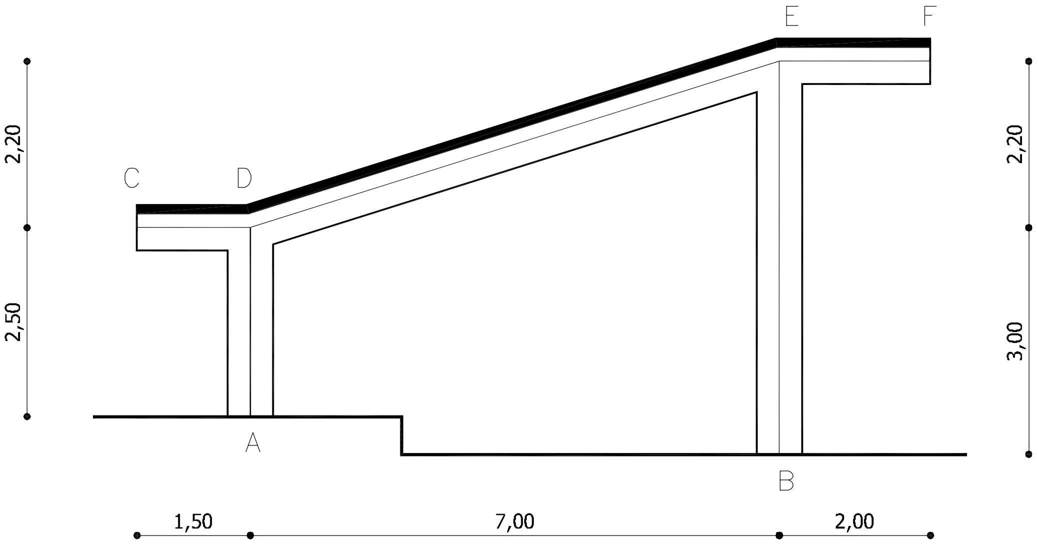
ESTABILIDAD DE LAS CONSTRUCCIONES II

Se plantea la siguiente estructura:



Se trata de una costilla intermedia de hormigón armado en la que apoyan losas macizas de 12 cm de espesor que descargan sobre los tramos CD, DE y EF una carga vertical de 1600daN/m de tramo. La costilla tiene 20 cm de espesor y 60 cm de altura en todos los tramos.

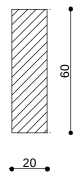
Estudiándola por Método de Cross se pide:

a) Diagrama de Solicitaciones de todos los tramos

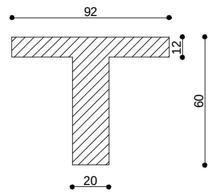
b) Reacciones en los apoyos.

Determinación de la forma:

Tenemos barras de sección rectangular (AD y EB):



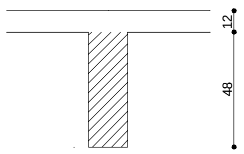
y sección nervada, por presencia de una losa maciza de 12 cm de espesor (DE):



$$b_e = 6.h_f + b_w = 6.12 + 20 = 92cm$$

Determinación de cargas:

TRAMOS CD, DE, EF:



$$p.p. = 0{,}48 \times 0{,}20 \times 2500 = 240daN / m$$

Descarga de la losa = $1600daN / m$

Total = $1840daN / m$

TRAMOS AD Y BE:

$$p.p. = 0{,}60 \times 0{,}20 \times 2500 = 300daN / m$$

Relación de Inercias:

Cálculo de la inercia por medio de la Tabla 2.6:

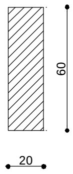
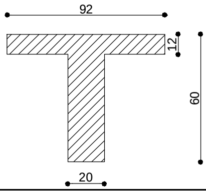
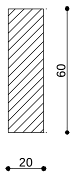
$$\xi' = \frac{h_f}{h} = \frac{12}{60} = 0{,}2$$
$$\xi = \frac{b_w}{b_e} = \frac{20}{92} = 0{,}22$$
$$\Rightarrow \psi = 0{,}40 \Rightarrow \quad I_m = \frac{\psi.b_e.h^3}{12} = \frac{0{,}40.92.60^3}{12} = 662400cm^4$$

Barras AD y EB:

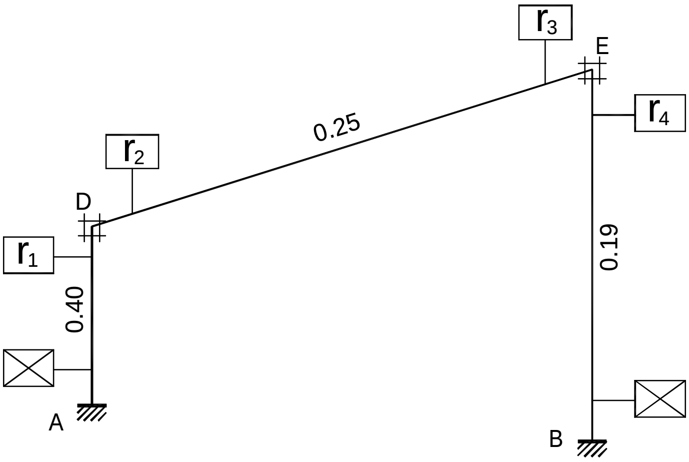
$$I = \frac{b.h^3}{12} = \frac{20.60^3}{12} = 360000cm^4$$

$$I_{rel} = \frac{662400}{360000} = 1{,}84$$

Determinación de los coeficientes α y β, y las rigideces de los tramos:

TRAMO	$Li(m)$	Tipo de Sección	Im_i	$I_r = \frac{\mathrm{Im}_i}{I_{MIN}}$	$\chi = \frac{I_r}{L_i}$	α_i	$\alpha_i \cdot \chi$	β
AD	2,50		$\frac{20.60^3}{12}$	1	0,4	1	0,4	0,5
DE	7,34		$\frac{0,4.92.60^3}{12}$	1,84	0,25	1	0,25	0,5
EB	5,20		$\frac{20.60^3}{12}$	1	0,19	1	0,19	0,5

Determinación de los Coeficientes de Repartición:



Nudo D:

$$\sum \alpha_i . \chi_i = 0,4 + 0,25 = 0,65$$

$$r_1 = \frac{0,4}{0,65} = 0,62$$

$$r_2 = \frac{0,25}{0,65} = 0,38$$

Nudo E:

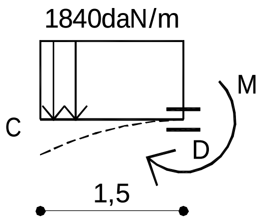
$$\sum \alpha_i \cdot \chi_i = 0{,}25 + 0{,}19 = 0{,}44$$

$$r_3 = \frac{0{,}25}{0{,}44} = 0{,}57$$

$$r_4 = \frac{0{,}19}{0{,}44} = 0{,}43$$

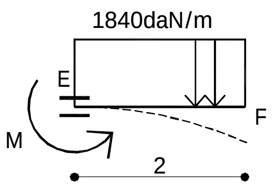
Determinación de los Momentos Freno:

Ménsula CD:



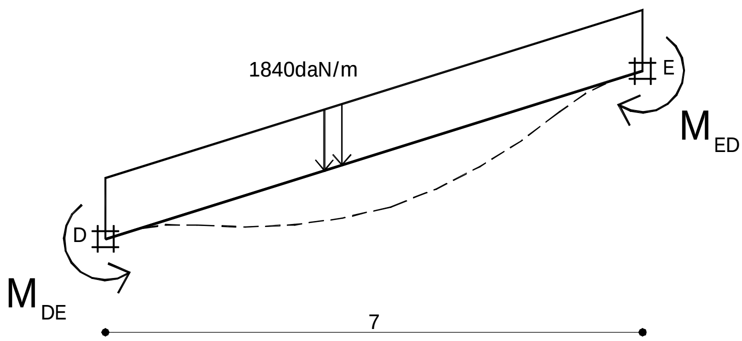
$$M = \frac{1840 \times 1{,}5^2}{2} = 2070 daN.m$$

Ménsula EF:



$$M = \frac{1840 \times 2^2}{2} = 3680 daN.m$$

Barra DE:



$$M = \frac{p.L_i.L_H}{12} = \frac{1840.7{,}34.7}{12} = 7878 daN.m$$

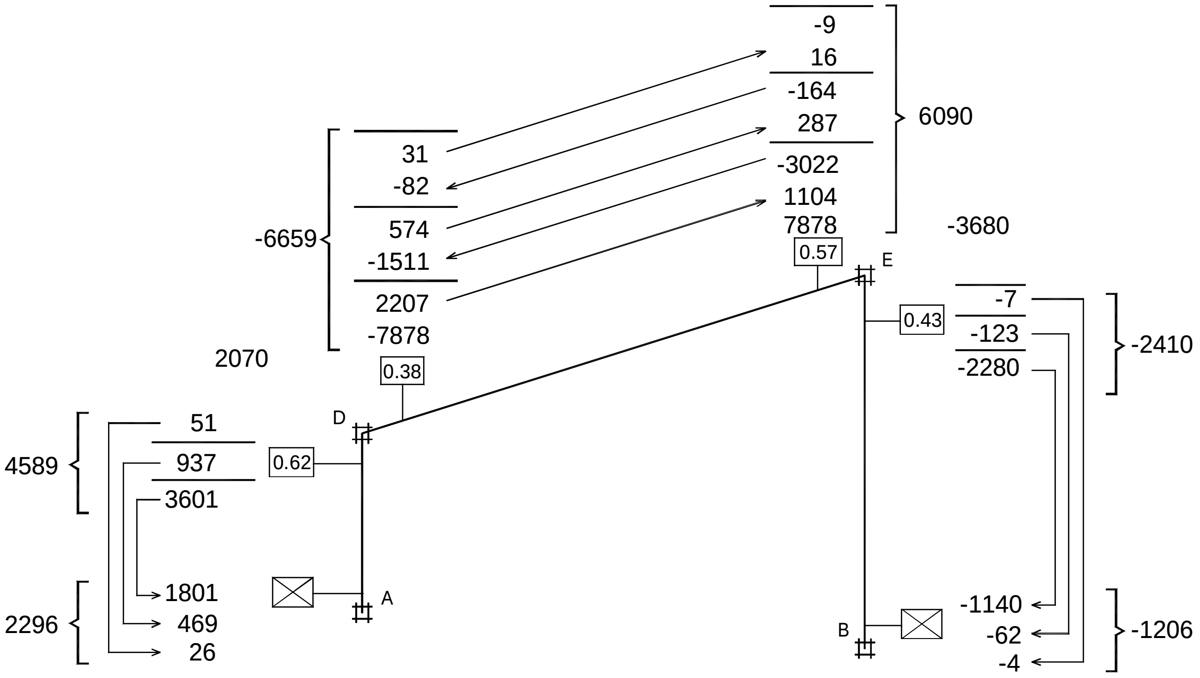
$$M_{DE} = -7878 daN.m$$

$$M_{ED} = 7878 daN.m$$

En las barras verticales AD y BE, no se genera momento de empotramiento perfecto dado que el peso propio es una fuerza axil.

