$$

$$f_{yk} = 4200 \text{ daN/cm}^2$$

$$\gamma_s = 1,15$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{4200}{1,15} = 3650 \text{ daN/cm}^2$$

$$\gamma_f = 1,6$$

De la tabla de la página 50, se obtienen los valores:

$$\mu_{adLIM} = 0,332$$

$$\alpha_{LIM} = 1,385$$

$$\omega_{LIM} = 0,460$$

Se puede determinar el valor del momento límite:

$$M_{dLIM} = \mu_{adLIM} \times b \times d^2 \times f_{cd} = 0,332 \times 20 \times 42^2 \times 100 = 1171296 \text{ daNcm} = 11713 \text{ daNm}$$

1) Flexión simple

$$M = 5000 \text{ daNm}$$

$$M_d = \gamma_f \times M = 1,6 \times 5000 = 8000 \text{ daNm}$$

$$M_{dLIM} = 11713 \text{ daNm}$$

$$M_d < M_{dLIM}$$

$A_{s2} = 0$ sección simplemente armada

$$\mu_d = \frac{M_d}{b \times d^2 \times f_{cd}} = \frac{800000}{20 \times 42^2 \times 100} = 0,227$$

De la tabla de página 50 :

$$\omega = 0,272$$

$$\alpha = 1,197$$

$$a) \quad A_{s1} \times f_{yd} = \alpha \frac{M_d}{d} = 1,197 \times \frac{800000}{42} = 22800 daN$$

$$A_{s1} = \frac{22800}{3650} = 6,25 cm^2$$

$$b) \quad A_{s1} \times f_{yd} = \varpi \times b \times d \times f_{cd} = 0,272 \times 20 \times 42 \times 100 = 22848 daN$$

$$A_{s1} = \frac{22848}{3650} = 6,26 cm^2$$

$$VIABILIDAD: \quad \rho = \frac{A_{s1}}{b \times d} \leq 0,018 \quad \rho = \frac{6,26}{20 \times 42} = 0,0074 \quad viable$$

2) Flexión simple

$$M = 9000 daNm$$

$$M_d = 1,6 \times 9000 = 14400 daNm$$

$$M_d > M_{dLIM}$$

$A_{s2} \neq 0$ sección doblemente armada

$$M_s = M_d - M_{LIM} = 14400 - 11713 = 2687 daNm$$

$$A_s \times f_{yd} = \frac{M_s}{d - d_2} = \frac{268700}{42 - 3} = 6890 daN$$

$$A_{s2} = \frac{6980}{3650} = 1,89 cm^2$$

$$a) \quad A_{s1} \times f_{yd} = \alpha_{LIM} \frac{M_{dLIM}}{d} + A_{s2} \times f_{yd}$$

$$A_{s1} = \frac{45515}{3650} = 12,47 cm^2$$

$$b) \quad A_{s1} \times f_{yd} = \varpi_{LIM} \times b \times d \times f_{cd} + A_{s2} \times f_{yd} = 0,46 \times 20 \times 42 \times 100 + 6890 = 45530 daN$$

$$A_{s1} = \frac{45530}{3650} = 12,47 cm^2$$

$$VIABILIDAD: \quad \rho = \frac{A_{s1}}{b \times d} \leq 0,018 \quad \rho = \frac{12,47}{20 \times 42} = 0,0148 \quad viable$$

3) Presoflexión

$$M = 5000 \text{ daNm}$$

$$N = 3500 \text{ daN (compresión)}$$

$$M_d = 1,6 \times 5000 = 8000 \text{ daNm}$$

$$N_d = 1,6 \times 3500 = -5600 \text{ daN (signo negativo pues es de compresión)}$$

$$M_{dLIM} = 11713 \text{ daNm}$$

$$e_0 = \frac{M_d}{N_d} = \frac{8000}{5600} = 1,43 \text{ m} > \frac{h}{2} \text{ gran excentricidad}$$

$$M_{ad} = M_d - 0,5 \times N_d \times z_s = 8000 - 0,5 \times (-5600) \times 0,39 = 9092 \text{ daNm}$$

$$M_{ad} < M_{dLIM}$$

$$A_{s2} = 0 \text{ sección simplemente armada}$$

$$\mu_{ad} = \frac{M_d}{b \times d^2 \times f_{cd}} = \frac{909200}{20 \times 42^2 \times 100} = 0,258$$

De la tabla de página 50 :

$$\alpha = 1,240$$

$$\omega = 0,319$$

$$A_{s1} \times f_{yd} = \alpha \frac{M_{ad}}{d} + N_d = 1,240 \times \frac{909200}{42} - 5600 = 21243 \text{ daN}$$

$$A_{s1} = \frac{21243}{3650} = 5,82 \text{ cm}^2$$

$$\text{VIABILIDAD: } \rho = \frac{A_{s1}}{b \times d} \leq 0,018 \quad \rho = \frac{5,82}{20 \times 42} = 0,0069 \text{ viable}$$

4) Presoflexión

$$M = 9000 \text{ daNm}$$

$$N = 3500 \text{ daN (compresión)}$$

$$M_d = 1,6 \times 9000 = 14400 \text{ daNm}$$

$$N_d = 1,6 \times 3500 = -5600$$

$$M_{dLIM} = 11713 \text{ daNm}$$

$$e_0 = \frac{M_d}{N_d} = \frac{144000}{5600} = 2,57 \text{ m} > \frac{h}{2} \text{ gran excentricidad}$$

$$M_{ad} = 14400 - 0,5 \times (-5600) \times 0,39 = 15492 \text{ daNm}$$

$$M_{ad} > M_{dLIM}$$

$$A_{s2} \neq 0 \text{ sección doblemente armada}$$

$$M_s = M_{ad} - M_{dLIMI} = 15492 - 11713 = 3779 \text{ daNm}$$

$$A_{s2} \times f_{yd} = \frac{M_s}{z_s} = \frac{377900}{39} = 9690 \text{ daN}$$

$$A_{s2} = \frac{9690}{3650} \quad A_{s2} = 2,65 \text{ cm}^2$$

$$a) A_{s1} \times f_{yd} = \alpha_{LIM} \frac{M_{dLIMI}}{d} + A_{s2} \times f_{yd} + N_d = 1,385 \frac{1171300}{42} + 9690 + (-5600) = 42715 \text{ daN}$$

$$A_{s1} = \frac{42715}{3650} \quad A_{s1} = 11,7 \text{ cm}^2$$

$$b) A_{s1} \times f_{yd} = \omega_{LIM} \times b \times d \times f_{cd} + A_{s2} \times f_{yd} + N_d = 0,46 \times 20 \times 42 \times 100 + 9690 - 5600 = 42730 \text{ daN}$$

$$A_{s1} = \frac{42730}{3650} \quad A_{s1} = 11,7 \text{ cm}^2$$

$$VIABILIDAD: \quad \rho = \frac{A_{s1}}{b \times d} \leq 0,018 \quad \rho = \frac{11,7}{20 \times 42} = 0,014 \quad \text{viable}$$

5) Presoflexión

$$M = 5000 \text{ daNm}$$

$$N = 35000 \text{ daN (compresión)}$$

$$M_d = 1,6 \times 5000 = 8000 \text{ daNm}$$

$$N_d = 1,6 \times 35000 = -56000$$

$$e_0 = \frac{M_d}{N_d} = \frac{8000}{56000} = 0,14 \text{ m} < \frac{h}{2} \quad \text{fuerza única descentrada dentro de la sección}$$

PEQUEÑA EXCENRICIDAD: organizaremos la sección con armaduras simétricas

$$v_d = \frac{N_d}{b \times h \times f_{cd}} = \frac{56000}{20 \times 45 \times 100} = 0,62$$

$$\mu_d = \frac{N_d \times e_0}{b \times h^2 \times f_{cd}} = \frac{800000}{20 \times 45^2 \times 100} = 0,20$$

$$\frac{d_1}{h} = \frac{3}{45} = 0,06 \quad \text{aplicamos ábaco 1, página 53}$$

$$\varpi = 0,17 = \frac{A \times f_{yd}}{b \times h \times f_{cd}} \quad A = \frac{\varpi \times b \times h \times f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A = \frac{0,17 \times 20 \times 45 \times 100}{3650} = 4,19 \text{ cm}^2 \quad \text{en cada cara}$$

$$VIABILIDAD: \quad \rho = \frac{A_{s1}}{b \times d} \leq 0,018 \quad \rho = \frac{4,19}{20 \times 42} = 0,005 \quad \text{viable}$$

6) Tensoflexión

$$M = 5000 \text{ daNm}$$

$$N = 3500 \text{ daN (tracción)}$$

$$M_d = 1,6 \times 5000 = 8000 \text{ daNm}$$

$$N_d = 1,6 \times 3500 = 5600 \text{ daN (signo positivo pues es de tracción)}$$

$$e_0 = \frac{M_d}{N_d} = \frac{8000}{5600} = 1,43 \text{ m} > \frac{z_s}{2} \quad \text{gran excentricidad}$$

$$M_{ad} = M_d - 0,5 \times N_d \times z_s = 8000 - 0,5 \times 5600 \times 0,39 = 6908 \text{ daNm}$$

$$M_{ad} < M_{dLIM}$$

$$A_{s2} = 0 \quad \text{sección simplemente armada}$$

$$\mu_{ad} = \frac{M_d}{b \times d^2 \times f_{cd}} = \frac{690800}{20 \times 42^2 \times 100} = 0,196$$

