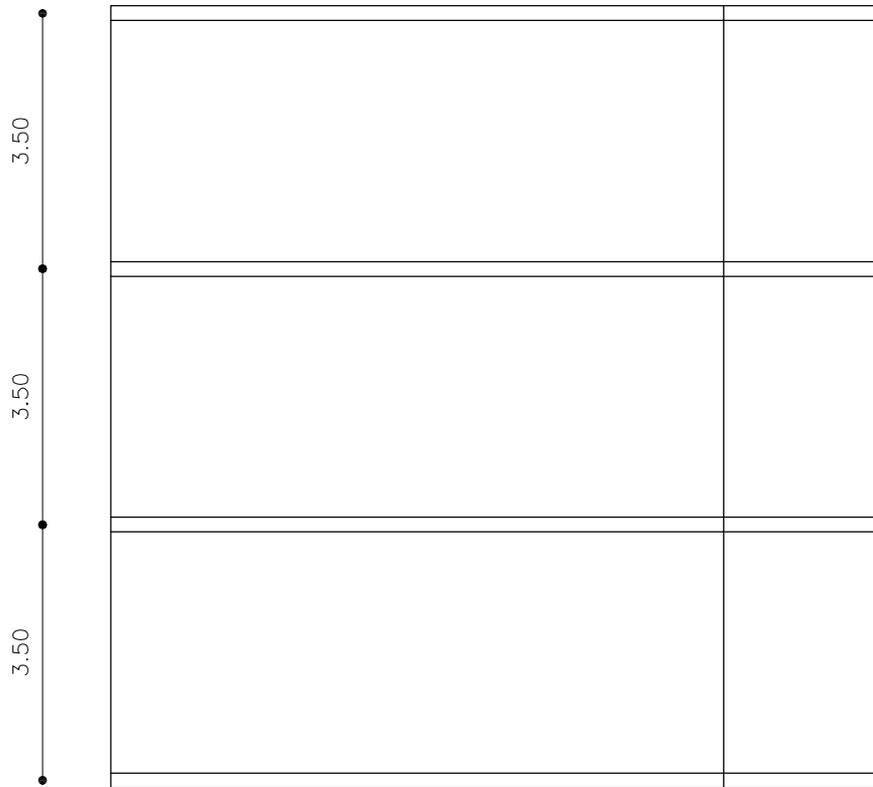
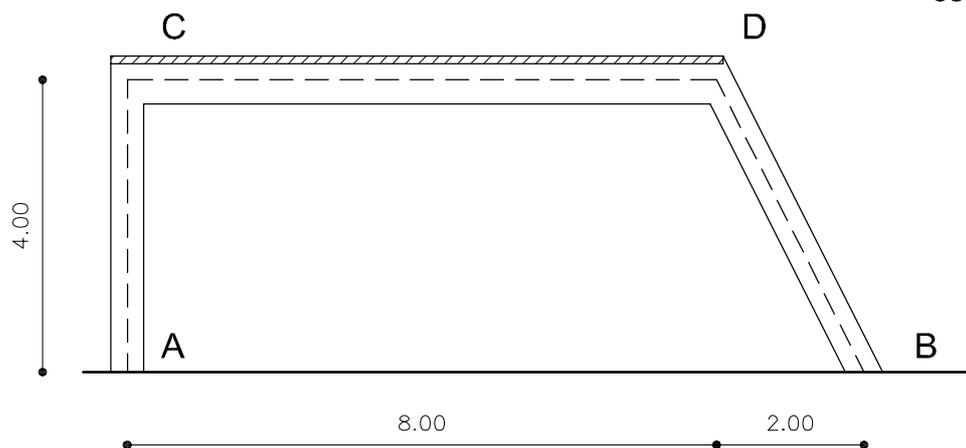


## ESTABILIDAD DE LAS CONSTRUCCIONES II



PLANTA  
esc. 1/100



CORTE TRANSVERSAL  
esc. 1/100

Se presenta una estructura construida en hormigón armado. Se pide:  
Estudiar una de las costillas intermedias, cuyos tramos AC y DB tienen una sección de 20 x 45 cm y el tramo CD de 20 x 65 cm. El tramo CD recibe 2888daN/m como descarga de una losa maciza de 10cm de espesor. Trazar los diagramas de solicitaciones e indicar las reacciones en los apoyos.

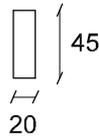
Se trata de una costilla de Hormigón Armado cuyos apoyos A y B son empotramientos. El tramo CD recibe la descarga de una losa maciza de 10cm de espesor. Todas las barras son de inercia constante.

**Relación de Inercias:**

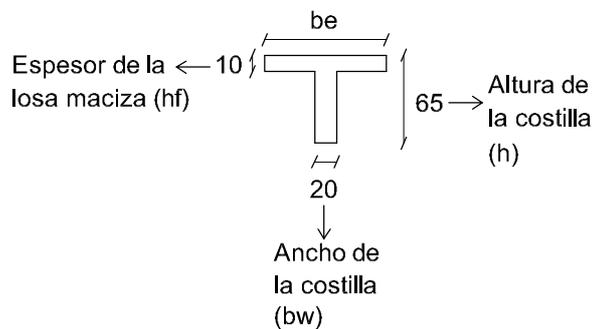
Definición de la forma:

Se determinan las dimensiones de la sección a los efectos de hallar las inercias.

Tramos AC = DB (sección rectangular)



Tramo CD (sección "T")



Para definir si es una sección nervada verificamos que cumpla:

$$hf \geq 7\text{cm}$$

$$\frac{hf}{d} \geq 10\%$$

Hallamos el ancho del ala:  $be = 6 hf + bw = 6 \times 10 + 20 = 80 \text{ cm}$

Determinamos la Inercia de cada barra:

Inercia Tramos AC = DB (sección rectangular)

$$I = \frac{bxh^3}{12}$$

$$I = \frac{20 \times 45^3}{12} = 151.875 \text{ cm}^4$$

Inercia Tramo CD (sección "T")

$$\left. \begin{aligned} \frac{bw}{be} &= \frac{20}{80} = 0,25 \\ \frac{hf}{h} &= \frac{10}{65} = 0,154 \end{aligned} \right\} \psi = 0,423$$

$$I = \frac{0,423 \times 80 \times 65^3}{12} = 774.443 \text{ cm}^4$$

### Inercias relativas:

Para el cálculo de las inercias relativas se toma como unidad la menor inercia de la estructura.

Se relaciona la inercia del tramo considerado con la menor de la estructura (en casos de inercia variable, se toma la menor inercia del tramo en relación a la menor inercia de la estructura)

$$\text{Tramos AC = DB} \quad I_r = 1$$

$$\text{Tramo CD} \quad \frac{I_T}{I_0} = \frac{774.443}{151.875} = 5,10$$

### Determinación de Coeficientes (rigidez, $\alpha$ $\beta$ I):

Coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$

Para Inercia Constante:

	$\alpha$	$\beta$
	1	0,5
	0,75	0

### Rigidez $\chi$

La rigidez indica la mayor o menor oposición del tramo a ser deformado por giro.

$$\chi = \frac{I_r \cdot E}{l} \quad E \text{ se simplifica por ser todas las barras del mismo material.}$$

Confeccionamos un cuadro resumiendo todos los datos de cada barra:

TRAMO	I	$I_r$	$\alpha$	$l$	$\chi$	$\alpha\chi$	r
AC	151875	1	1	4,0	0,250	0,250	0,38
CD	774443	5,10	1	8,0	0,638	0,638	0,62
DB	151875	1	1	4,47	0,224	0,224	0,62

### Coeficientes de repartición:

Nos determinan qué porcentaje del momento equilibrante le corresponde a cada barra dependiendo de su rigidez flexional.

$$r = \frac{\alpha \cdot \chi}{\sum \alpha \cdot \chi} \quad \text{La suma de los coeficientes de repartición en el nudo debe ser igual a 1.}$$

Nudo C:  $\Sigma\alpha.\chi = 0,888$

$$r_{CA} = \frac{0,250}{0,888} = 0,28$$

$$r_{CD} = \frac{0,638}{0,888} = 0,72$$

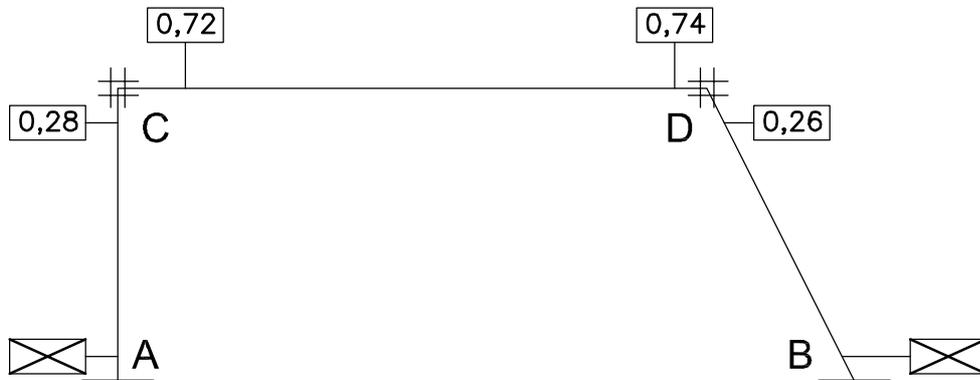
suman 1

Nudo D:  $\Sigma\alpha.\chi = 0,862$

$$r_{DC} = \frac{0,638}{0,862} = 0,74$$

$$r_{DB} = \frac{0,224}{0,862} = 0,26$$

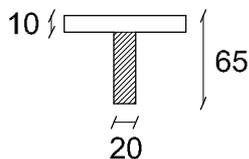
suman 1



**Determinación de cargas:**

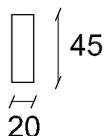
Tramo CD :

Se toma el sector de costilla que sobresale por debajo de la losa.



$$\begin{aligned} \text{p.p.} &= 0,20 \times 0,55 \times 2500 = 275 \text{ daN/m} \\ \text{descarga losas} &= 2888 \text{ daN/m} \\ \text{Total} &= 3163 \text{ daN/m} \end{aligned}$$

Tramos AC - DB :

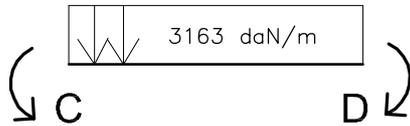


$$\text{p.p.} = 0,20 \times 0,45 \times 2500 = 225 \text{ daN/m}$$

**Momentos de Empotramiento Perfecto (M.E.P.):**

Los momentos de empotramiento perfecto son generados por cargas perpendiculares al eje de la barra. Por lo tanto la barra AC no tiene momento inicial.

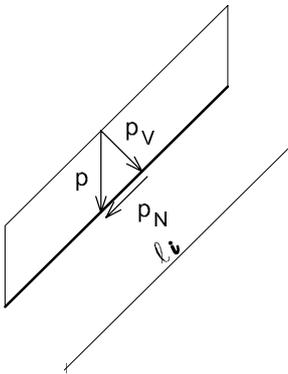
Barra CD:



$$M.E.P. = \frac{p \cdot l^2}{12} = \frac{3163 \times 8^2}{12} = 16869 \text{ daNm}$$

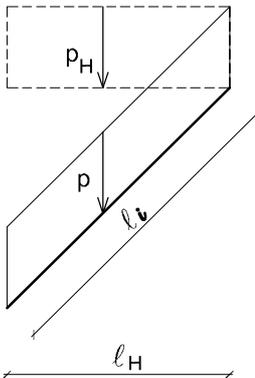
Barra DB: cuando la barra es inclinada tenemos 2 procedimientos

1º) Descomponemos la carga según direcciones perpendiculares y paralelas al eje de la barra. Tomamos el valor de la carga perpendicular al eje y la luz real (inclinada) de la barra.



$$M = \frac{p_v \cdot l_i^2}{12}$$

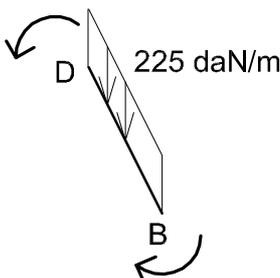
2º) "Horizontalizamos" la carga distribuyéndola en la proyección horizontal de la luz (  $l_H$  )



$$p_H = \frac{p \cdot l_i}{l_H} \quad \text{y} \quad M = \frac{p_H \cdot l_H^2}{12}$$

Si sustituimos: 
$$M = \frac{p \cdot l_i \cdot l_H}{12}$$

En nuestro ejemplo:



$$M.E.P. = \frac{p \cdot l_i \cdot l_H}{12} = \frac{225 \times 2,00 \times 4,47}{12} = 168 \text{ daNm}$$

**Artificio 1º Cross:**

Comenzamos el Artificio de Cross por el nudo más desequilibrado: Nudo C, repartiendo un momento que es de signo opuesto al desequilibrante, que se produce al soltar el freno.

Nudo C:  $\sum \text{Mom. Freno} = -16869$

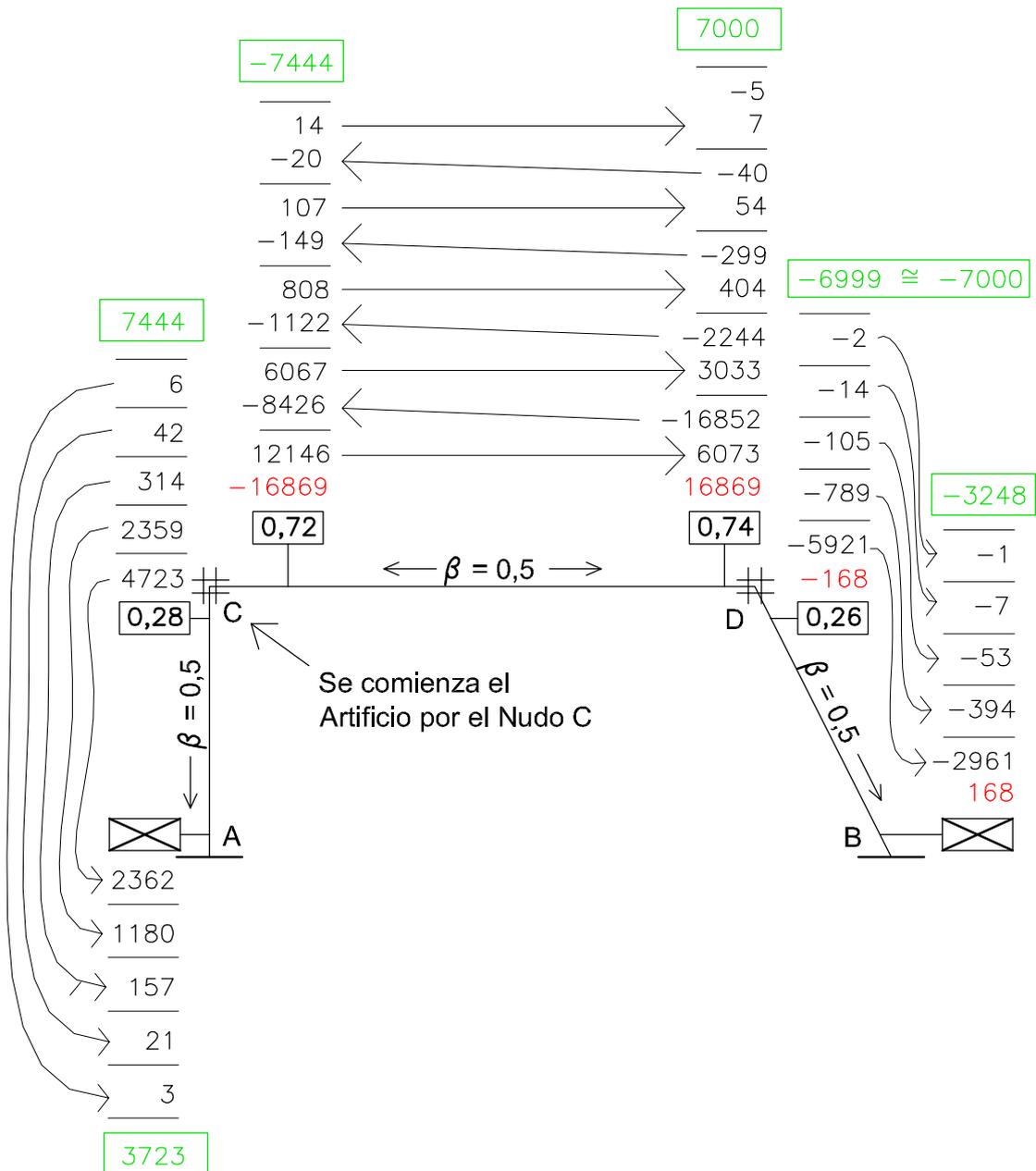
Momento a repartir: +16869

$M_{CD} = 16869 \times 0,72 = 12146$

$M_{CA} = 16869 \times 0,28 = 4723$

Estos momentos repartidos los transmitimos al otro extremo de la barra multiplicando por el coeficiente  $\beta$ .

Hay transmisiones a los apoyos A y B por ser empotramientos.

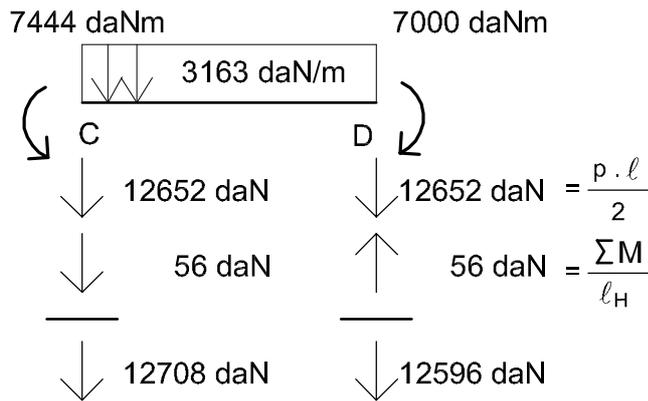


**Descargas barra por barra:**

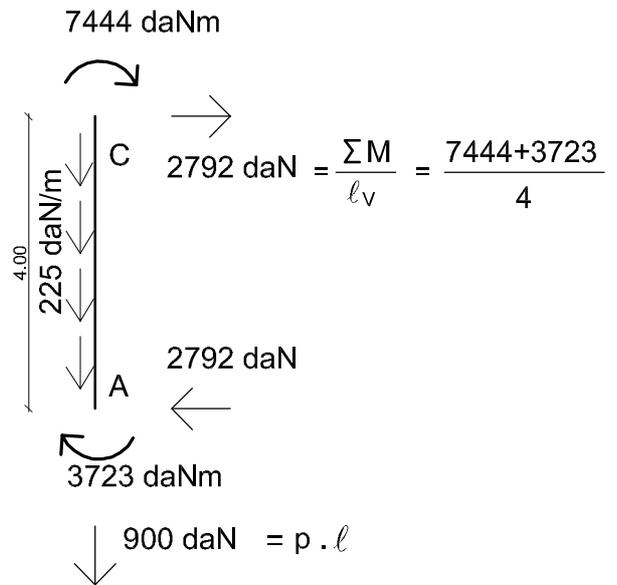
Aislamos cada barra y hallamos las descargas considerando las cargas actuantes y los momentos obtenidos del Cross.

Las barras horizontales e inclinadas las descargamos en fuerzas verticales y las barras verticales las descargamos según horizontales.

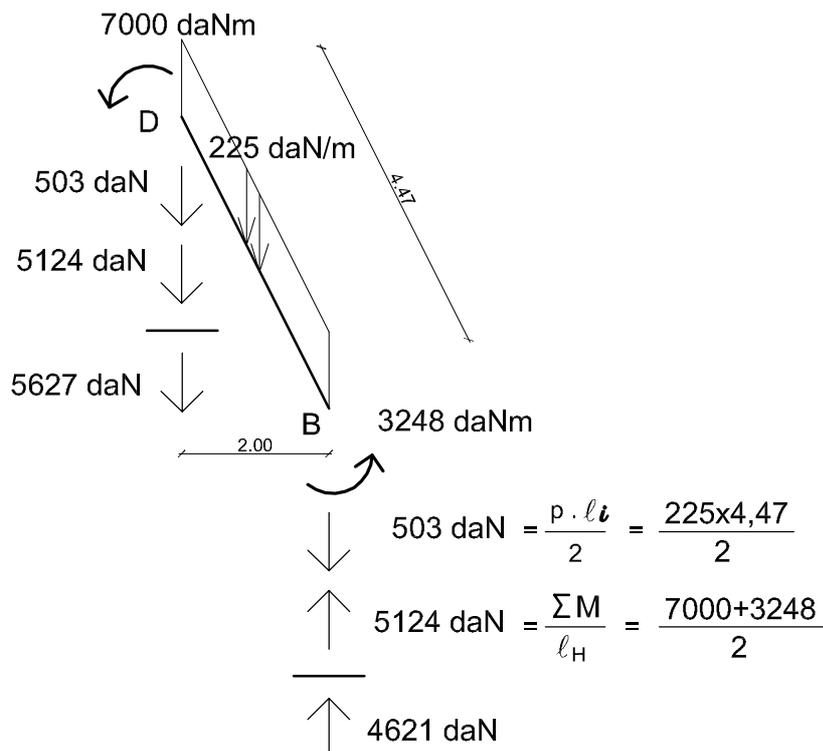
**DESCARGAS CD**



**DESCARGAS AC**

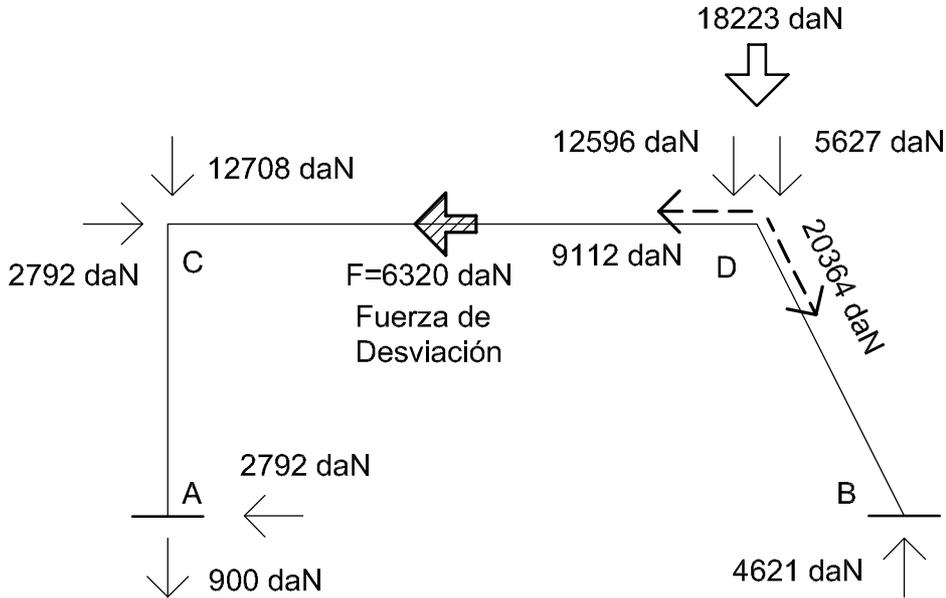


**DESCARGAS DB**



### Conducción de cargas por Caminos Materiales:

Una vez obtenidas las descargas barra por barra, se colocan en la estructura para analizar los caminos materiales que encuentran las fuerzas.



En la barra CD aparece una Fuerza de Desviación  $F$  que no tiene caminos materiales a los apoyos ni encuentra equilibrio en el tramo.

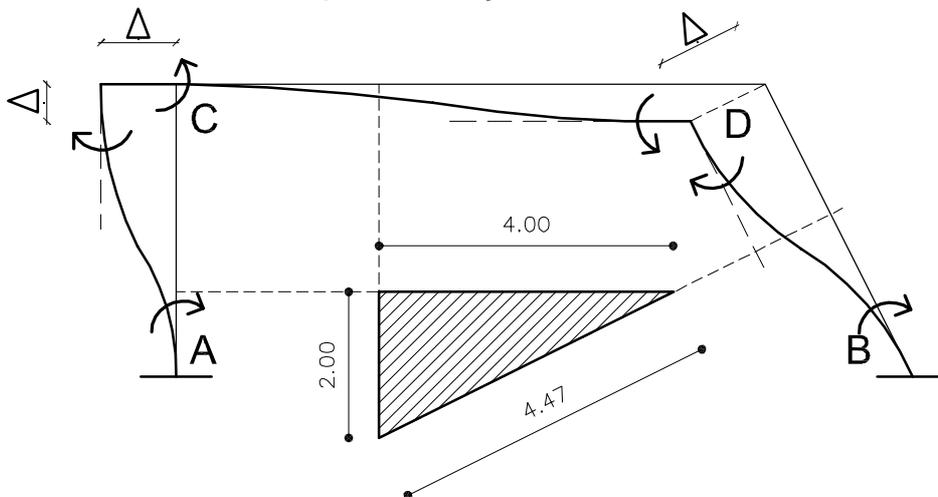
### Deformada:

Los nudos se desplazan frenados, no giran.

Comenzamos el trazado de la deformada por barras que tengan un extremo fijo (apoyos).

Debemos considerar:

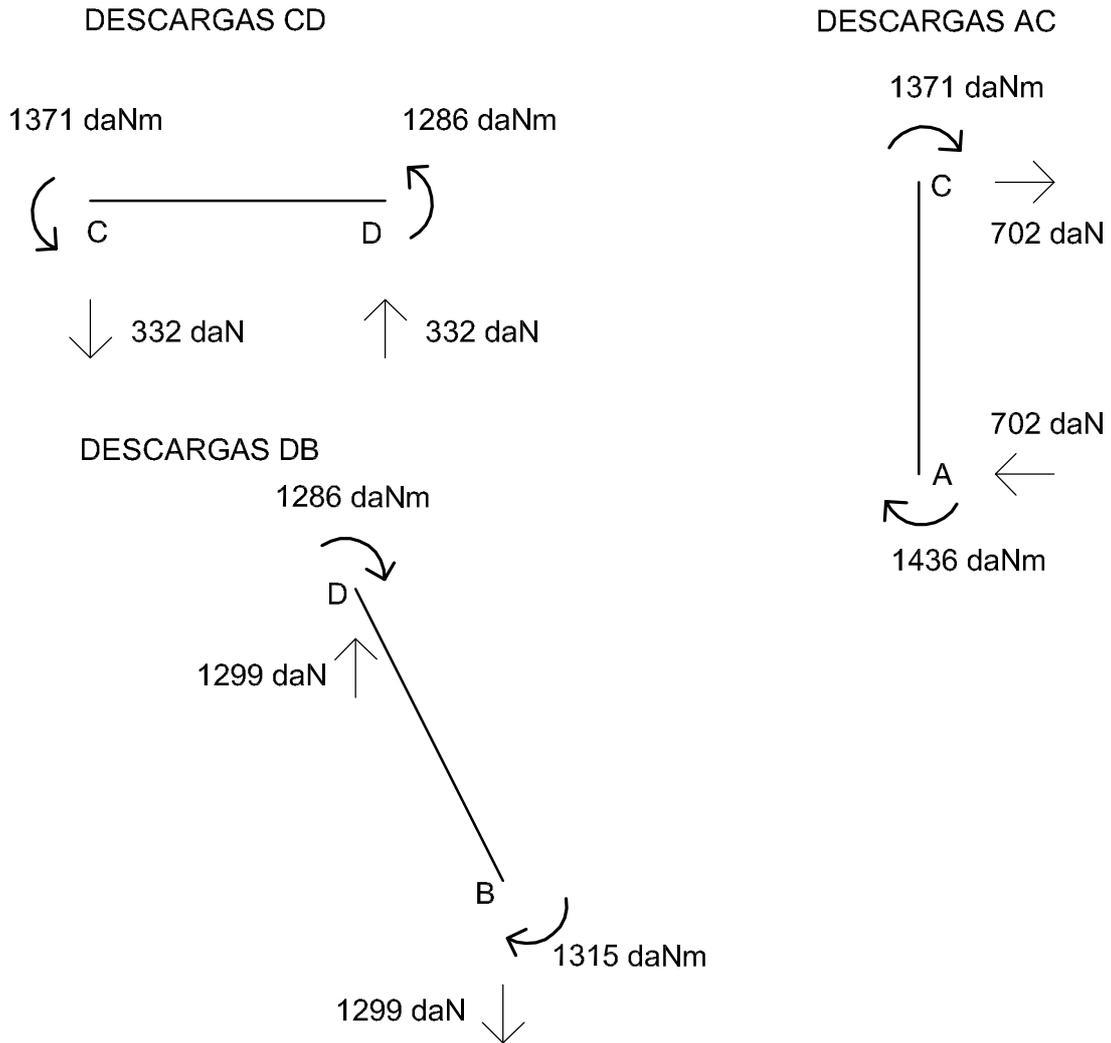
- \* El nudo se desplaza perpendicular al eje, y  $\Delta$  se mide proyectando los extremos de la barra sobre una perpendicular al eje de la misma.
- \* La proyección de los extremos de la barra deformada sobre una paralela al eje, mantiene la luz de la barra.
- \* La tangente de la deformada es paralela al eje de la barra.





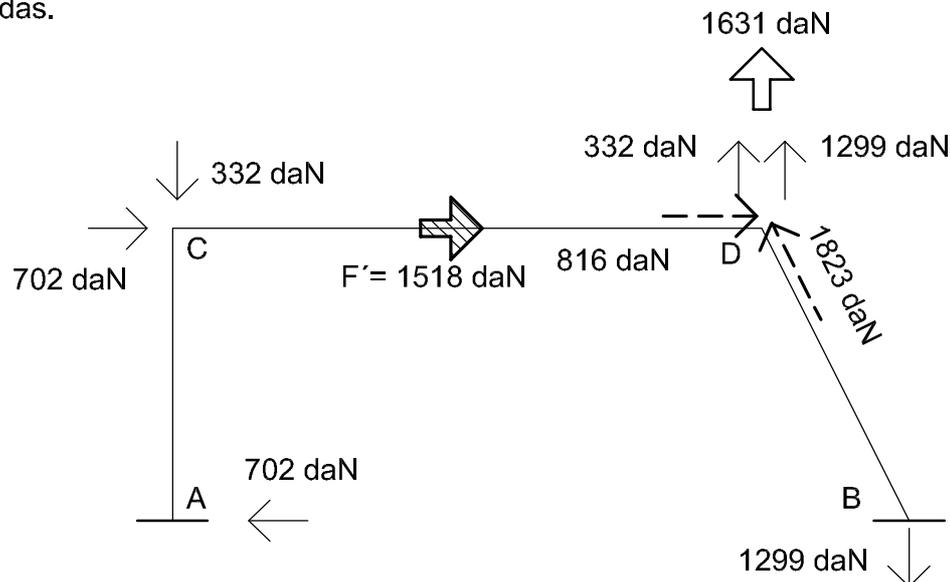
**Descargas de Momentos del 2º Cross:**

Aislamos cada barra y hallamos las descargas de los momentos obtenidos en el 2º Cross.



**Caminos Materiales:**

Volvemos a componer la estructura para determinar los caminos materiales de las fuerzas obtenidas.



Deberíamos obtener una fuerza  $F'$  igual en valor pero sentido contrario a  $F$  para equilibrar la estructura.

Llegamos a una Fuerza de Desviación  $F'$  cuyo valor no es igual a  $F$ , porque partimos de valores de  $\Delta$  proporcionales; pero sí tiene la misma dirección y sentido contrario a  $F$ .

Para que se anule con  $F$  la debemos corregir multiplicándola por un coeficiente  $\alpha$  al que:

$$F = \alpha \cdot F' \Rightarrow \alpha = \frac{F}{F'} \Rightarrow \alpha = \frac{6320}{1518} = 4,1634$$

### Momentos Finales:

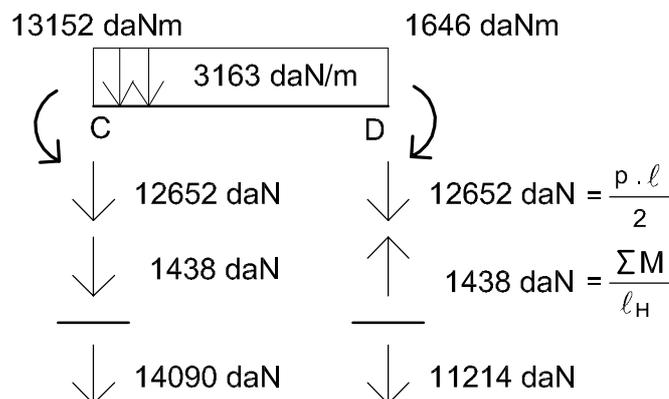
Momentos Finales = Momentos 1º Cross + Momentos 2º Cross x  $\alpha$

	Mom. 1º Cross	Mom. 2º Cross x $\alpha$	Mom. finales
$M_{AC}$	3723	5979	9702
$M_{CA}$	7444	5708	13152
$M_{CD}$	-7444	-5708	-13152
$M_{DC}$	7000	-5354	1646
$M_{DB}$	-7000	5354	-1646
$M_{BD}$	-3248	5475	2227

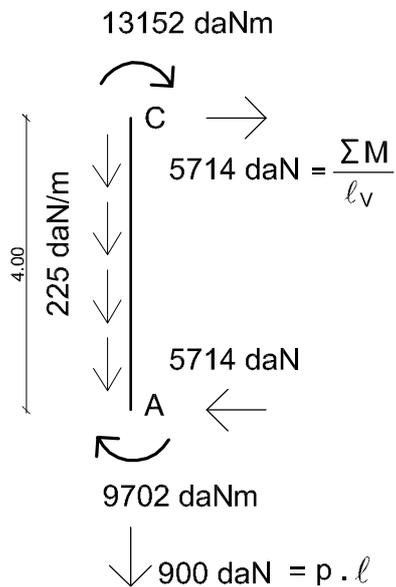
### Descargas barra por barra:

Aislamos cada barra y hallamos las descargas producidas por las cargas actuantes y momentos finales.

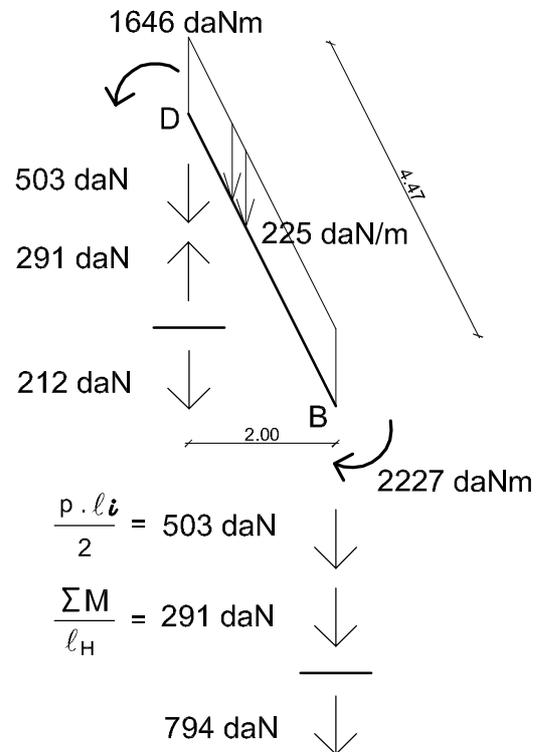
#### DESCARGAS CD



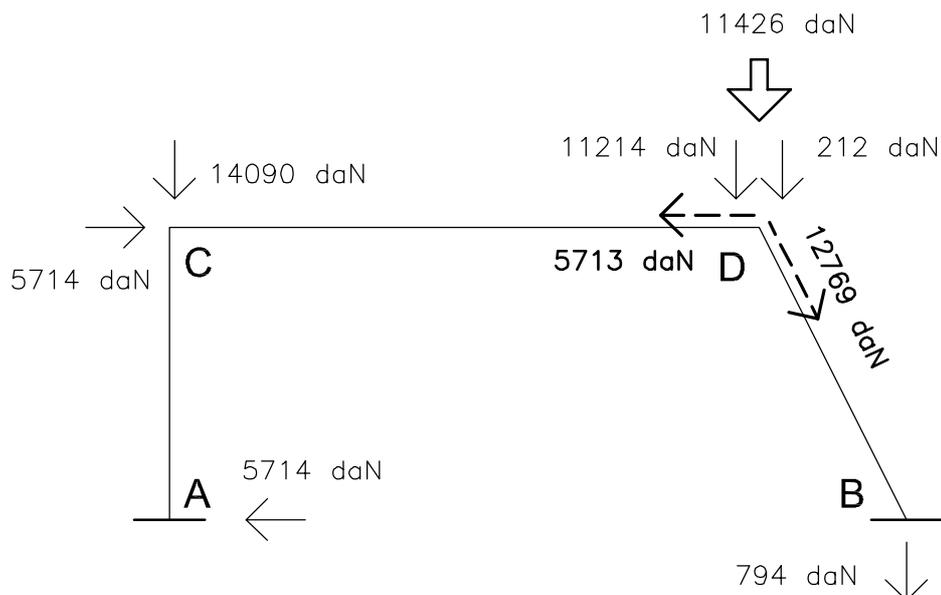
DESCARGAS AC



DESCARGAS DB



**Caminos Materiales:**



Al armar la estructura vemos que en la barra CD las fuerzas se equilibran.

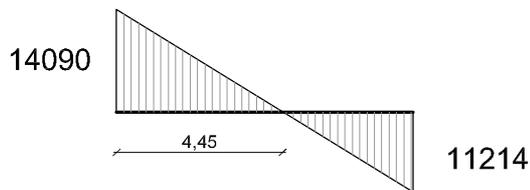
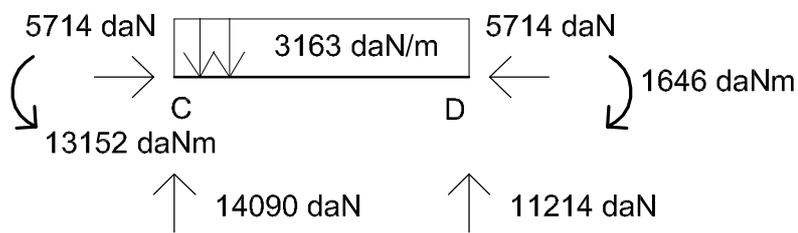
**Diagramas de Solicitaciones:**

Para realizar los Diagramas de Solicitaciones de cada barra, las aislamos y consideramos:

- \* Cargas actuantes
- \* Momentos Finales
- \* Reacciones de tramo (son las iguales y contrarias a las descargas de tramo)
- \* Axiles: los obtenemos al observar la estructura cuando hicimos caminos materiales y provienen de la descomposición de las descargas en los nodos).

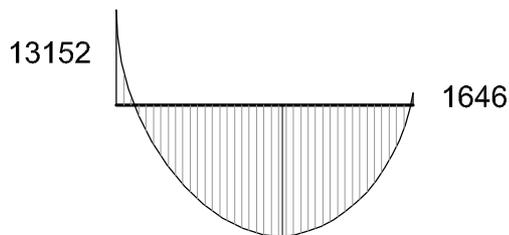
En el caso de barras inclinadas debemos descomponer las fuerzas en las direcciones perpendicular y paralela al eje de la barra.

BARRA CD



$V$  (daN)

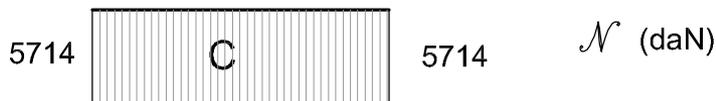
$$x_0 = \frac{14090}{3163} = 4,45$$



$M$  (daNm)

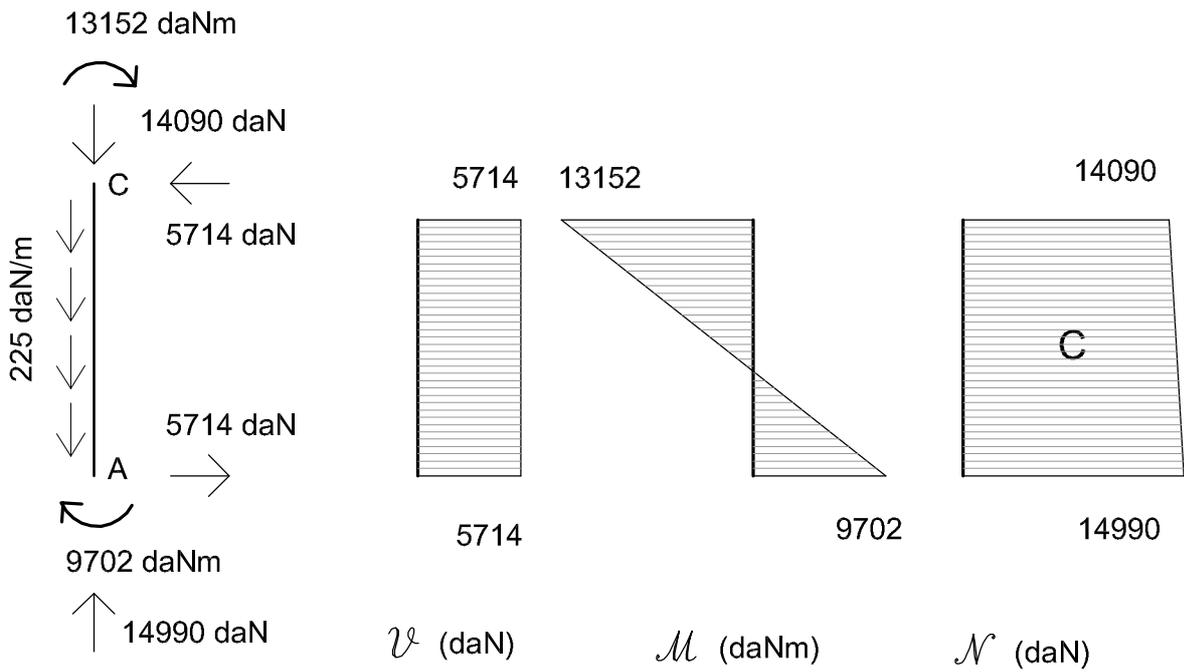
$$M_0 = 13152 - \frac{14090 \times 4,45}{2} = -18231$$

$M_0 = 18231$

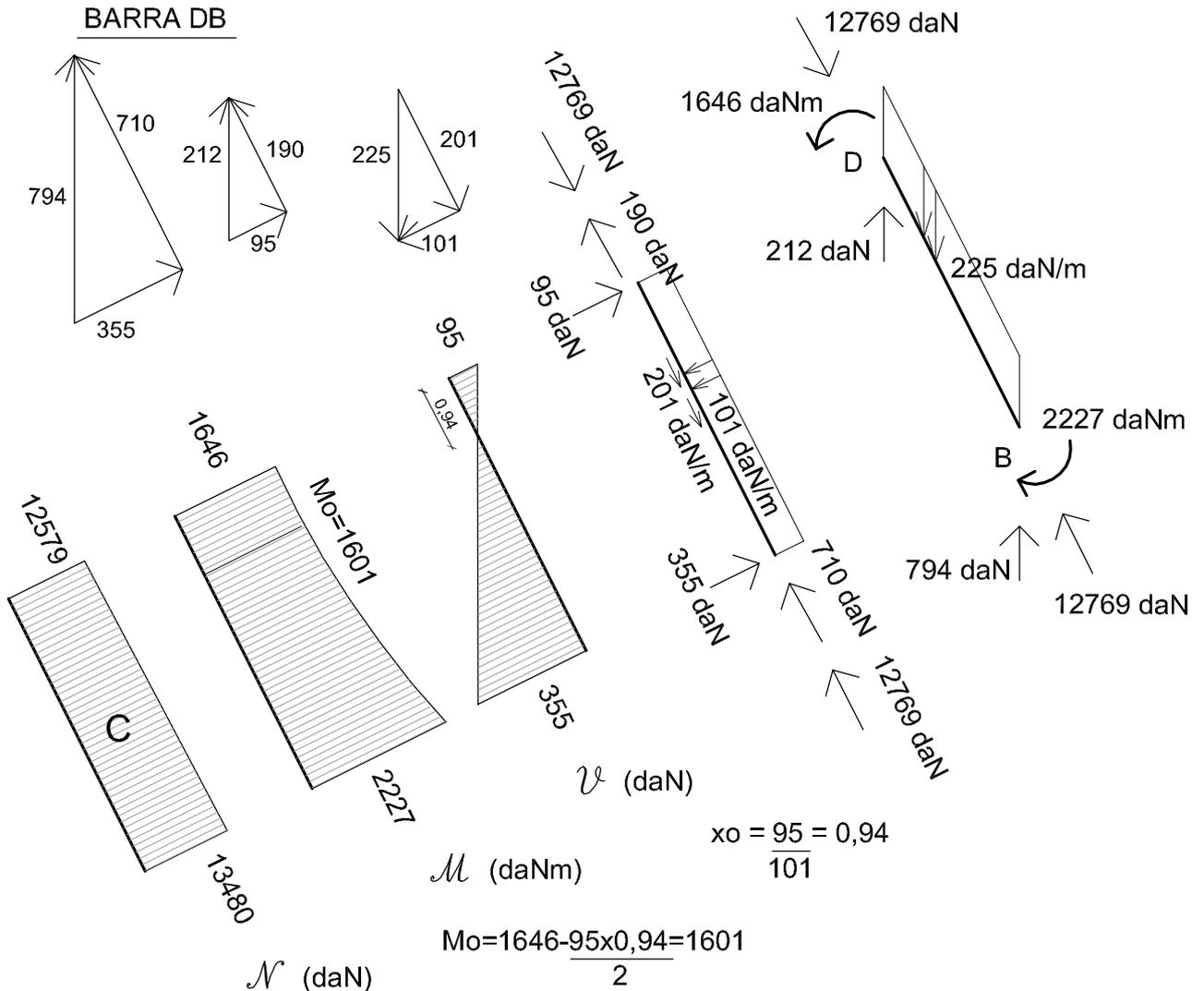


$N$  (daN)

**BARRA AC**



**BARRA DB**



**Reacciones:**

Las reacciones las obtenemos con las fuerzas que llegan a apoyos (descargas y axiles) y en este caso, por ser empotramientos, tenemos también los momentos finales.

Las reacciones se expresan según sus componentes horizontal y vertical.