Artificio del 1º Cross:

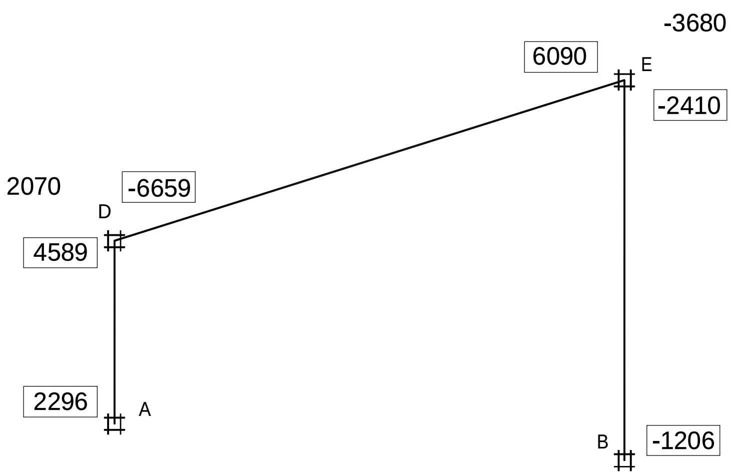
Comenzamos por el nudo D



$$\sum NudoD = 4589 + 2070 - 6659 = 0$$

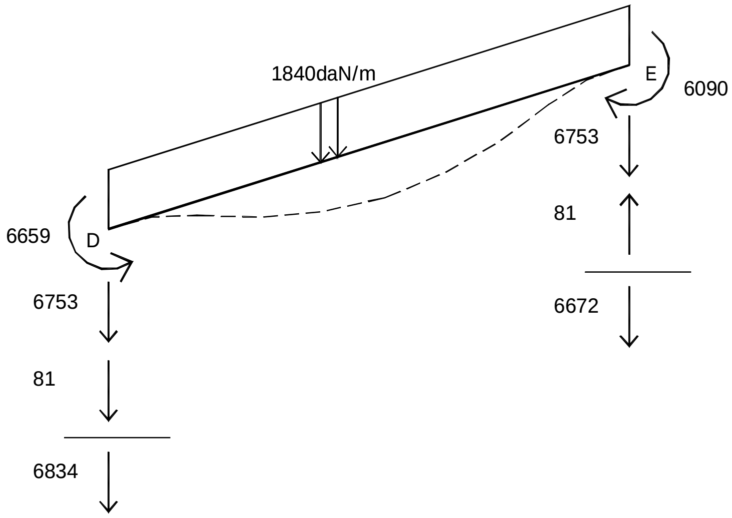
$$\sum NudoE = 6090 - 3680 - 2410 = 0$$

Resumen:



Descargas en los nodos:

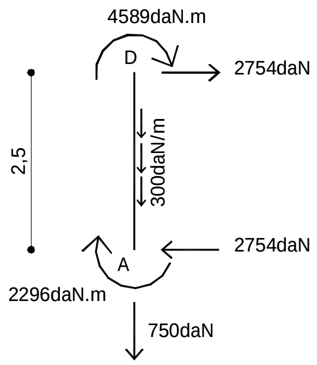
Barra DE:



$$\frac{1840\times 7{,}34}{2}=6753daN$$

$$\frac{6659-6090}{7}=81daN$$

Barra DA:

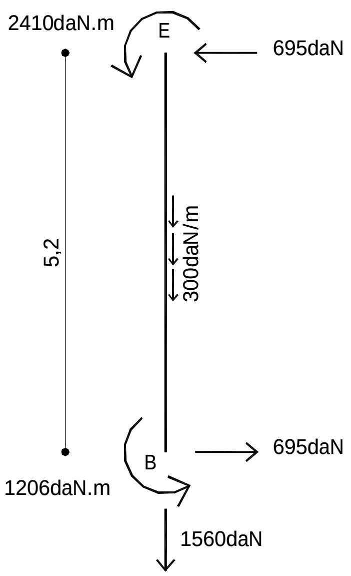


$$p.p.=0{,}6\times 0{,}20\times 2500=300daN/m$$

$$300\times 2{,}50=750daN$$

$$\frac{4589+2296}{2{,}50}=2754daN$$

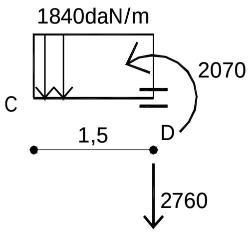
Barra EB:



$$\frac{2410+1206}{5{,}20}=695daN$$

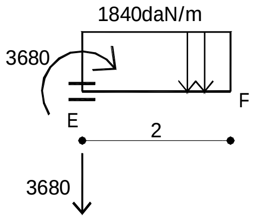
$$300\times 5{,}20=1560daN$$

Ménsula CD:



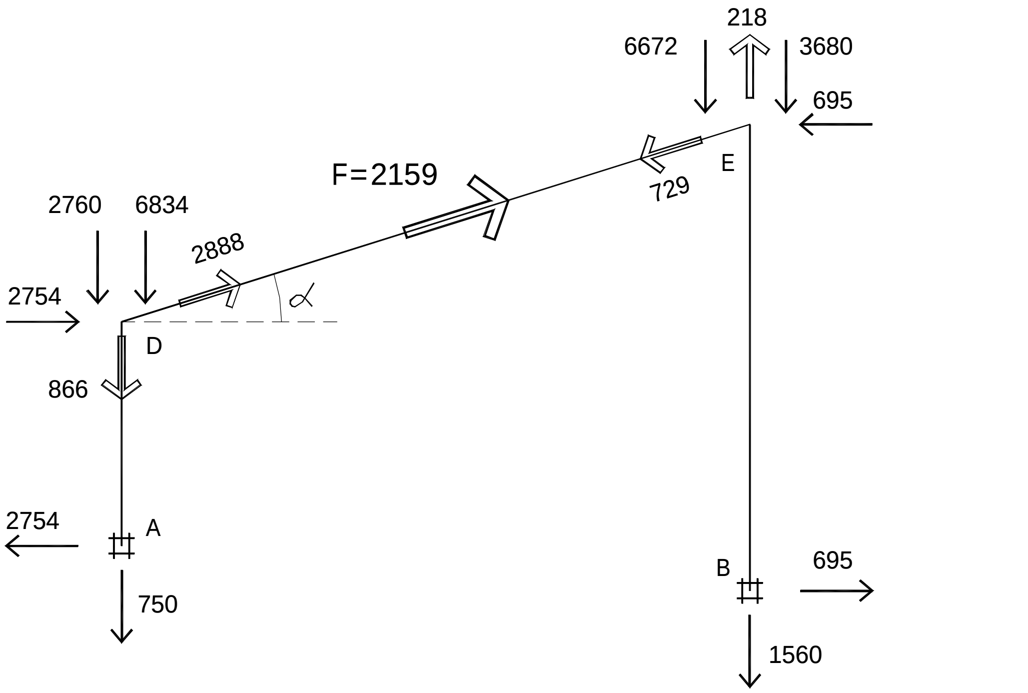
$$F = 1840 \times 1{,}50 = 2760daN$$

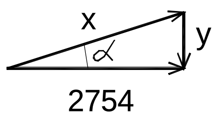
Ménsula EF:



$$F = 1840 \times 2 = 3680daN$$

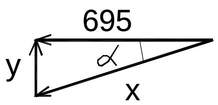
Descargas totales de la estructura y descomposición según caminos materiales:





$$tg\alpha = \frac{y}{2754} = \frac{2{,}2}{7} \Rightarrow y = \frac{2754.2{,}2}{7} = 866daN$$

$$\cos\alpha = \frac{2754}{x} = \frac{7}{7{,}34} \Rightarrow x = \frac{2754.7{,}34}{7} = 2888daN$$



$$y = \frac{695.2{,}2}{7} = 218daN$$

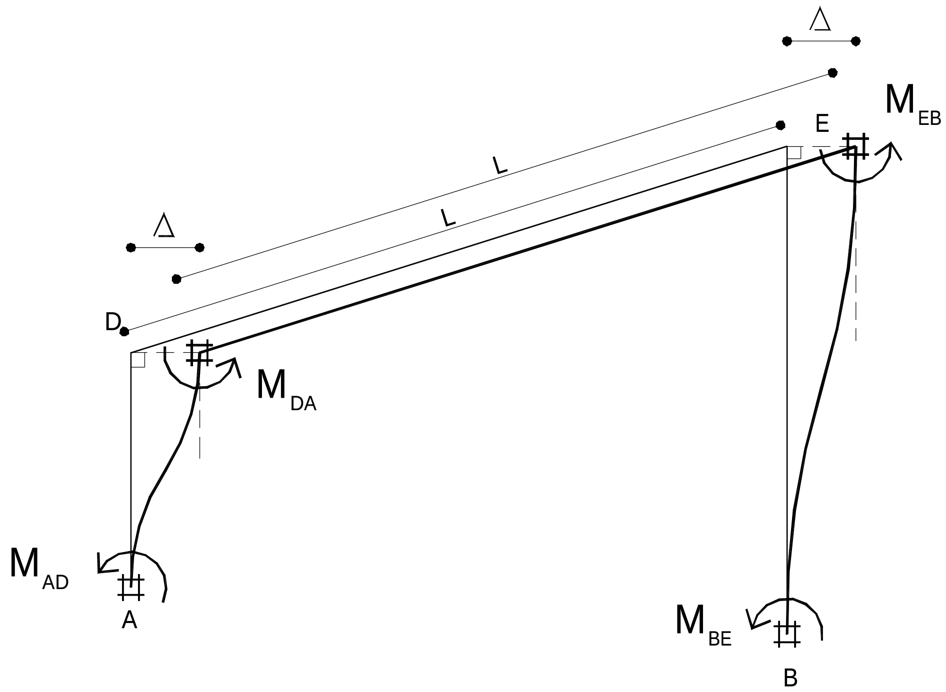
$$x = \frac{695.7{,}34}{7} = 729daN$$

Al descomponer las cargas queda una fuerza F que no tiene caminos materiales a los apoyos ni encuentra equilibrio a través de la barra.

Trazado de la deformada:

Planteada la estructura bajo la acción solamente de la fuerza de desviación, se hace un trazado de la deformada con los nodos frenados, sin giro pero con posibilidad de desplazamientos.

- Los desplazamientos son perpendiculares a la barra por el nudo.
- La proyección de la longitud del tramo deformado sobre una paralela al eje del mismo, es igual a la luz de la barra.
- La tangente a la deformada se mantiene paralela al eje de la barra.