De la tabla de página 50 :

$$\alpha = 1,159$$

$$\omega = 0,227$$

$$a) A_{s1} \times f_{yd} = \alpha \frac{M_{ad}}{d} + N_d = 1,159 \times \frac{690800}{42} + 5600 = 24663 \text{ daN}$$

$$A_{s1} = \frac{24663}{3650} \quad A_{s1} = 6,76 \text{ cm}^2$$

$$b) A_{s1} \times f_{yd} = \omega \times b \times d \times f_{cd} + N_d = 0,227 \times 20 \times 42 \times 100 + 5600 = 24668 \text{ daN}$$

$$A_{s1} = \frac{24668}{3650} \quad A_{s1} = 6,76 \text{ cm}^2$$

$$\text{VIABILIDAD: } \rho = \frac{A_{s1}}{b \times d} \leq 0,018 \quad \rho = \frac{6,76}{20 \times 42} = 0,008 \quad \text{viable}$$

7) Tensoflexión

$$M = 9000 \text{ daNm}$$

$$N = 3500 \text{ daN (tracción)}$$

$$M_d = 1,6 \times 9000 = 14400 \text{ daNm}$$

$$N_d = 1,6 \times 3500 = 5600 \text{ daN fuerza fuera de las armaduras}$$

$$e_0 = \frac{M_d}{N_d} = \frac{144000}{5600} = 2,57 \text{ m} > \frac{z_s}{2} \quad \text{gran excentricidad}$$

$$M_{ad} = 14400 - 0,5 \times 5600 \times 0,39 = 13308 \text{ daNm}$$

$$M_{ad} > M_{dLIM}$$

$$A_{s2} \neq 0 \quad \text{sección doblemente armada}$$

$$A_{s2} \times f_{yd} = \frac{M_s}{z_s} = \frac{13308 - 11713}{39} = 4090 daN$$

$$A_{s2} = \frac{4090}{3650} \quad A_{s2} = 1,12 cm^2$$

$$a) A_{s1} \times f_{yd} = \alpha_{LIM} \frac{M_{dLIM}}{d} + A_{s2} \times f_{yd} + N_d = 1,385 \frac{1171300}{42} + 4090 + 5600 = 48315 daN$$

$$A_{s1} = \frac{48315}{3650} \quad A_{s1} = 13,24 cm^2$$

$$b) A_{s1} \times f_{yd} = \omega_{LIM} \times b \times d \times f_{cd} + A_{s2} \times f_{yd} + N_d = 0,46 \times 20 \times 42 \times 100 + 4090 + 5600 = 48330 daN$$

$$A_{s1} = \frac{48330}{3650} \quad A_{s1} = 13,24 cm^2$$

$$VIABILIDAD: \quad \rho = \frac{A_{s1}}{b \times d} \leq 0,018 \quad \rho = \frac{13,24}{20 \times 42} = 0,016 \quad viable$$

8) Tensoflexión

$$M = 5000 daNm$$

$$N = 35000 daN \text{ (tracción)}$$

$$M_d = 1,6 \times 5000 = 8000 daNm$$

$$N_d = 1,6 \times 3500 = 56000 daN \text{ (signo positivo pues es de tracción)}$$

$$e_0 = \frac{M_d}{N_d} = \frac{8000}{56000} = 0,14 m \left(\frac{z_s}{2} \right) \text{ fuerza entre las armaduras}$$

PEQUEÑA EXCENRICIDAD: organizaremos la sección con armaduras simétricas, se utilizan los ábacos de interacción.

$$v_d = \frac{N_d}{b \times h \times f_{cd}} = \frac{56000}{20 \times 45 \times 100} = 0,62$$

$$\mu_d = \frac{N_d \times e_0}{b \times h^2 \times f_{cd}} = \frac{800000}{20 \times 45^2 \times 100} = 0,20$$

$$\frac{d_1}{h} = \frac{3}{45} = 0,06 \text{ aplicamos ábaco 1, pág}$$

$$\omega = 0,53 = \frac{A \times f_{yd}}{b \times h \times f_{cd}} \quad A = \frac{\omega \times b \times h \times f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A = \frac{0,53 \times 20 \times 45 \times 100}{3650} \quad A = 13,07 cm^2 \text{ en cada cara}$$

$$VIABILIDAD: \quad \rho = \frac{A_{s1}}{b \times d} \leq 0,018 \quad \rho = \frac{13,07}{20 \times 42} = 0,016 \quad viable$$