

ARCOS:

Podemos considerar a los arcos cuyo eje coincide con la línea de presiones, llamados arcos “funiculares”, como sistemas simétricos respecto al de los cables y en ese sentido incorporarlos a la familia estructural en estudio.

Claro que la palabra funicular refiere a funiculares-cables-tracción. Usamos ahora el término, asociado a arcos, exclusivamente para asociar estos arcos a sus cables simétricos que podrían equilibrar las mismas cargas.

1. Características



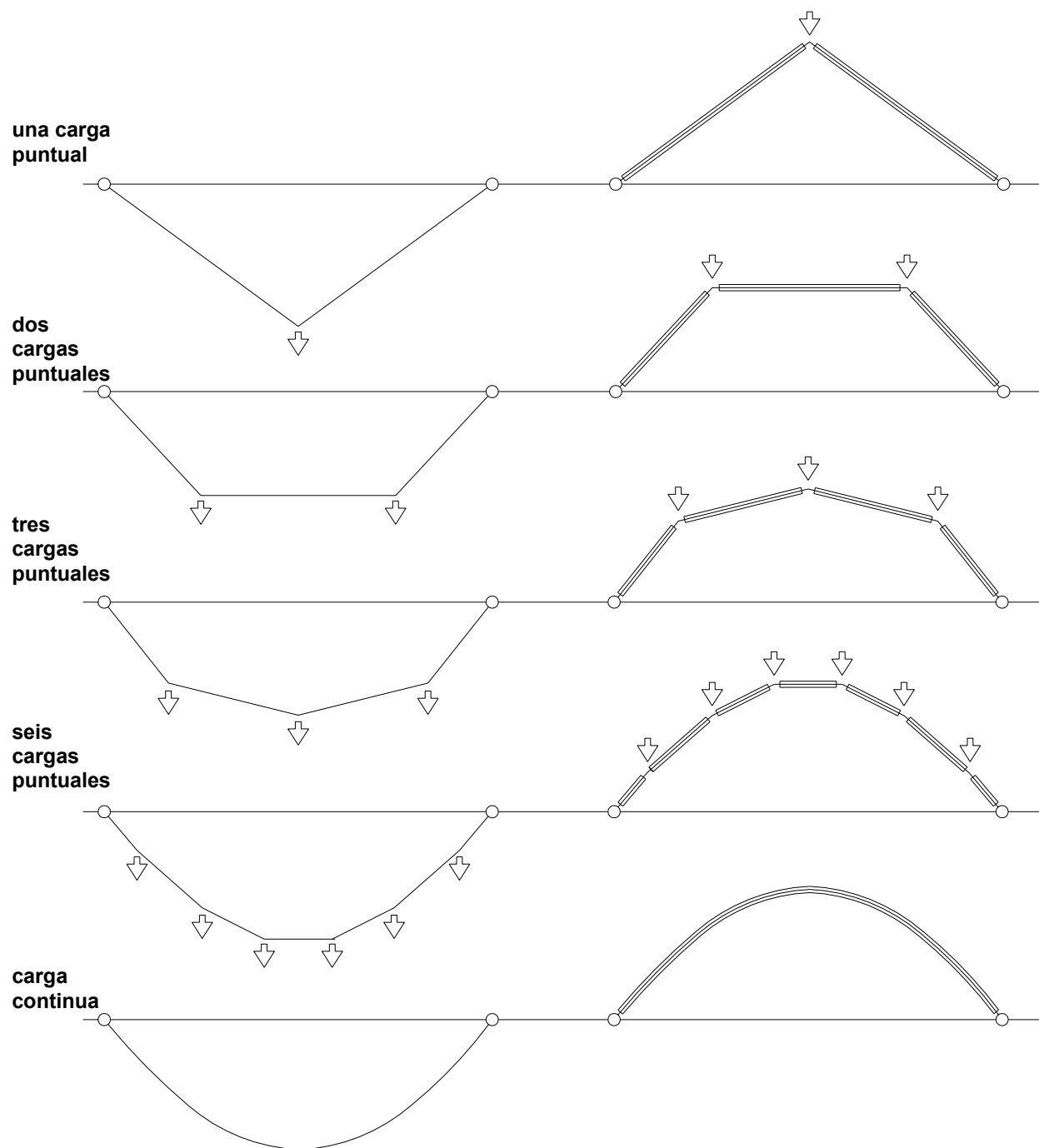
Las diferencias entre los dos se traducen en características diferenciales que se incorporan fuertemente al diseño, o a la expresión formal:

- en un caso la sollicitación será **tracción pura (cables)**, en el otro, **compresión pura (arcos)**, y la consideración (compleja a veces) del fenómeno del pandeo dará secciones y formas de las secciones, diferentes, más importantes, con mayor peso.
- en un caso la flexibilidad permitirá la adaptación a la forma necesaria en cada caso, en el otro, la rigidez del arco llevará a que no lo pueda hacer resultando que el arco será “funicular” solo para un estado de carga particular. También esto lleva a dar secciones para el arco sensiblemente más importante.
- existen otras diferencias y complejidades por ejemplo, en la fijación del arco a los apoyos, en que la rigidez del arco generará nuevas particularidades y complejidades.

Estos elementos hacen que la simetría entre los dos sistemas sea relativa y que expresivamente se marquen como distintos.

De todas formas, sin distinguir entre los dos subsistemas (arcos-cables), debido a que sólo están sometidos a sollicitaciones de compresión o tracción simples permiten cubrir grandes luces y configurar grandes espacios, empleando la mínima cantidad de material posible.

relación entre cable suspendido y arco funicular.



2. Desarrollo

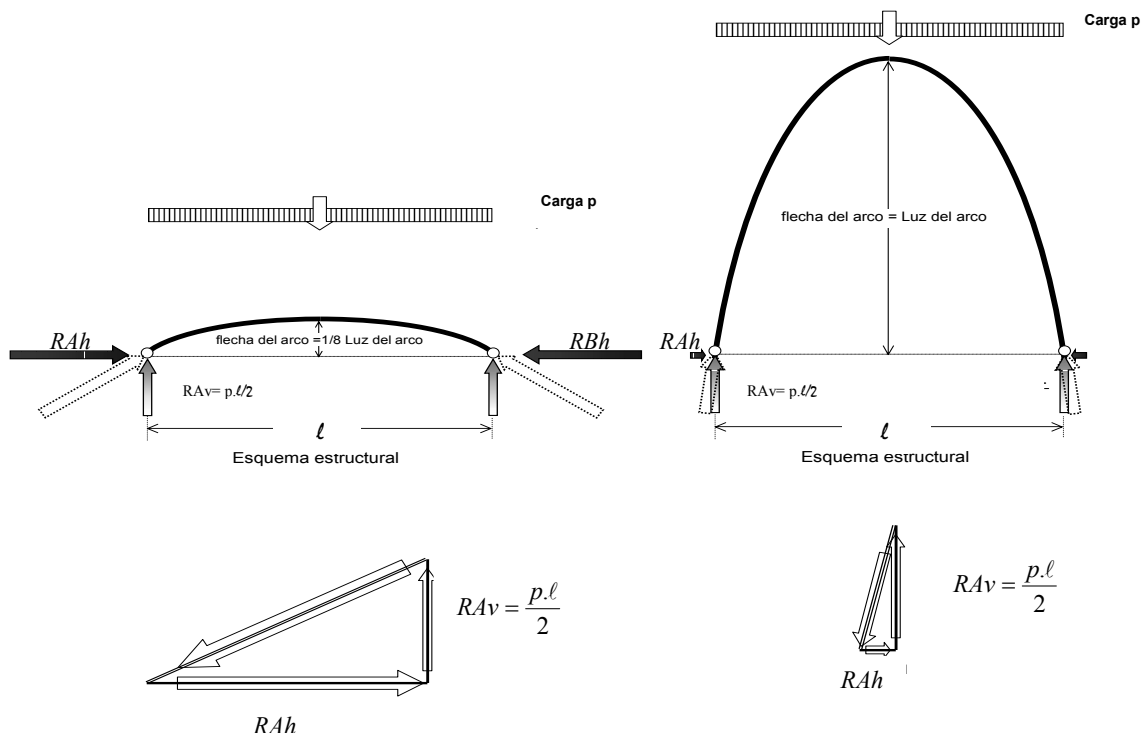
El arco es en esencia una estructura comprimida utilizada para cubrir grandes y pequeñas luces, y puede considerarse como uno de los elementos estructurales básicos en todo tipo de arquitectura.

La forma ideal de un arco capaz de resistir cargas determinadas por un estado de compresión simple, pueden hallarse siempre con la forma del polígono funicular correspondiente invertido.

El método que utilizó Gaudí para establecer la forma de sus obras fue una compleja y laboriosa maqueta funicular de hilos colgados traccionados con pesos representativos de las diferentes partes del edificio, cuya inversión de 180° , mediante croquis o fotografía, daba la posición y la dirección en el espacio de los ejes de los elementos constructivos exclusivamente lineales, pilares o arcos, que estarían sometidos sólo a esfuerzos de compresión pura. En el paso del hilo a la materia genera los elementos portantes con una corporeidad suficiente para no sufrir los efectos del pandeo.

Los arcos generan fuerzas horizontales que se deben absorber en los apoyos mediante contrafuertes o tensores.

Analicemos la variación de los esfuerzos en el arco, manteniendo **constantes** el valor de la **fuerza (F)** y la **distancia** entre los **puntos de apoyo (ℓ)**, **variando** la **altura del arco (h)**



Vemos que la componente vertical se mantiene constante: $RA_v = RB_v = F/2$, en tanto que el valor del esfuerzo horizontal RA_h crece a medida que disminuye la altura (h).

El valor del empuje horizontal es inversamente proporcional a su altura, para reducir el empuje horizontal en los apoyos el arco debería ser lo más alto posible.

El valor del esfuerzo al que está sometido el arco aumenta, a mayor altura mayor **compresión**.

3. Estado tensional

Hablamos de arcos, diseñados, con su eje coincidiendo con la **línea de presiones** (entonces todo lo dicho para los cables podría repetirse para estos arcos en **compresión pura**, para una “geometría simétrica”).

La **línea de presiones** está asociada a un **estado de cargas**, el eje de dicho arco coincidirá con el estado de carga correspondiente a los pesos propios, exclusivamente.

Cualquier variación en las condiciones de carga modifica la forma del arco funicular y crea una nueva forma estructural. Mientras el cable suspendido adopta por sí mismo la nueva línea de presiones al variar las cargas, el arco funicular ha de absorber a través de su rigidez la variación en la línea de presiones.

Para otro estado de carga el axil **N**, tendrá una excentricidad **e**, y la secciones estarán en presoflexión, es decir **comprimidas** por el axil y **flexadas** por la excentricidad de la carga.

De manera que en los arcos esbeltos en acero y también en hormigón armado, no podrán, estrictamente, ser considerados dentro de la familia, ya que aparece la flexión asociada a los diferentes estados de carga.

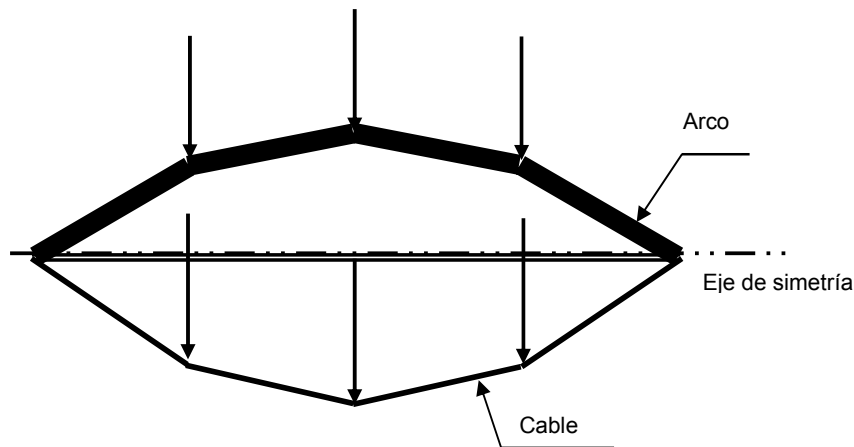
Para arcos pétreos o de mampostería, con materiales sin capacidad importante para trabajar en tracción, y con importante peso propio, podemos si considerar a los arcos como arcos comprimidos exclusivamente.

Las líneas de presiones, correspondiente a los diferentes estados de carga, dan una “medida del espacio” adecuada al diseño para esa situación concreta.

Pensemos ahora en esos arcos en que las líneas de presión, de los diferentes estados de carga, se apartan poco de la correspondiente, a la de los pesos propio, que define el eje del arco.



En ese caso el diseño debe asegurar que el axil esté siempre poco apartado del centro de gravedad, de la sección, es decir que la excentricidad de la sollicitación axil, sea pequeña, de forma que todo el material esté **siempre comprimido**, evitando la aparición de tracción en las diferentes secciones. Esto se asegura por el poco apartamiento de las distintas líneas de presión, respecto al eje del arco.



Así podríamos asociar a estos arcos como los simétricos de los cables “estabilizados mediante peso propio”. Obsérvese que la situación no es idéntica, o no es “estrictamente simétrica”.

En un caso el cable se deforma hasta coincidir con la nueva línea de presiones, pero esa nueva posición es muy cercana a la primera, en el otro caso el arco permanece (para análisis de primer orden) en su forma original, apartándose de la nueva línea de presiones, pero ésta excentricidad es menor, de forma de que toda la sección permanezca **sin “fibras” traccionadas**. Es decir que en éste último caso aparece la flexión para estados de carga y estrictamente no deberíamos considerarlo dentro de la familia en estudio.

Esa zona de la geometría de la sección que asegura, que si el axil, “cae” en ella, no hay fibras traccionadas, es el llamado “**núcleo central**”. Esa geometría naturalmente se desarrolla entorno al centro gravitacional de la sección, tiene como centro a éste y es de fácil determinación.

núcleo central.

La excentricidad "e", crea el momento flector M:

$$M = e.N$$

Las tensiones normales σ por el axil N serán:

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

Las tensiones normales σ máximas, (de tracción y de compresión) por el flector M será:

$$\sigma = \frac{M}{W_x} = \frac{e.N}{W_x}$$

Con A, área de la sección (b.h, para el caso de la figura);

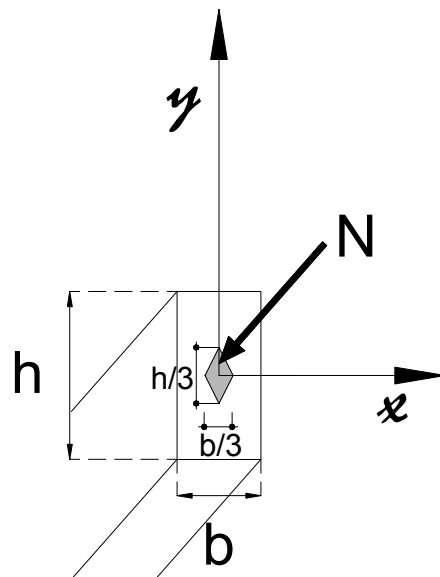
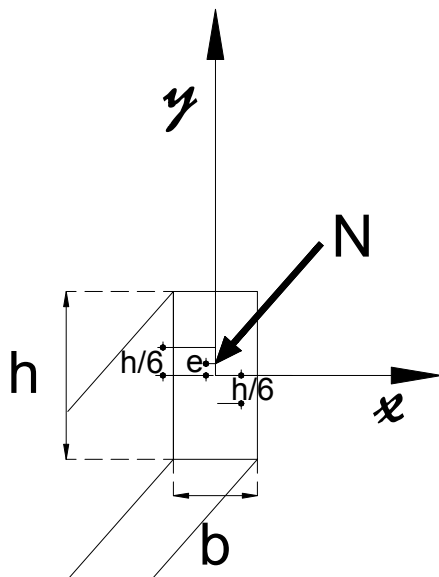
Y con W_x , módulo resistente de la sección ($\frac{b.h^2}{6}$, para el caso de la figura).

Al aumentar la excentricidad aumenta la tracción que se resta a las compresiones del axil, (ver flexión simple y preso-flexión), el límite para que no haya tracciones será cuando esa resta sea cero:

$$0 = \frac{N}{A} - \frac{e.N}{W_x}, \text{ dividiendo los dos términos por N obtenemos, } 0 = \frac{1}{A} - \frac{e}{W_x}$$

Despejando

$$e = \frac{W_x}{A}, \text{ que para el caso de la figura, } e = \frac{W_x}{A} = \frac{b.h^2}{6.b.h} = \frac{h}{6}$$



El razonamiento realizado sobre el eje según h , se puede repetir según el otro eje obteniéndose como límite en vez del segmento centrado $h/3$, el segmento centrado $b/3$.

Si hubiera excentricidad simultáneamente respecto a los dos ejes, se obtendría como límite el rombo de la figura.

Es fácil ver que para una sección circular, de radio R , el núcleo central será un círculo de radio $R/4$. Así si fuera necesario se puede determinar el núcleo central para cualquier geometría.

En nuestro análisis plano, importa esencialmente el valor $\pm \frac{h}{6}$.