Del trazado de la deformada obtenemos los siguientes datos:

- Qué barras se deforman
- Ubicación y sentido de los momentos
- El desplazamiento tomado con un valor proporcional al real

En este caso sólo sufren desplazamientos los nudos D y E y, dado que la barra DE debe mantener su longitud, los desplazamientos de dichos nudos serán iguales.

$$\Delta_1 = \Delta_2$$

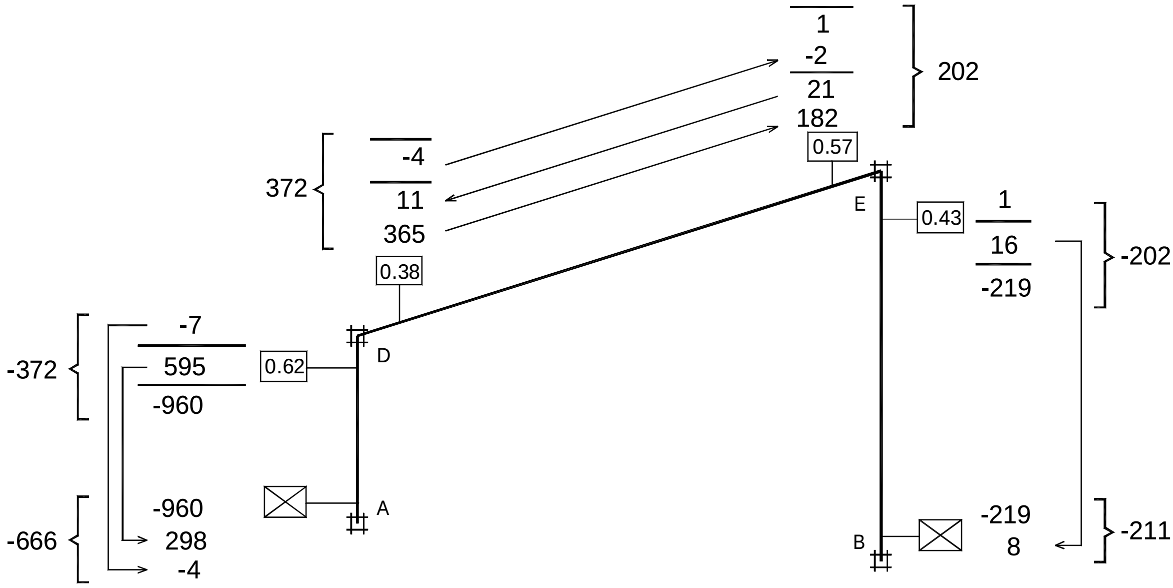
y tomamos un valor arbitrario $\Delta = 1000$

Momentos para 2º Cross:

$$M_{AD} = M_{DA} = \frac{6.\chi.\Delta}{L} = \frac{6.0,4.1000}{2,5} = 960 daN.m$$

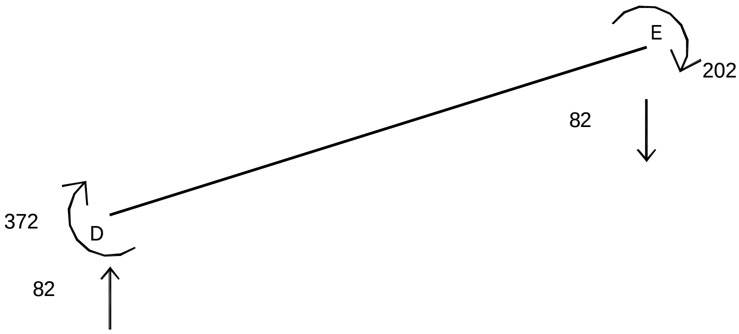
$$M_{EB} = M_{BE} = \frac{6.\chi.\Delta}{L} = \frac{6.0,19.1000}{5,2} = 219 daN.m$$

Artificio del 2º Cross:



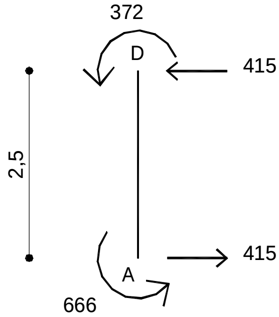
Descargas en los nudos usando solamente los momentos del 2º Cross:

Barra DE:



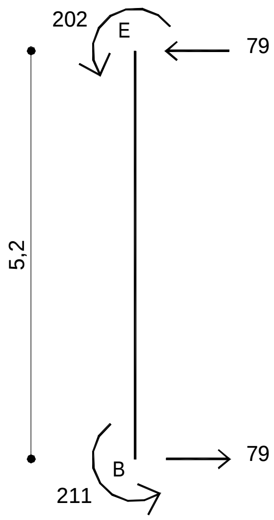
$$\frac{202+372}{7}=82daN$$

Barra AD:



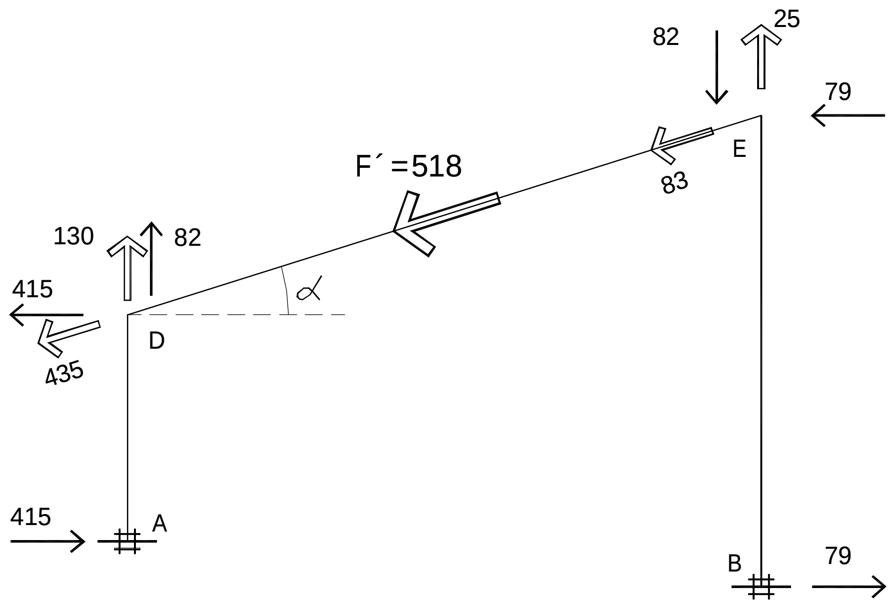
$$\frac{666+372}{2,5}=415daN$$

Barra EB:

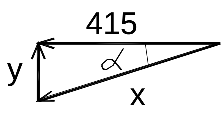


$$\frac{202+211}{5,2} = 79daN$$

Descomposición según caminos materiales:

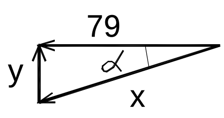


La fuerza F’ debe tener sentido contrario a F.



$$y = \frac{415.2,2}{7} = 130daN$$

$$x = \frac{415.7,34}{7} = 435daN$$



$$y = \frac{79.2,2}{7} = 25daN$$

$$x = \frac{79.7,34}{7} = 83daN$$

Momentos Finales:

$$\alpha = \frac{F}{F'} = \frac{2159}{518} = 4{,}168$$

$$Mom.Finales = Mom.1^{o}\,Cross + \alpha \times Mom.2^{o}\,Cross$$

	$Mom.1^{o}\,Cross$	$\alpha \times Mom.2^{o}\,Cross$	$Mom.Finales$
M_{AD}	2296	-2776	-480
M_{DA}	4589	-1550	3039
M_{DE}	-6659	1550	-5109
M_{ED}	6090	842	6932
M_{EB}	-2410	-842	-3252
M_{BE}	-1206	-875	-2081

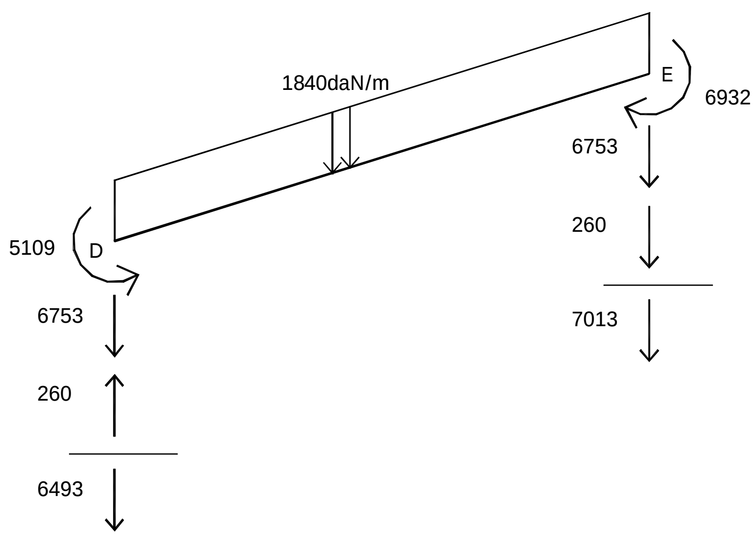
$$\Sigma M_{D} = M_{DA} + M_{DE} + M_{men} = 3039 - 5109 + 2070 = 0$$
$$\Sigma M_{E} = M_{ED} + M_{EB} + M_{men} = 6932 - 3252 - 3680 = 0$$

Debe verificarse que los nudos están en equilibrio.

Descargas Finales en los nodos:

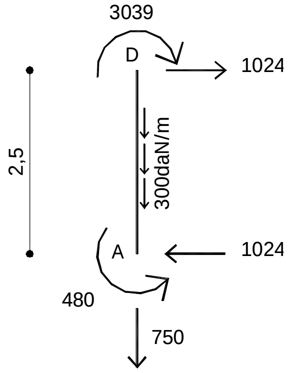
Se descargan las cargas actuantes y momentos finales.

Barra DE:



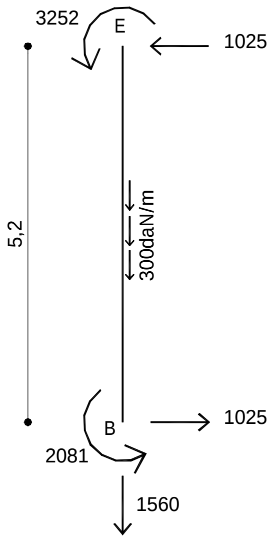
$$\frac{6932 - 5109}{7} = 260daN$$

Barra AD:



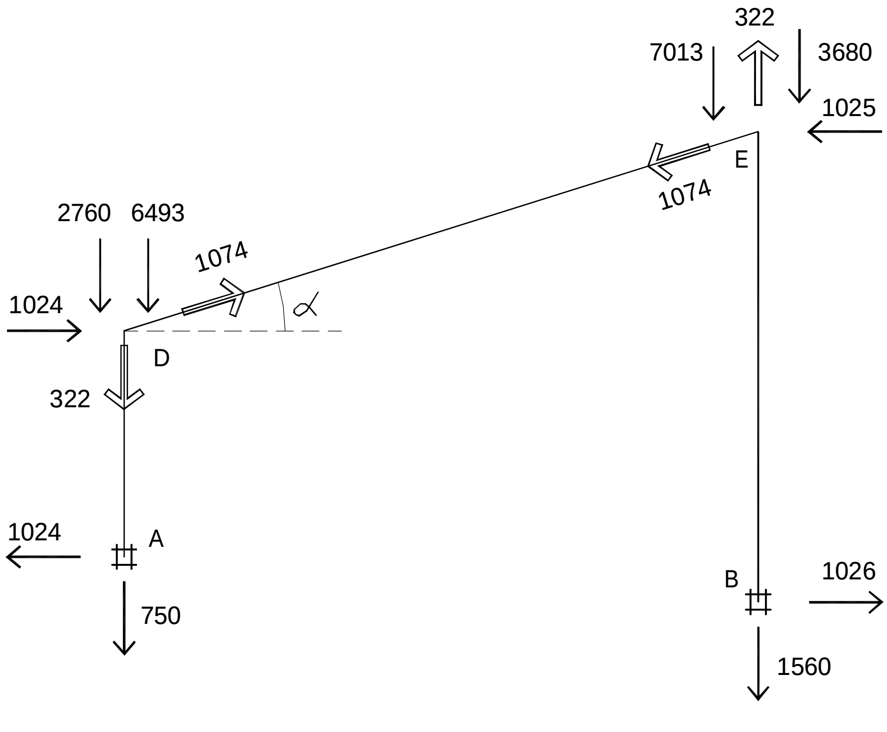
$$\frac{3039-480}{2,5}=1024daN$$

Barra EB:

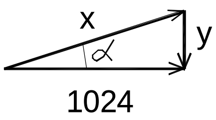


$$\frac{3252+2081}{5,2}=1025daN$$

Componemos la estructura con las cargas en los nudos y descomponemos las fuerzas por caminos materiales.

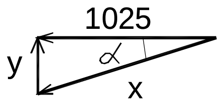


Las fuerzas se equilibran en la propia barra.



$$y = \frac{1024.2{,}2}{7} = 322daN$$

$$x = \frac{1024.7{,}34}{7} = 1074daN$$

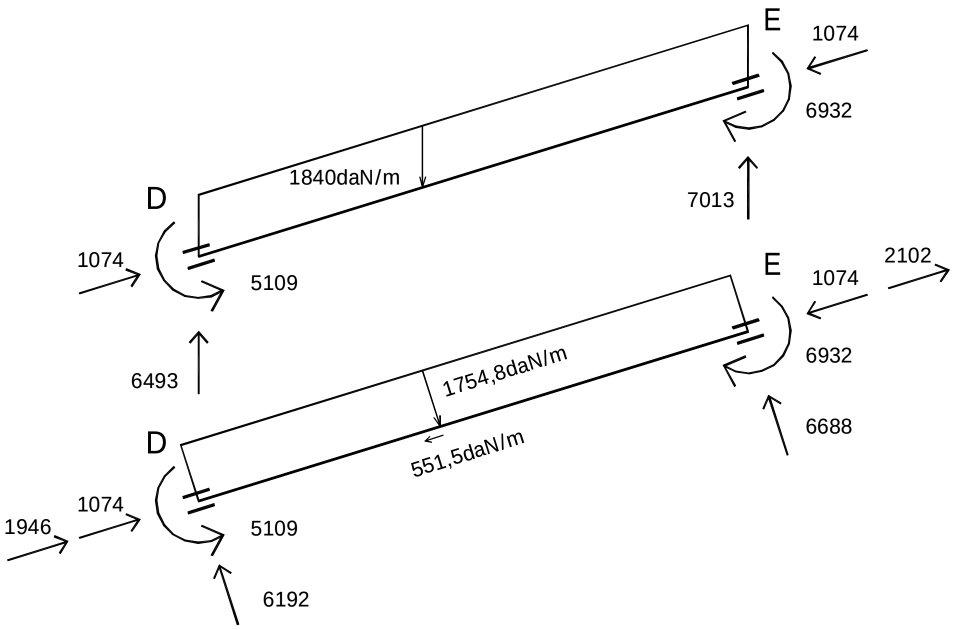


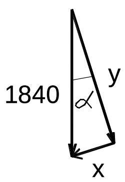
$$y = \frac{1025.2{,}2}{7} = 322daN$$

$$x = \frac{1025.7{,}34}{7} = 1074daN$$

<u>Equilibrio de cada tramo y Diagrama de Solicitaciones:</u>

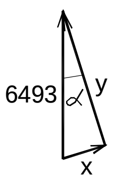
<u>Barra DE:</u>





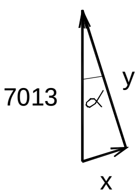
$$sen\alpha = \frac{x}{1840} = \frac{2{,}20}{7{,}34} \Rightarrow x = \frac{1840.2{,}20}{7{,}34} = 551{,}5daN$$

$$\cos\alpha = \frac{y}{1840} = \frac{7}{7{,}34} \Rightarrow y = \frac{1840.7}{7{,}34} = 1754{,}8daN$$



$$x = \frac{6493.2{,}20}{7{,}34} = 1946daN$$

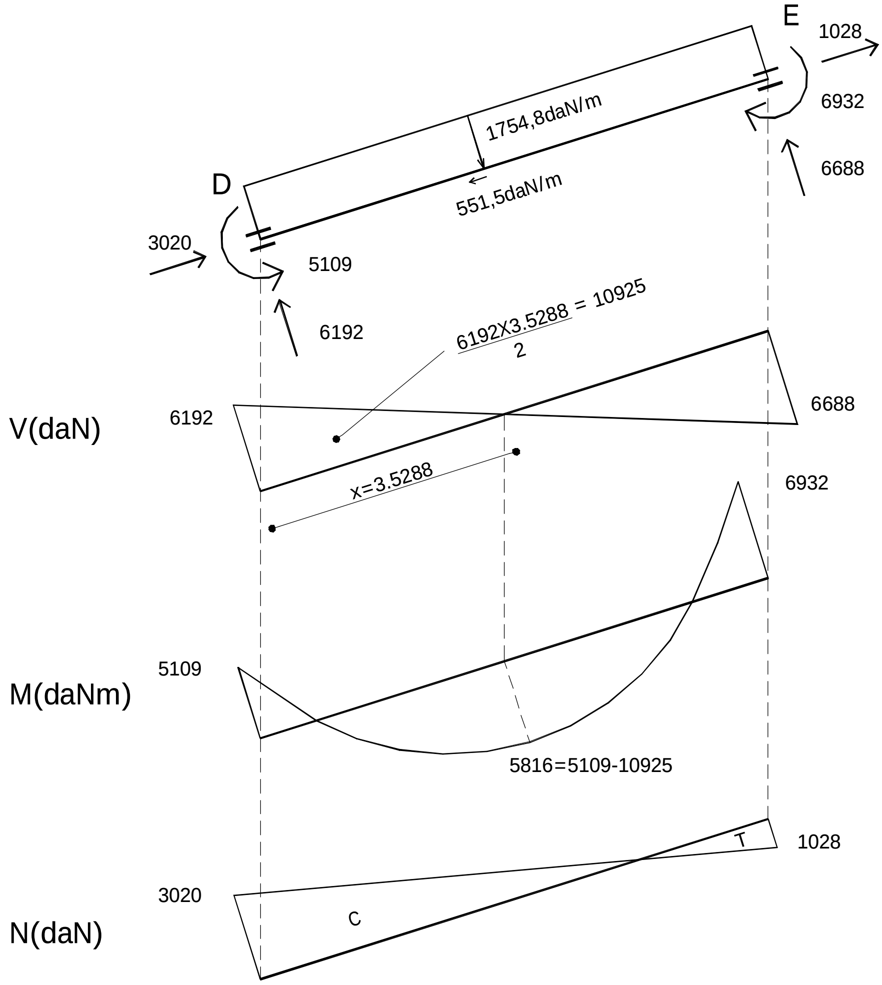
$$y = \frac{6493.7}{7{,}34} = 6192daN$$



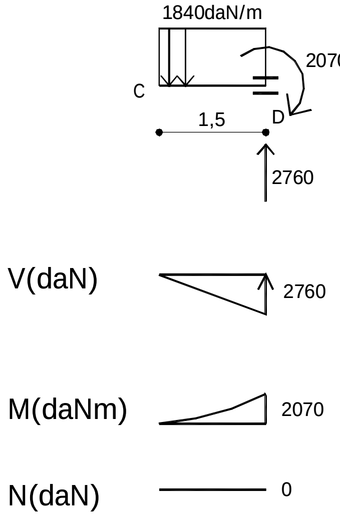
$$x = \frac{7013.2{,}20}{7{,}34} = 2102daN$$

$$y = \frac{7013.7}{7{,}34} = 6688daN$$

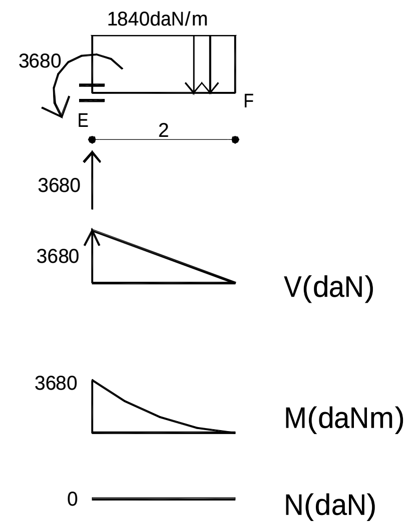
$$x_0 = \frac{6493}{1840} = 3{,}5288m$$



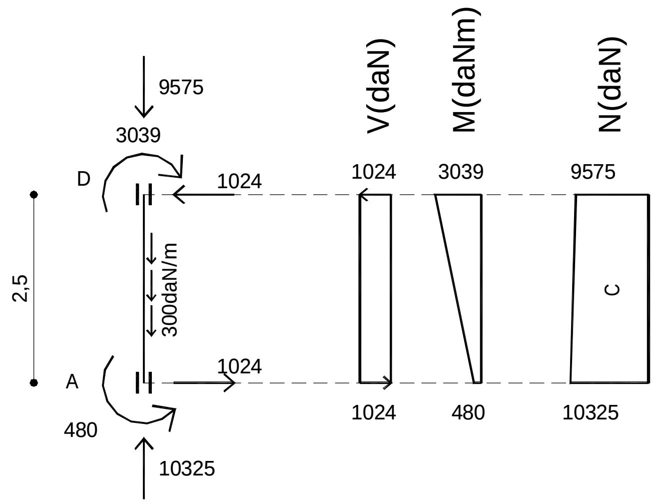
Ménsula CD:



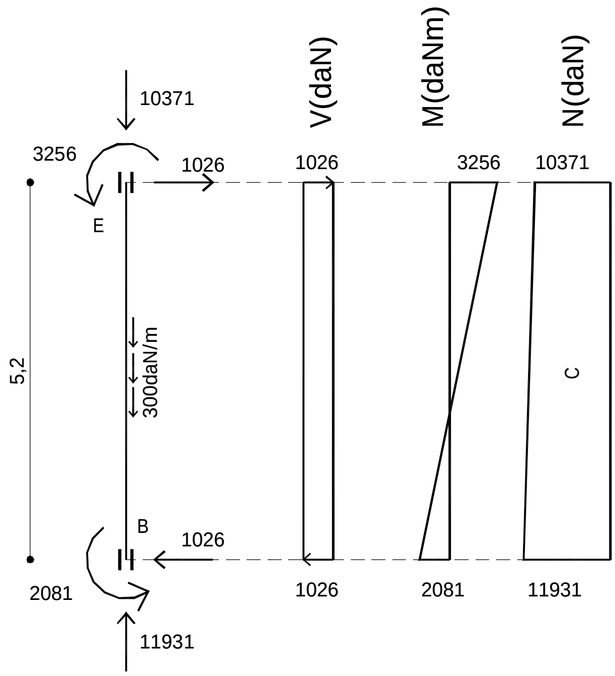
Ménsula EF:



Barra AD:



Barra EB:



Reacciones en Apoyos: