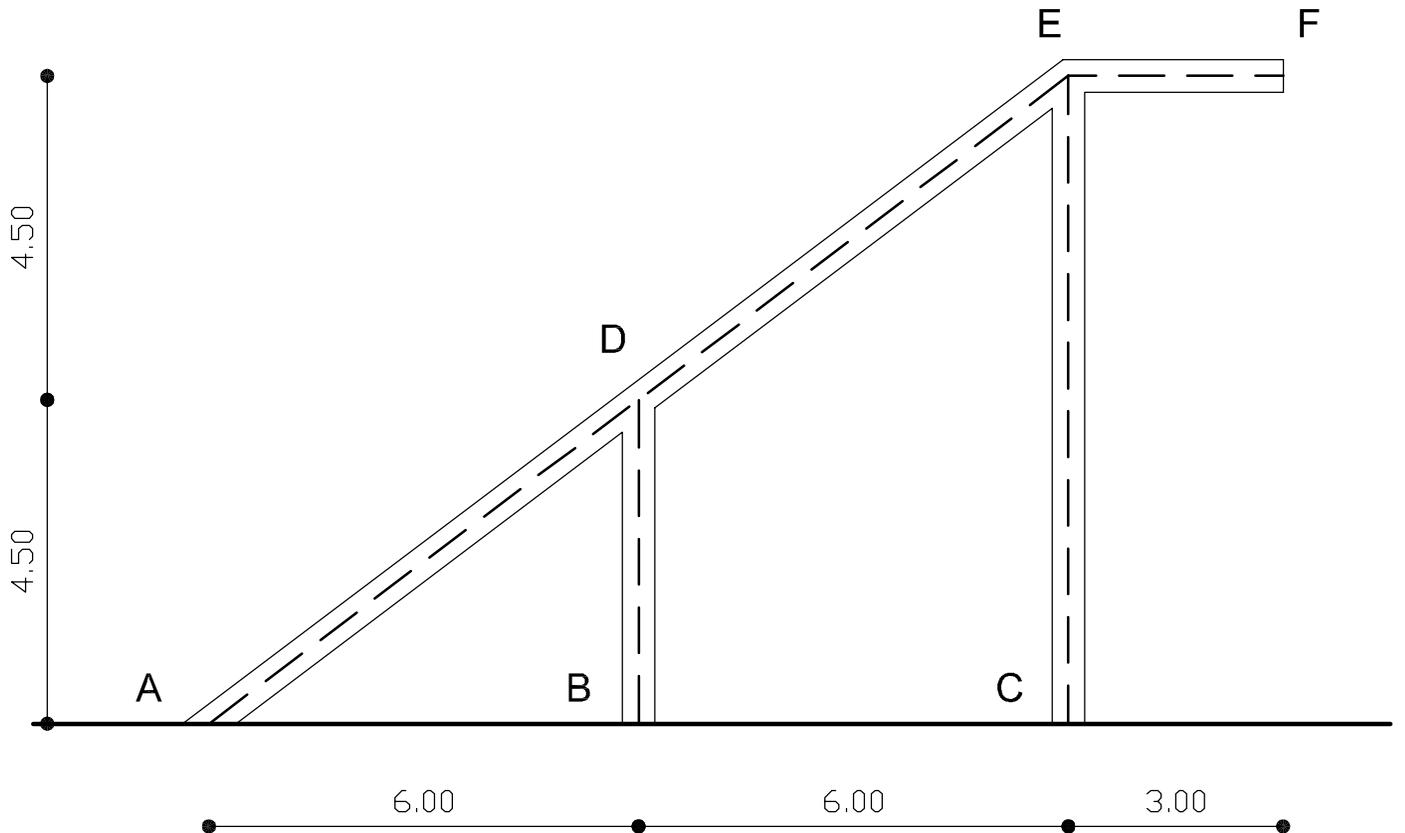


## ESTABILIDAD DE LAS CONSTRUCCIONES II

Estudiar la estructura que se indica por el Método de Cross. La sección de todas las barras es de 20 x 45 cm. Sobre D-E-F, la cubierta descarga 3200 daN/m de tramo.

Se pide: 1) Indicar las reacciones en los apoyos.

2) Diagramas de solicitaciones de todas las barras.



El objetivo del método es la determinación de momentos en secciones convenientemente elegidas, a partir de los cuales pueden obtenerse las solicitaciones en todos los tramos, así como las descargas y reacciones en los apoyos. Para ello debe partirse de una definición formal de la estructura como dato de partida, ya sea en cuanto a esquema como a forma y dimensiones de todas las secciones.

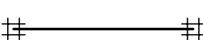
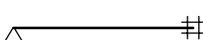
### OBSERVACIÓN DE LA ESTRUCTURA:

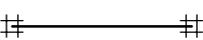
Costilla de hormigón armado cuyos apoyos A, B y C son empotrados. Todas las barras tienen la misma sección y son de inercia constante. Las barras DE y EF reciben la descarga de una cubierta de 3200 daN por metro de tramo.

DETERMINACIÓN DE LOS COEFICIENTES  $\alpha$  y  $\beta$  :

Las expresiones de los valores de  $\alpha$  (para determinar los coeficientes de repartición) y  $\beta$  (transmisión de momentos) dependen de los vínculos y de la variación de inercia.

Para inercia constante:

	$\alpha$	$\beta$
	1	0,5
	0,75	0

En nuestro caso todas las barras son de inercia constante y biempotradas  , entonces  $\alpha = 1$  y  $\beta = 0,5$ .

DETERMINACIÓN DE LAS RIGIDECES DE LOS TRAMOS:

La rigidez es la mayor o menor capacidad de una barra a ser deformada por un giro.

$$\chi = \frac{I_r \cdot E}{\ell}$$

$\chi$   $\longrightarrow$  rigidez

$I_r$   $\longrightarrow$  inercia relativa: se debe comparar la inercia de cada barra con la menor de la estructura. En este caso todas las barras tienen la misma inercia, por lo que tomamos  $I_r = 1$ .

$E$   $\longrightarrow$  módulo de elasticidad: al ser todas las barras del mismo material, simplificamos este factor.

$\ell$   $\longrightarrow$  luz del tramo: interviene en forma inversamente proporcional a la rigidez. Se toma la luz real del tramo.

$$\chi_{AD} = \frac{1}{7,5} = 0,133$$

$$\chi_{DE} = \frac{1}{7,5} = 0,133$$

$$\chi_{BD} = \frac{1}{4,5} = 0,222$$

$$\chi_{CE} = \frac{1}{9,0} = 0,111$$

El tramo EF es un ménsula, por lo tanto puede girar. No consideramos su rigidez, se conoce el momento final en el extremo de la barra.

Con los datos que hemos obtenido hacemos un cuadro que resume todo:

BARRA	$l_{real}$	$I_r$	$\chi$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha\chi$
AD	7,5	1	0,133	1	0,5	0,133
BD	4,5	1	0,222	1	0,5	0,222
DE	7,5	1	0,133	1	0,5	0,133
CE	9,0	1	0,111	1	0,5	0,111

→ rigidez flexional

#### DETERMINACIÓN DE LOS COEFICIENTES DE REPARTICIÓN:

El momento no equilibrado en un nudo se distribuye entre los tramos concurrentes a ese nudo proporcionalmente a sus rigideces. La suma de los coeficientes de repartición en un nudo debe ser 1.

$$r = \frac{\alpha\chi}{\sum \alpha\chi}$$

#### NUDO D

$$\sum \alpha\chi = 0,133 + 0,222 + 0,133 = 0,488$$

$$\left. \begin{aligned} r_{DA} &= \frac{0,133}{0,488} = 0,27 \\ r_{DE} &= \frac{0,222}{0,488} = 0,46 \\ r_{DB} &= \frac{0,133}{0,488} = 0,27 \end{aligned} \right\} \text{suman } 1$$

#### NUDO E

$$\sum \alpha\chi = 0,133 + 0,111 = 0,244$$

$$\left. \begin{aligned} r_{ED} &= \frac{0,133}{0,244} = 0,55 \\ r_{EC} &= \frac{0,111}{0,244} = 0,45 \end{aligned} \right\} \text{suman } 1$$

#### DETERMINACIÓN DE CARGAS:

Se determinan los pesos propios de cada barra más la descarga de la cubierta sobre los tramos que corresponden.

Sección de todas las barras = 20x45 cm

Tramo AD p.p.=0,2x0,45x2500=225 daN/m

Tramo DE p.p.= 225 daN/m  
desc. cubierta=3200 daN/m  
p=3425 daN/m

Tramo EF p.p.= 225 daN/m  
desc. cubierta=3200 daN/m  
p=3425 daN/m

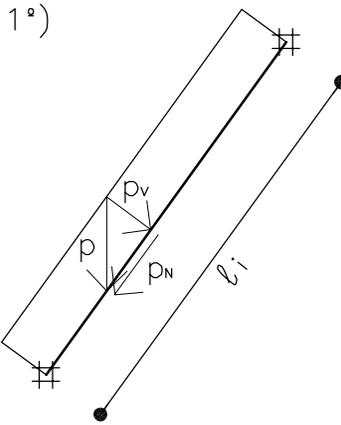
Tramos BD y CE p.p.=225 daN/m

MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO PERFECTO:

Son los momentos producidos por cargas normales al eje de la barra. Para estos momentos de fijación; acción del nudo sobre la barra, se adoptará convencionalmente el signo (+) para el sentido horario y (-) para el sentido antihorario.

En el caso de barras inclinadas hay dos procedimientos:

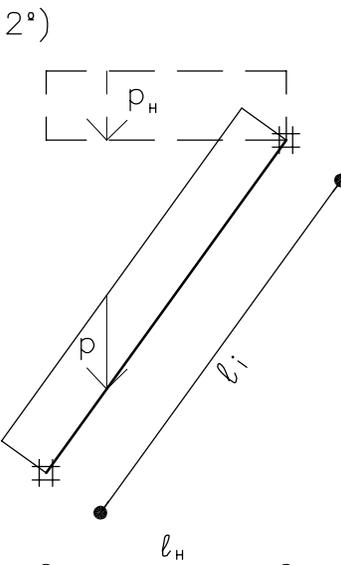
1ª)



Descomponemos la carga según direcciones perpendicular ( $p_v$ ) y paralela ( $p_n$ ) al eje de la barra. Tomamos el valor de la carga perpendicular al eje y la luz (inclinada) de la barra.

$$M.E.P. = \frac{p_v \cdot l_i^2}{12} \longrightarrow \# \text{-----} \#$$

2ª)



"Horizontalizamos" la carga distribuyéndola en la luz que corresponde a la proyección horizontal de la barra.

$$p_h = \frac{p \cdot l_i}{l_h}$$

$$M.E.P. = \frac{p_h \cdot l_h^2}{12} \longrightarrow \# \text{-----} \#$$

Sustituyendo:

$$M.E.P. = \frac{p \cdot l_i \cdot l_h}{12} \longrightarrow \# \text{-----} \#$$

En nuestro ejemplo:

$$AD \quad M.E.P. = \frac{p \cdot l_h \cdot l_i}{12} = \frac{225 \times 6 \times 7,5}{12} = 844 \text{ daNm}$$

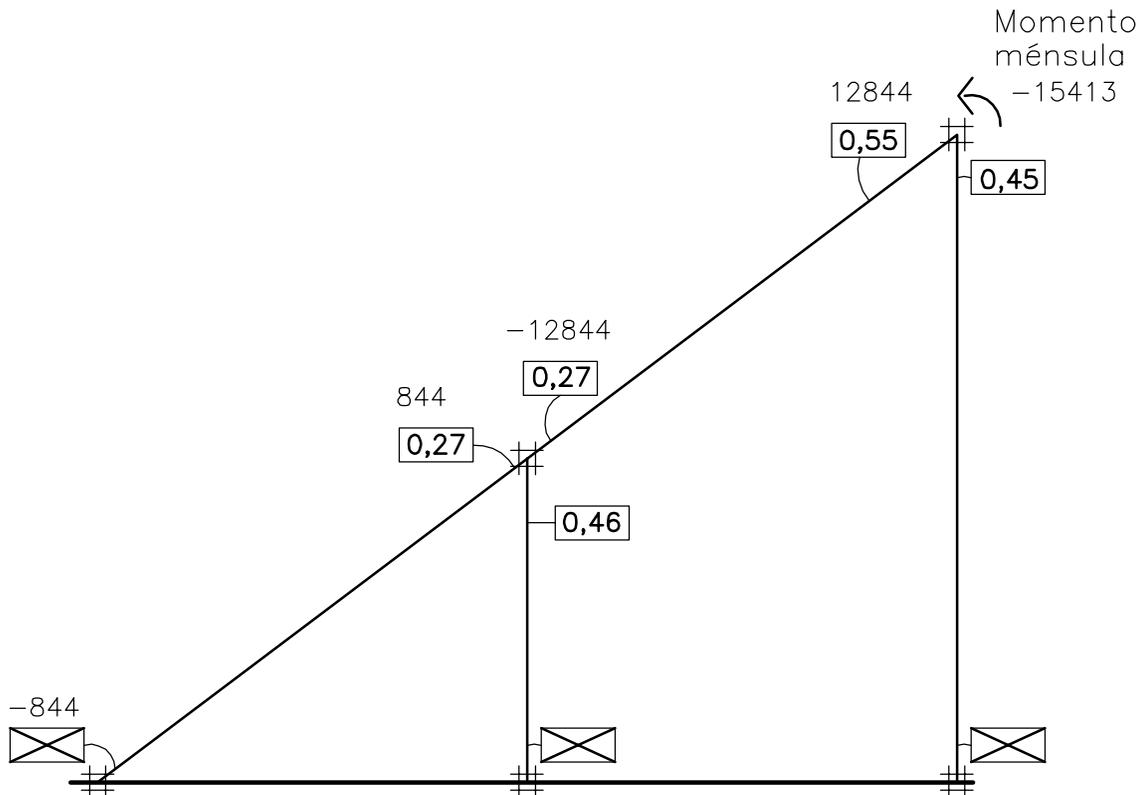
$$DE \quad M.E.P. = \frac{p \cdot l_h \cdot l_i}{12} = \frac{3.425 \times 6 \times 7,5}{12} = 12.844 \text{ daNm}$$

$$EF \quad M.E.P. = \frac{p \cdot l_h^2}{2} = \frac{3.425 \times 3 \times 3}{2} = 15.413 \text{ daNm} \longrightarrow \text{ménsula}$$

Los tramos BD y CE no tienen cargas perpendiculares a su eje, por lo tanto no tienen momento de fijación.

ARTIFICIO DE CROSS:

Esta etapa consiste en partir de una situación ficticia, pero conocida, de los nudos. Se colocarán aparatos fijadores que les impidan girar y desplazarse, situación que sólo se impondrá a aquellos nudos a los cuales concurren barras con momentos desconocidos en sus extremos:



Se procede a quitar los aparatos fijadores, es decir, se les permite girar a cada nudo por vez, en cierto orden.

Comenzamos por el nudo más desequilibrado: el nudo D.

Aparece un momento desequilibrante de sentido contrario al de fijación, que se equilibra repartiendo entre las barras que llegan al nudo cuando corresponda.

El momento a repartir es el opuesto a la suma algebraica de los momentos de fijación que hay en el nudo.

$$\sum \text{M.E.P.} = 844 - 12844 = -12000$$

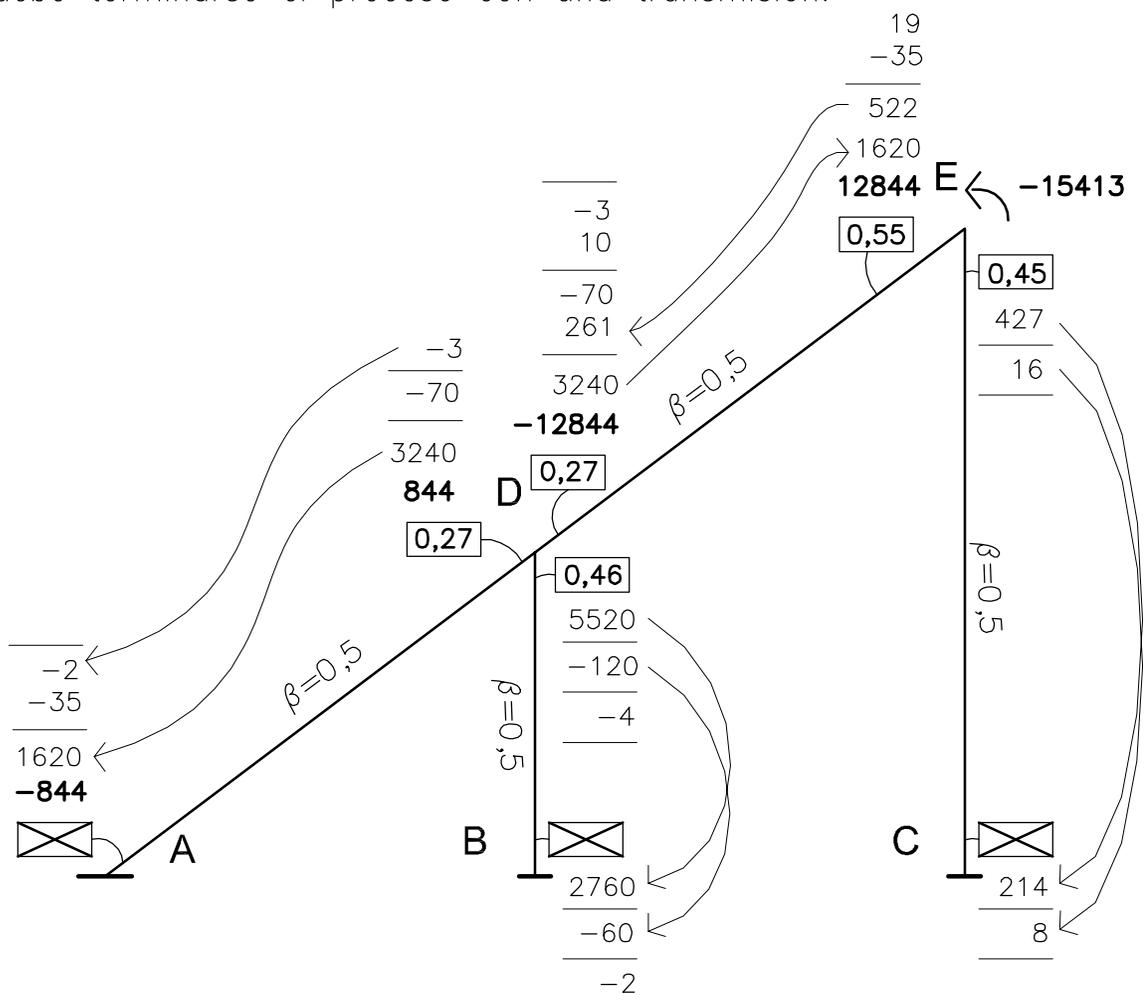
$$\begin{aligned} \Delta M \ 12000 &\longrightarrow \times 0,27 = 3240 \\ &\longrightarrow \times 0,46 = 5520 \\ &\longrightarrow \times 0,27 = 3240 \end{aligned}$$

Una vez hecha la repartición el nudo queda en equilibrio; se vuelve a colocar el aparato fijador y debemos transmitir éstos momentos repartidos hacia el otro extremo de cada barra multiplicándolos por el coeficiente  $\beta$  de transmisión.

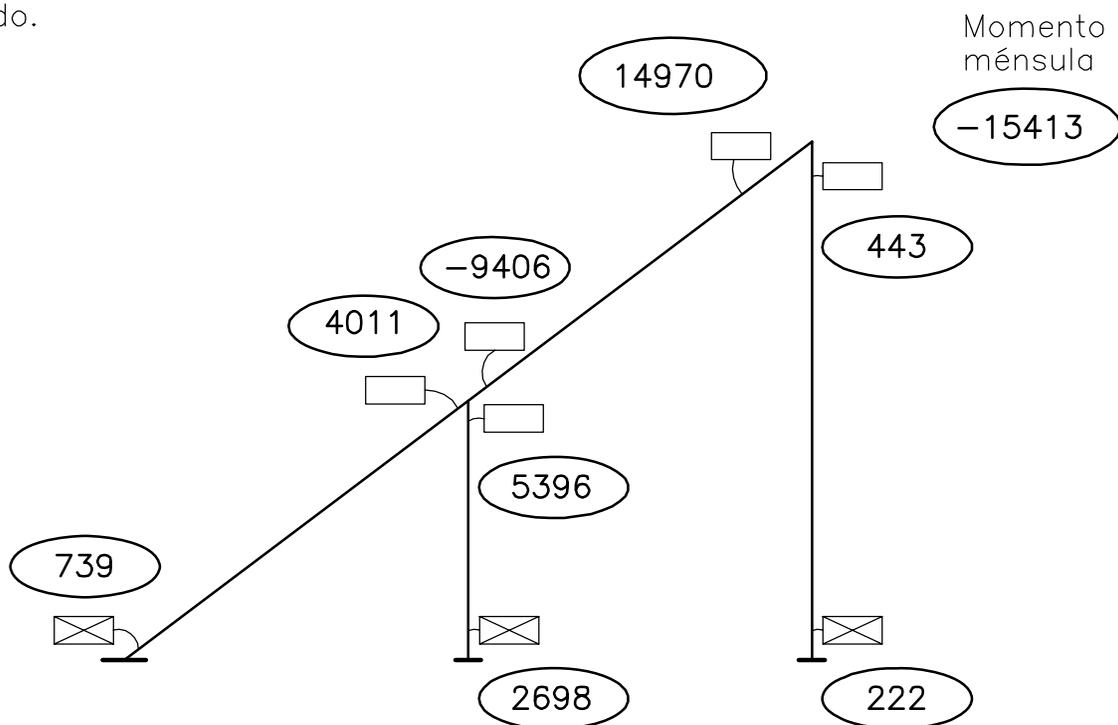
Pasamos a repetir el procedimiento con el nudo E. En este nudo tenemos: el momento de empotramiento perfecto de la barra DE, el momento de la ménsula y el momento transmitido desde el nudo D.

Es la sumatoria de todos estos momentos la que debemos repartir (con el signo contrario al obtenido) entre las barras y luego hacer las transmisiones.

Repetimos el procedimiento hasta obtener valores de momentos cuya diferencia con el del mismo en la vuelta anterior se considere despreciable. No debe terminarse el proceso con una transmisión.

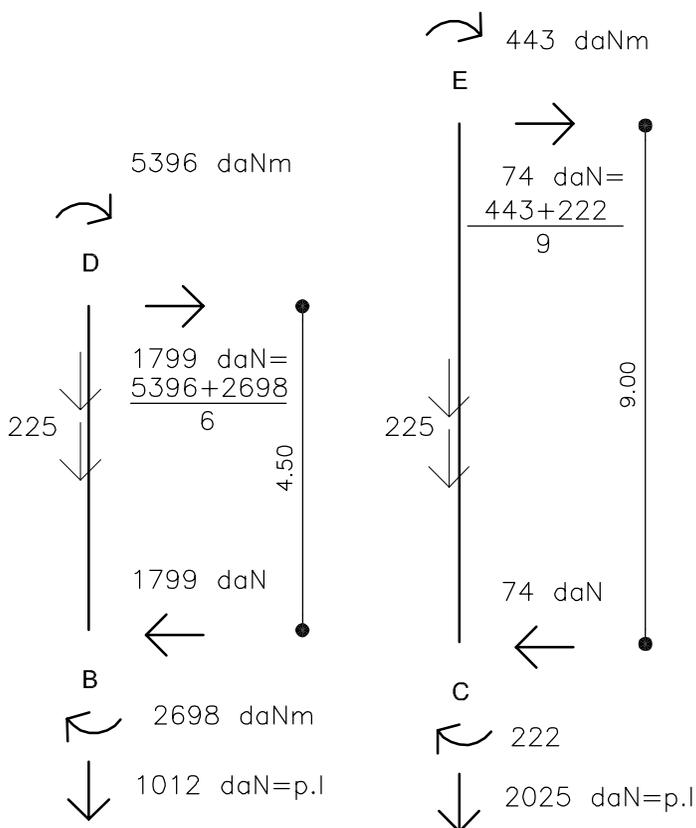
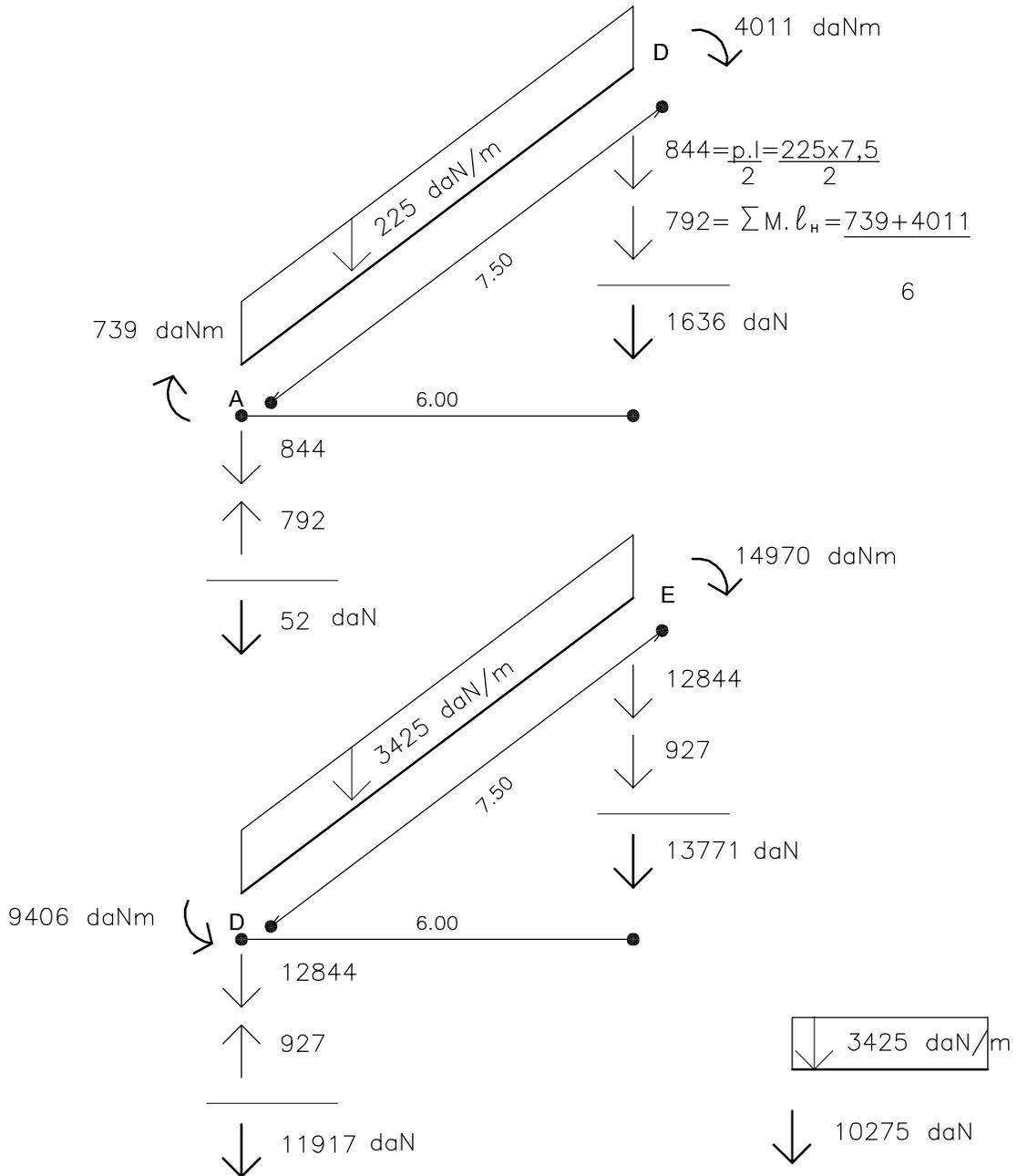


Terminado el proceso se suman los momentos en los extremos de cada barra, incluyendo los de fijación iniciales, debiendo existir equilibrio en cada nudo.



DESCARGAS BARRA POR BARRA:

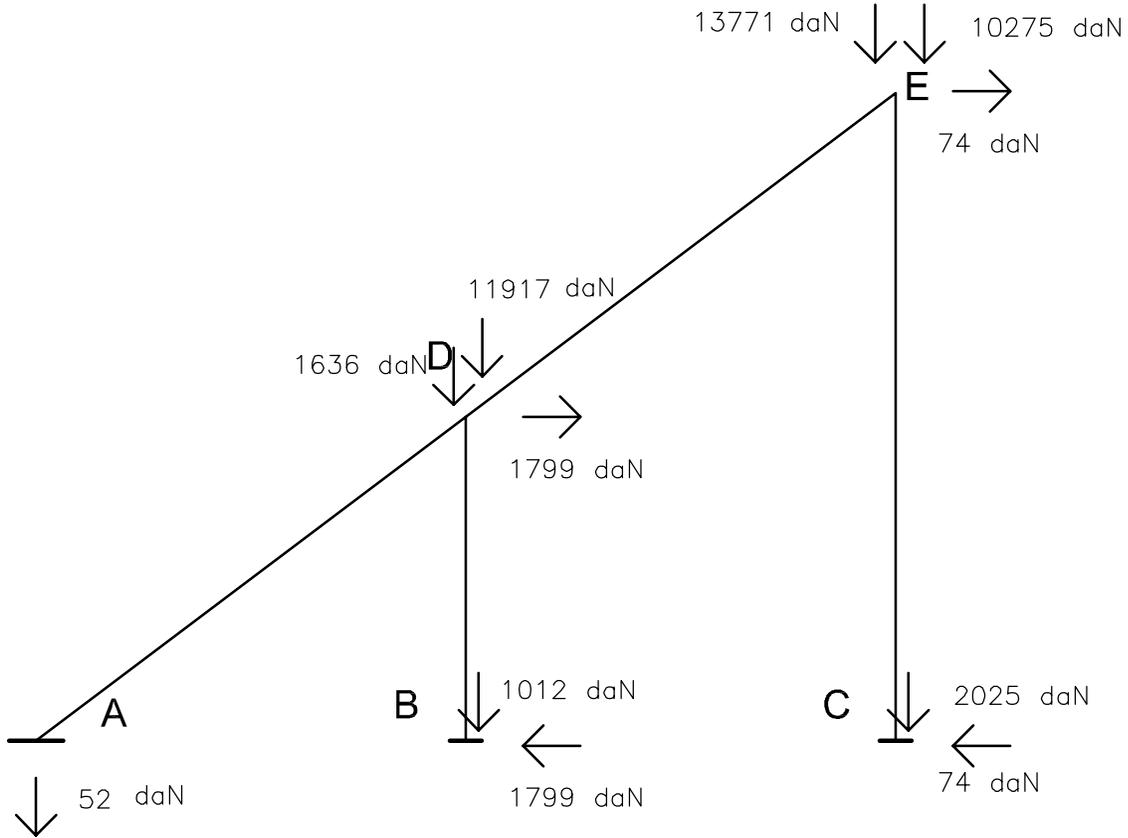
Aislamos cada barra y descargamos las cargas actuantes y los momentos obtenidos en el Cross.



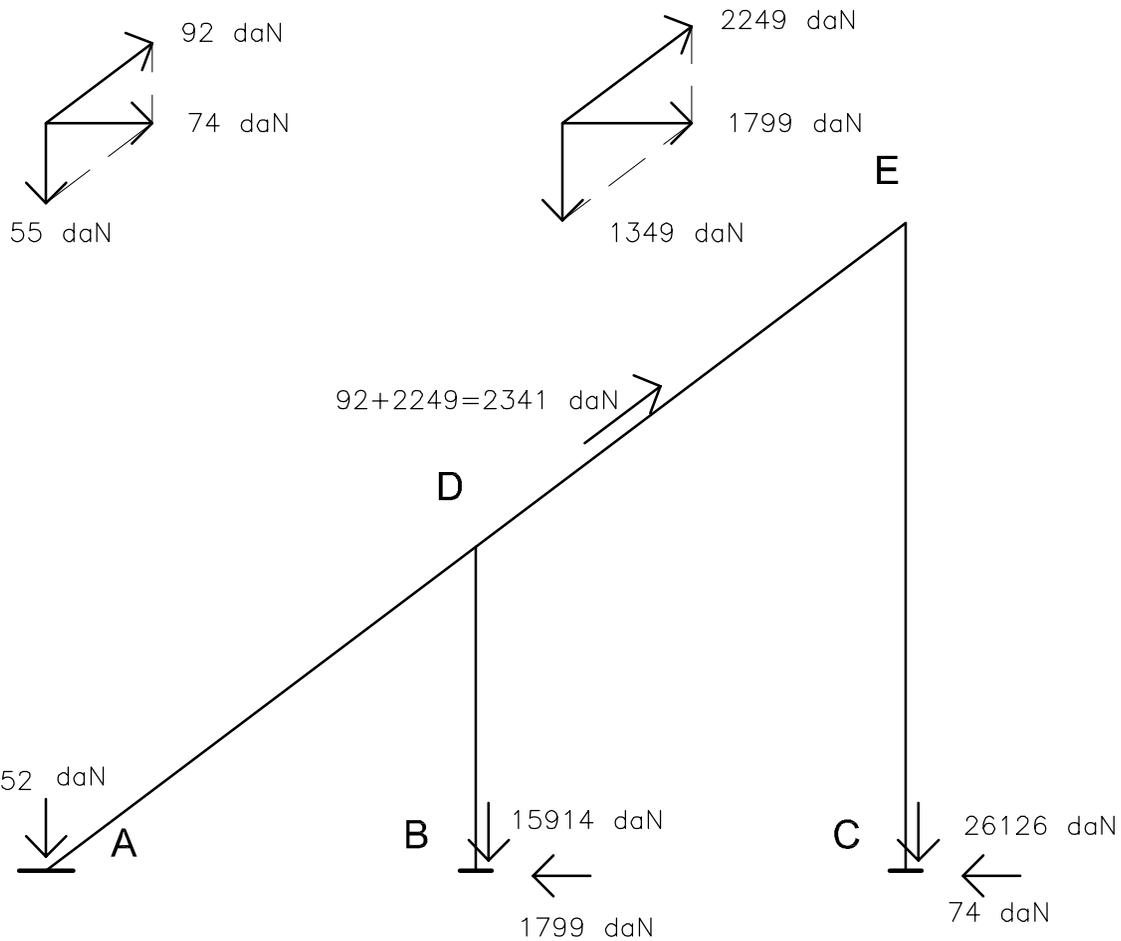
En barras verticales, los momentos se descargan en un par de fuerzas de dirección horizontal.

CONDUCCIÓN DE CARGAS POR CAMINOS MATERIALES:

Una vez determinadas las descargas barra por barra, se colocan en la estructura para analizar los caminos materiales que encuentran las fuerzas para llegar a los apoyos.

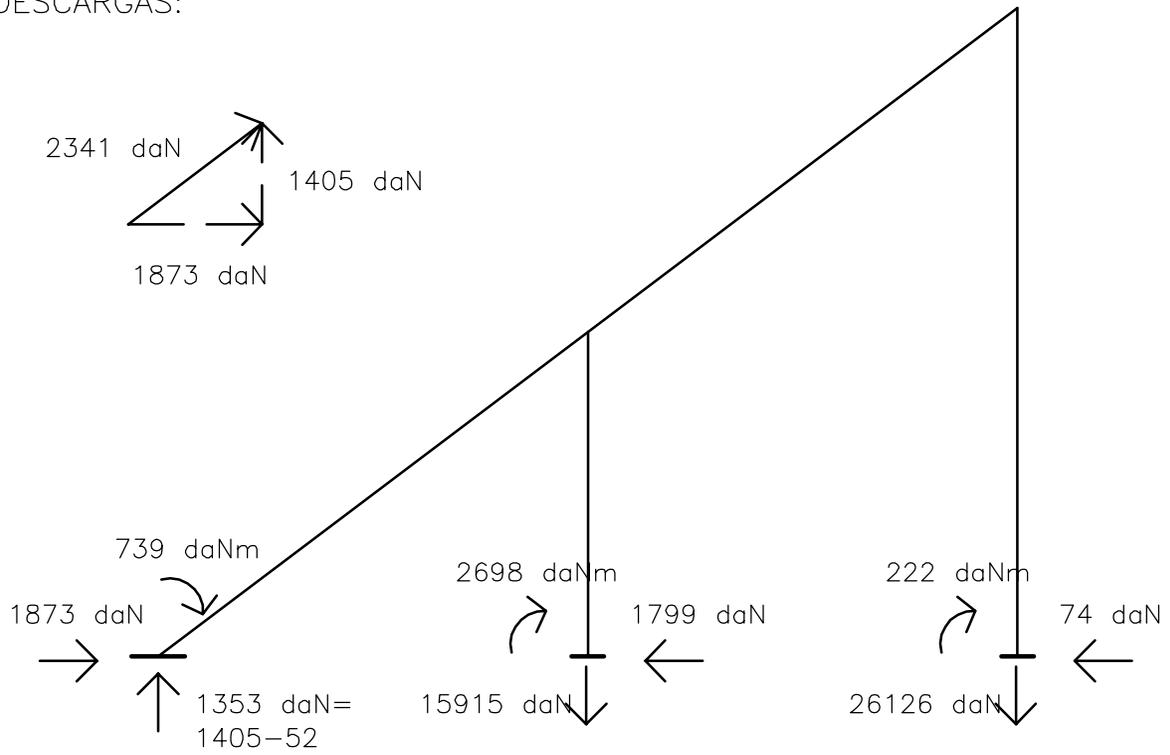


Descomponemos las fuerzas horizontales en las direcciones de las barras que concurren a esos nudos.



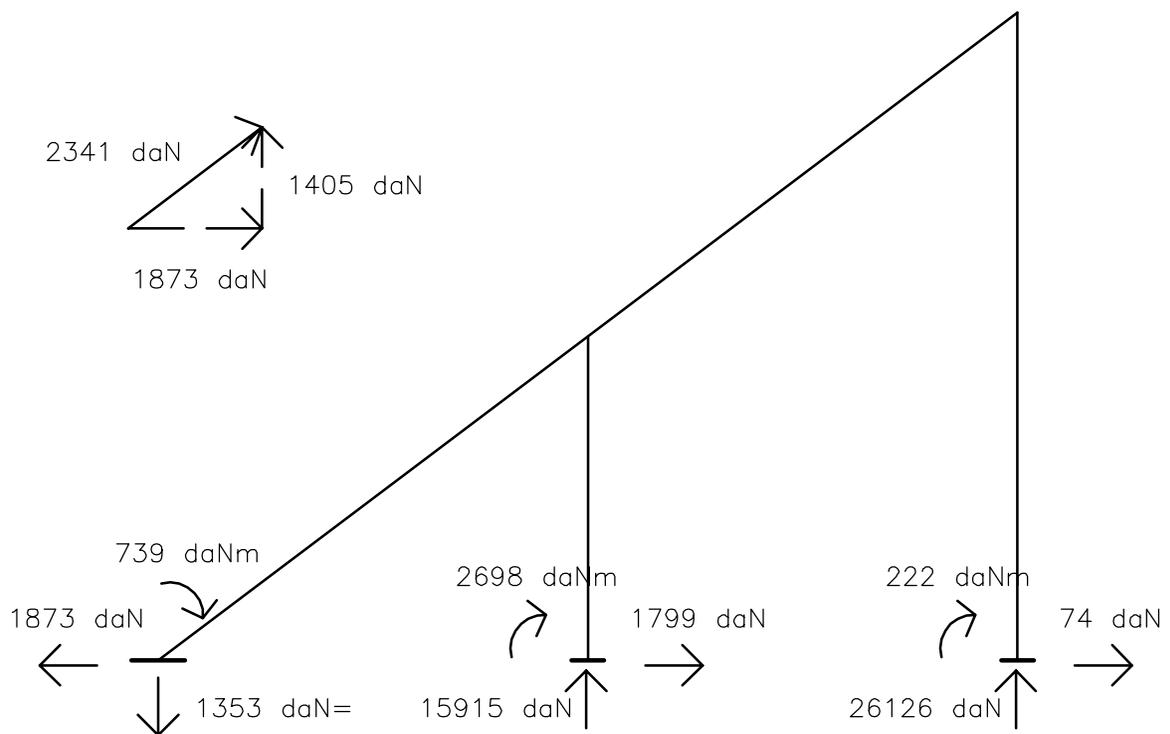
Todas las fuerzas tienen caminos materiales hacia los apoyos. La fuerza de 2341 daN en la barra inclinada "llega", a través de esa barra, al apoyo A.

DESCARGAS:



REACCIONES:

Analizando las fuerzas que llegan a los apoyos podemos obtener las reacciones y las expresamos según sus componentes horizontal y vertical.



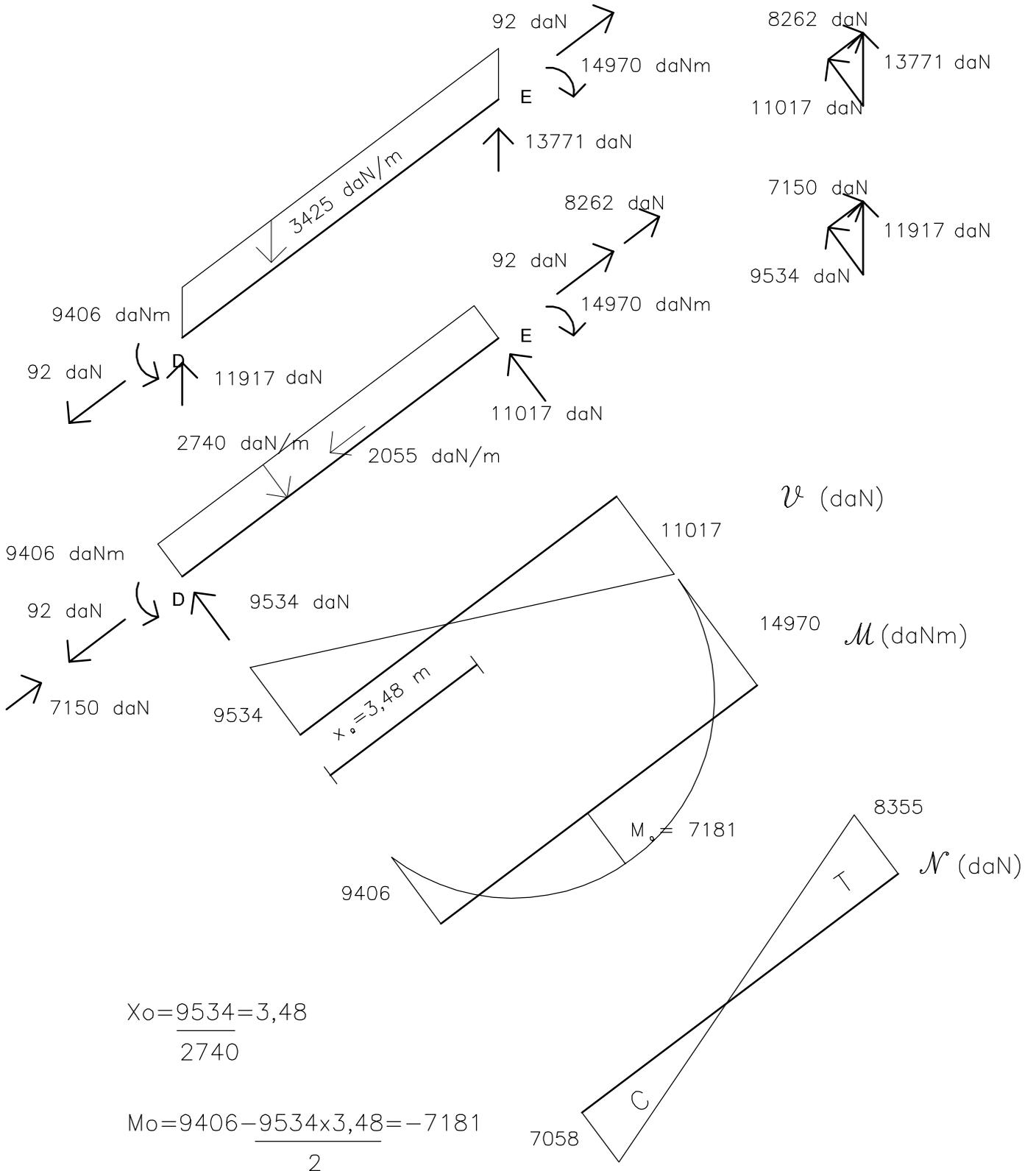
DIAGRAMAS DE SOLICITACIONES:

Aislamos cada barra para realizar los diagramas de solicitaciones.

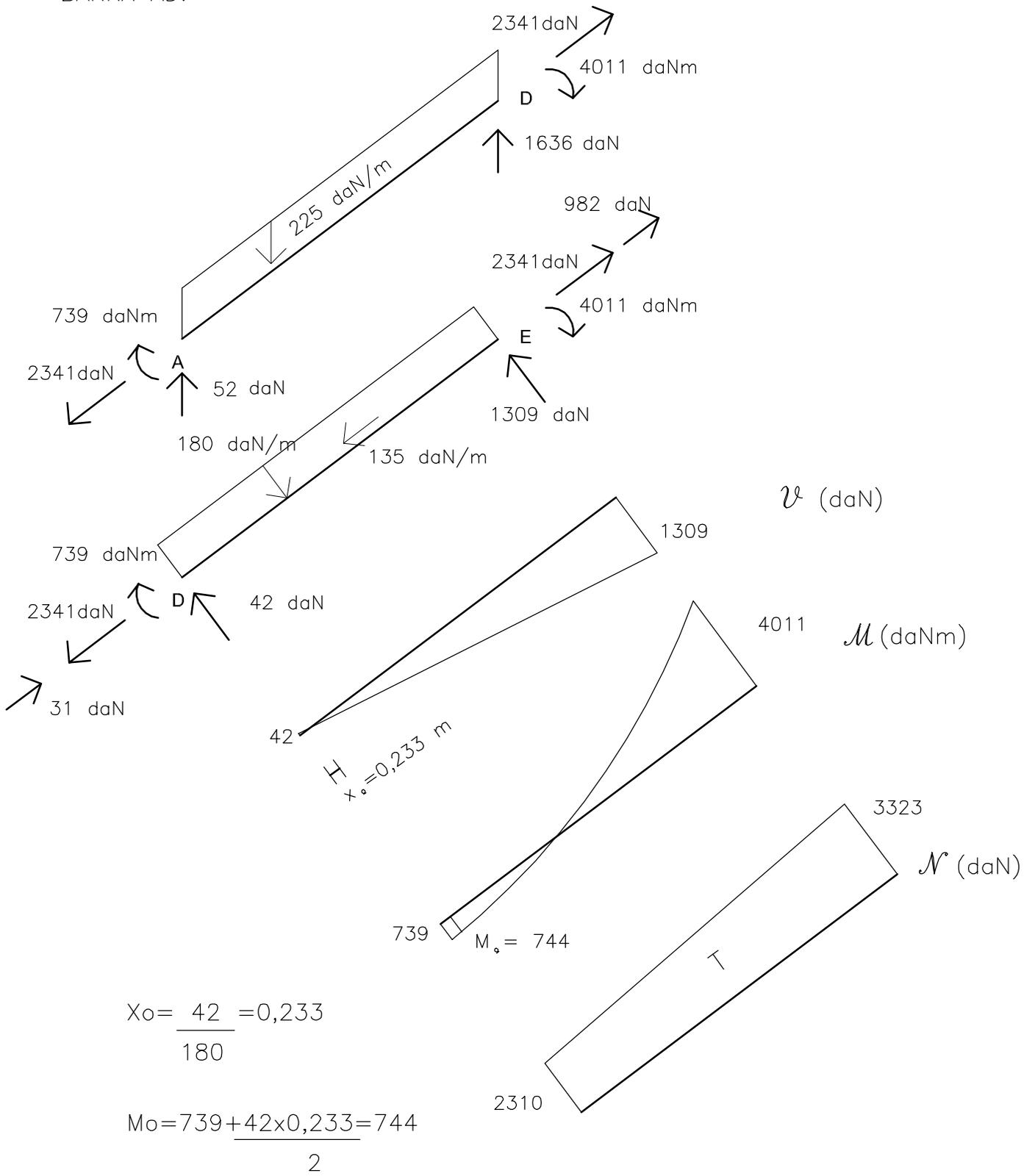
En cada barra tenemos: cargas actuantes, momentos finales, reacciones (iguales y contrarias a las descargas) y axiles. Obtenemos los axiles observando la estructura completa y vemos qué barras tienen axiles y de qué valor.

Para realizar diagramas debemos descomponer las fuerzas en las direcciones perpendicular y paralela al eje de cada barra.

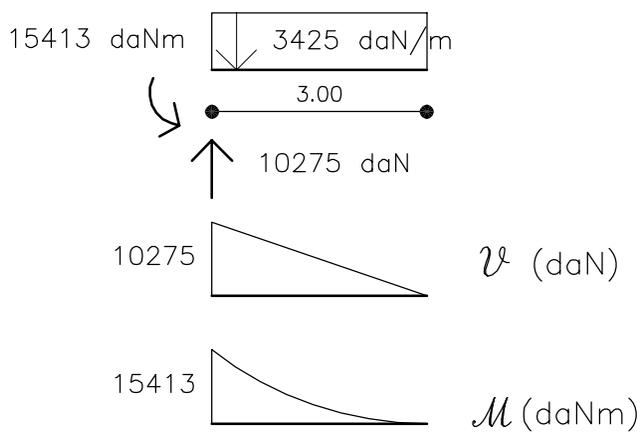
BARRA DE:



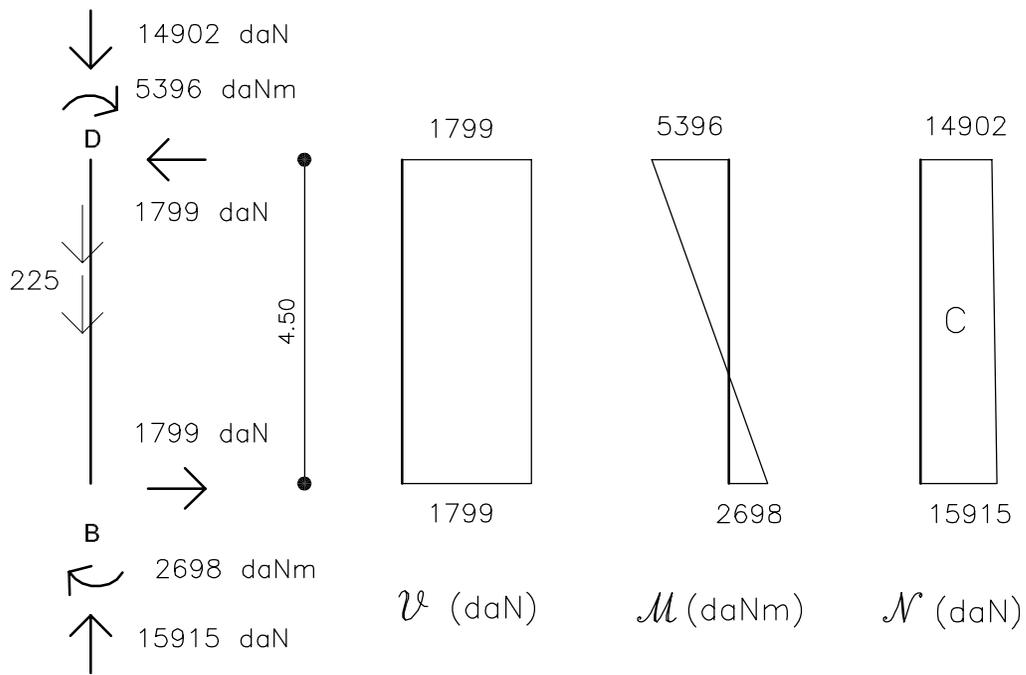
BARRA AD:



BARRA EF:



BARRA DB:



BARRA EC:

