

ASOLEAMIENTO EN ARQUITECTURA

ARQ. ROBERTO O. RIVERO



SERVICIO DE CLIMATOLOGIA APLICADA A LA ARQUITECTURA

FACULTAD DE ARQUITECTURA

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA

ASOLEAMIENTO EN ARQUITECTURA

Arq. Roberto Rívero

SERVICIO DE CLIMATOLOGIA APLICADA A LA ARQUITECTURA

Facultad de Arquitectura. Br. Artigas 1031. Montevideo, Uruguay
Publicación S.C.7

Junio, 1992

1. INTRODUCCION.

Estos apuntes abordan el punto del programa de Acondicionamiento Físico I referente al estudio de la determinación del asoleamiento en arquitectura. En la publicación S.C.3, "Diagramas solares", de este Servicio, se trataba exclusivamente el tema de las proyecciones estereográficas. Al agotarse esta edición y en carar su posible reimpresión se prefirió ampliar el estudio hasta completar todo el tema, aplicando los procedimientos que se utilizan actualmente en el curso.

2. EL DIA Y LA NOCHE. LAS ESTACIONES.

2.1. La tierra tiene un movimiento de rotación en torno a un eje y otro de traslación, de forma elíptica, alrededor del sol (fig. 1). El eje de rotación permanece prácticamente siempre paralelo a sí mismo.

El primero de esos movimientos hace que un punto de la Tierra se vea iluminado en forma periódica por el sol dando lugar al día y la noche; el segundo, que los tiempos de exposición al sol sean variables originando las estaciones.

2.2. El eje de rotación de la Tierra, P_nP_s (polo Norte-polo Sur), forma un ángulo de $66^{\circ}33'$ con el plano de la eclíptica. Llamamos declinación (δ) al ángulo formado por la línea que une los centros de la Tierra y el sol y su proyección sobre el plano del ecuador E. Se toma con valor positivo cuando está ubicado en el hemisferio Norte y negativo si está en el Sur.

Cuando la tierra está en A la declinación tendrá signo positivo llegando a su máximo valor ($\delta = +23^{\circ}27'$) hacia el 22 de junio, denominado solsticio de verano para el hemisferio Norte y de invierno para el Sur; la posición relativa de la Tierra y el sol hace que aquel hemisferio reciba los rayos del sol con un ángulo de incidencia menor provocando un mayor efecto de la energía solar incidente. La declinación comienza luego a decrecer hasta que en B, hacia el 23 de setiembre, se hace igual a 0° , en ese momento el sol se encuentra en el plano del ecuador. A partir de ese punto, toma valores negativos llegando, en C, a $-23^{\circ}27'$, para volver nuevamente a 0° en D.

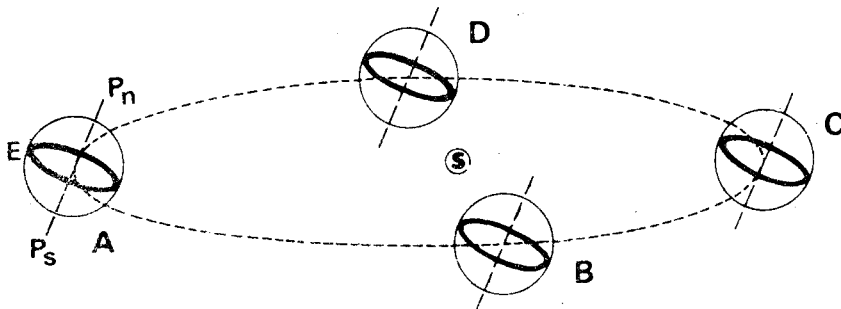


Fig.1

Las posiciones más características de este movimiento de traslación, para el hemisferio Sur, son:

posición A:	22 de junio	$\delta = +23^{\circ}27'$	solsticio de invierno
" B:	23 de setiembre	$\delta = 0^{\circ}$	equinoccio de primavera
" C:	22 de diciembre	$\delta = -23^{\circ}27'$	solsticio de verano
" D:	21 de marzo	$\delta = 0^{\circ}$	equinoccio de otoño

2.3. Las consecuencias de esos movimientos se hacen más evidentes en la fig. 2, en la que se indica con flechas la dirección de los rayos del sol. En A tenemos la situación para $\delta = +23^{\circ}27'$; se puede apreciar la diferencia entre el tiempo diurno y nocturno que corresponde a una serie de paralelos de ambos hemisferios. En el Norte, el día es más largo que la noche; lo inverso ocurre en el Sur. En las zonas de latitudes superiores a $66^{\circ}33'$ es siempre de día o de noche. Cuando $\delta = 0^{\circ}$, caso B, todos los puntos de la superficie terrestre están igual tiempo al sol y a la sombra. Finalmente en C se representa el momento en que $\delta = -23^{\circ}27'$ en cuyas circunstancias el hemisferio Sur es el más iluminado. Se observa que en el ecuador los períodos diurnos y nocturnos son siempre iguales.

3. TRAYECTORIAS APARENTES DEL SOL

3.1. Los movimientos relativos de la Tierra y el sol pueden representarse suponiendo a la Tierra inmóvil en el espacio. Sea T la Tierra (fig. 3) y $P_N P_S$ su eje de rotación; imaginemos que el sol se mueve en el paralelo A de la esfera celeste. Si suponemos que el diámetro de la Tierra es muy pequeño en relación con la distancia al sol, estamos en realidad reproduciendo las condiciones expresadas en el dibujo A de la fig. 2, en que los rayos solares son tangentes a la esfera terrestre en los paralelos de latitud $66^{\circ}33'$. Se dan iguales semejanzas cuando el sol está en B y en C.

Decimos entonces que A, B y C son las trayectorias aparentes del sol, en esos días característicos, para un observador ubicado en la Tierra (*).

3.2. Veamos cómo determinar las trayectorias aparentes del sol para un observador situado en un punto P de la tierra, a una latitud ϕ al Sur del ecuador (fig. 4). La Tierra Q y la esfera celeste V se dibujan a una escala arbitraria que nos permita visualizar claramente el problema. El horizonte para el punto P es PM; forma un ángulo ϕ con el eje $P_N P_S$. El observador verá a todos los astros situados por encima de su horizonte; al polo Sur celeste lo ubicará en la dirección PP_S paralela a $P_N P_S$.

Si en el mismo dibujo representamos la figura conforme a las magnitudes reales, la Tierra aparecerá convertida en un punto por lo que el observador se ubicará en O y su horizonte será HH formando siempre un ángulo ϕ con $P_N P_S$. El cenit y el nadir del observador serán respectivamente T y R.

Si rotamos los elementos del dibujo y agregamos los recorridos aparentes del sol más destacados, llegamos finalmente a la fig. 5, representación geométrica de esos recorridos para un observador situado en la latitud ϕ al Sur del ecuador.

(*) En realidad, las trayectorias aparentes del sol no son circunferencias; se representarían más apropiadamente por una línea helicoidal ya que la declinación del sol varía constantemente. El error que estamos cometiendo es pequeño si se tiene en cuenta que los diagramas serán aplicados a problemas que no requieren una elevada precisión. Es por esta razón que puede aceptarse la simplificación realizada así como otras similares formuladas en estos apuntes.

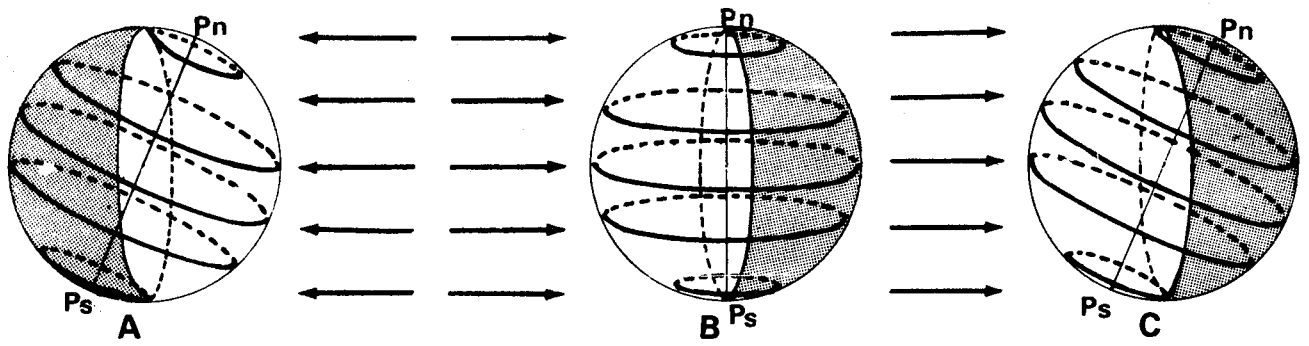


Fig. 2

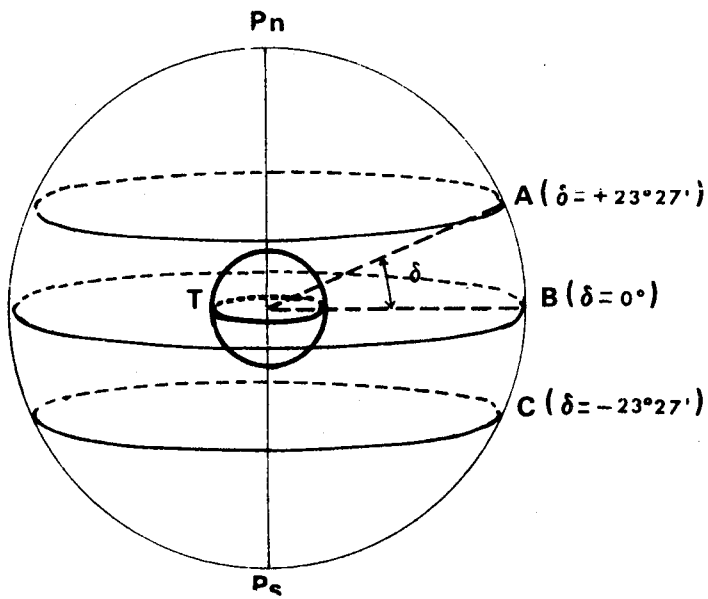


Fig. 3

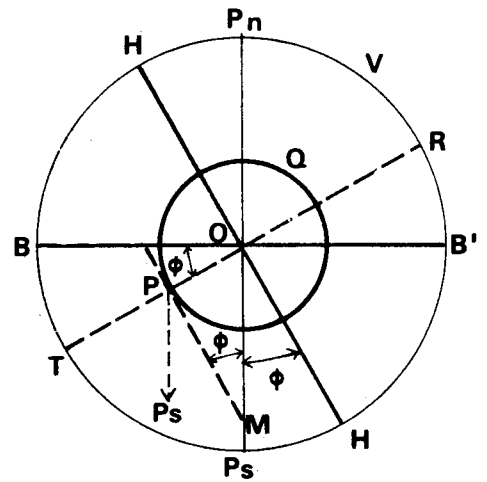


Fig. 4

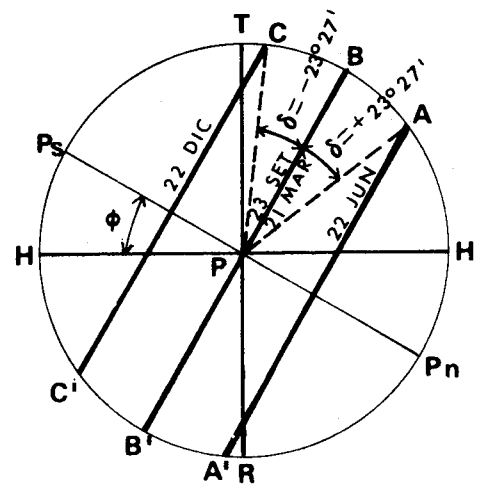


Fig. 5

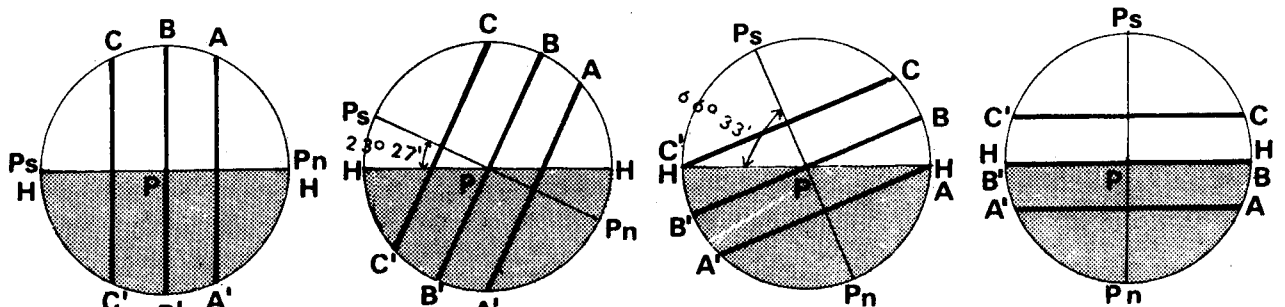


Fig. 6

3.3. En la fig. 6 se han dibujado las trayectorias aparentes del sol para un observador situado en las latitudes $\phi = 0^\circ$, $\phi = 23^\circ 27' S$, $\phi = 66^\circ 33' S$ y $\phi = 90^\circ S$.

3.4. En la fig. 7 se observan en perspectiva los elementos principales del problema. Busquemos de precisar adecuadamente los detalles esenciales:

- el observador se encuentra en el punto P, centro de la esfera celeste; su plano de horizonte es NESO; el cenit, T y el nadir, R;

- el eje de rotación de los astros, $P_s P_n$, forma un ángulo ϕ con el plano horizontal igual a la latitud del lugar. Las trayectorias aparentes del sol AA', BB', CC', tienen sus planos perpendiculares a ese eje. La circunferencia BB', por pasar por el centro P es el ecuador celeste. La trayectoria correspondiente a un día determinado se ubica en función de la declinación δ que presenta el sol en esa fecha (ver Apéndice A); los valores positivos se toman hacia el polo Norte y los negativos hacia el Sur;

- el plano vertical que contiene al eje del mundo es el meridiano del lugar; este plano es el $P_s T N P_n$ que intercepta al horizontal según la línea NS que señala las direcciones Norte y Sur para el observador. La recta OE perpendicular a NS en P indica los rumbos Este y Oeste; esta línea es también la intersección del plano del ecuador con el horizontal;

- cuando un astro cruza el meridiano del lugar se dice que culmina pues alcanza su mayor altura respecto del observador;

- la velocidad angular del sol puede considerarse constante. Si establecemos que el sol describe un giro completo en 24 horas solares, tendremos que su velocidad angular es de 15° por hora. Se llama círculo horario el plano que contiene al eje $P_s P_n$ y al astro, conviniéndose que la hora solar 12 ocurre en el momento de culminación del sol. En la figura se ha dibujado el círculo horario correspondiente a la hora solar 10 que forma, con el de las 12, un ángulo de 30° ;

- lo que hemos visto nos permite decir que el día 22 de junio el sol sale en el punto D, entre el Este y el Norte, a una hora solar posterior a las 6 y se pone en F. El 23 de setiembre y el 21 de marzo el sol sale exactamente por el E a las 6 y se pone en el Oeste a las 18. En el período comprendido entre el 23 de setiembre y el 21 de marzo el sol sale antes de la hora solar 6 en un punto del horizonte situado entre el Este y el Sur;

- el meridiano divide a las trayectorias del sol en dos partes prácticamente iguales; esto significa que tendremos posiciones simétricas en relación con aquel plano. Así, el rayo de sol, a las 9 hora solar, es simétrico respecto al meridiano del que recibimos a las 15;

- salvo las fechas extremas - 22 de junio y 22 de diciembre - siempre será posible encontrar dos días al año cuyas trayectorias aparentes sean sensiblemente las mismas (ver declinación del sol en el Apéndice A).

4. ACIMUT Y ALTURA

4.1. La dirección en que se encuentra un astro se determina por su acimut y altura. Si PC (fig. 8) es el rayo de sol, o la visual al astro, y D el plano horizontal, el acimut (Z) es el ángulo formado en el plano horizontal por la dirección Sur y la proyección PQ del rayo, medido de 0° a 360° pasando por el Oeste. Desde que en estas latitudes una persona debe enfrentar al Norte para observar los recorridos aparentes del sol, podemos convenir en llamar acimut al ángulo formado en el plano horizontal por la dirección N y la proyección PQ medido de 0° a 180° hacia el Este o el Oeste.

La altura (H) estará dada por el ángulo formado por el rayo y su proyección en el plano horizontal.

4.2. Se hace notar que esas coordenadas no definen la posición de un punto en el espacio sino la dirección en que se encuentra respecto al observador ubicado en P .

Todos los puntos del rayo PC tienen acimut y altura iguales. Si trazamos una esfera cualquiera de radio PM y la interceptamos con el rayo PC que recibimos del sol a lo largo de todo el día, obtendremos una circunferencia A cuyos puntos tienen las mismas coordenadas que el sol para ese día.

5. HORA SOLAR, LOCAL Y LEGAL

5.1. La hora solar o tiempo solar verdadero, según hemos visto, se determina por el ángulo horario del astro, suponiendo que una trayectoria de 360° se cumple en 24 horas y que las 12 corresponde al instante en que el sol cruza el meridiano del lugar.

5.2. El tiempo comprendido entre dos pasos consecutivos del sol por el meridiano del lugar es variable. Para medir el tiempo en unidades iguales a partir de los movimientos del sol, se ha creado el tiempo solar medio. Los días solares medios tienen todos la misma duración que es igual al promedio anual de los días solares verdaderos.

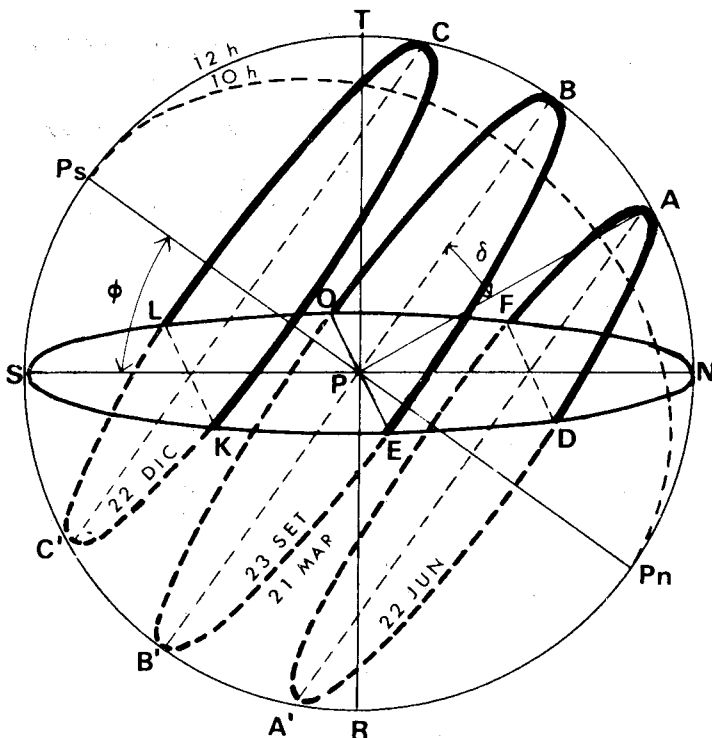


Fig. 7

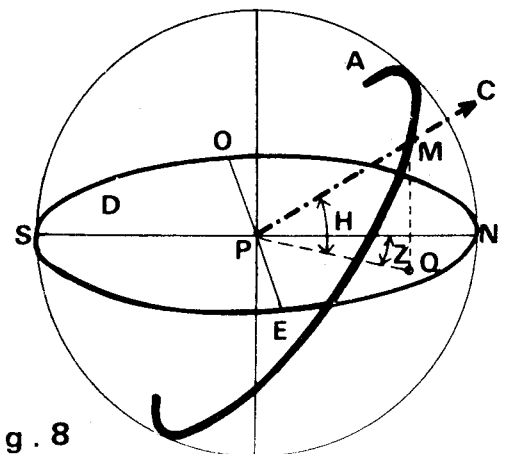


Fig. 8

Se llama hora local a la determinada por el sol medio; el día se divide en 24 horas correspondiendo las 12 al momento en que el sol medio cruza el meridiano del lugar. La relación entre la hora solar (HS) y la hora local (HL) está dada por la gráfica de la fig. 9 y la siguiente ecuación:

$$HS = HL \pm E$$

Para el día 1º de octubre, por ejemplo, tenemos: $E = +0h\ 10\ min.$ Esto significa que el sol cruzará el meridiano del lugar ($HS = 12.00$) a la hora local

$$HL = 12.00 - 0.10 = 11h\ 50\ min.$$

5.3. La hora local no sirve como medida del tiempo en un país por cuanto sería diferente para las localidades ubicadas en distintos meridianos. Para eso se ha creado la hora legal que se establece de acuerdo a una convención internacional y a disposiciones nacionales. La primera indica que la hora legal para un país se regula por la hora local para Greenwich (longitud 0°); la diferencia entre ambas debe ser en horas enteras, fijada según la distancia angular entre los respectivos meridianos. El Uruguay (fig. 10) se encuentra ubicado dentro del huso horario que está 4 horas al Oeste de Greenwich aunque ha adoptado el de 3 horas. Es decir: nuestros relojes señalan exactamente 3 horas menos que la hora local de Greenwich y la misma que la local correspondiente al meridiano de 45° .

La disposición adoptada hace que el sol cruce por el Uruguay siempre después de la hora legal 12. Como la jornada de trabajo tiene también su centro luego de las 12, esa disposición permite un mejor aprovechamiento de la luz y el calor naturales en invierno, lográndose una economía de energía eléctrica.

Por lo tanto: la hora solar para un punto de nuestro país tendrá una diferencia, con la hora solar correspondiente al meridiano de 45° , igual a la diferencia angular entre ambos meridianos tomada a razón de 1 hora cada 15° .

La gráfica de la fig. 11 permite relacionar la hora solar y la hora legal (HL_g) para cualquier localidad del Uruguay, haciendo

$$HS = HL_g - (E' + E'')$$

Si se tratara de la ciudad de Salto, por ejemplo, ubicada en la longitud (λ) 58° (fig. 12), tendremos, para el 15 de octubre:

$$HS = HL_g - (0h\ 18min + 0h\ 20min) = HL_g - 0h\ 38min$$

Es decir, que ese día el sol cruzará el meridiano de Salto a la hora legal 12h 38min; o que cuando el reloj señale las 12h, la hora solar será las 11h 22min.

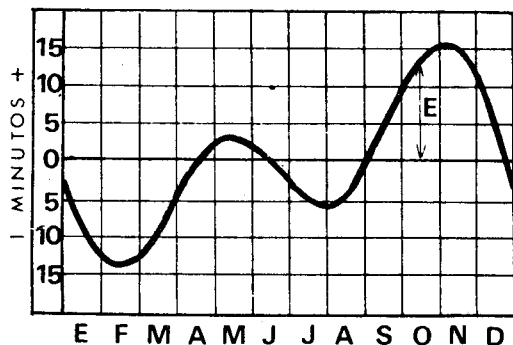


Fig. 9

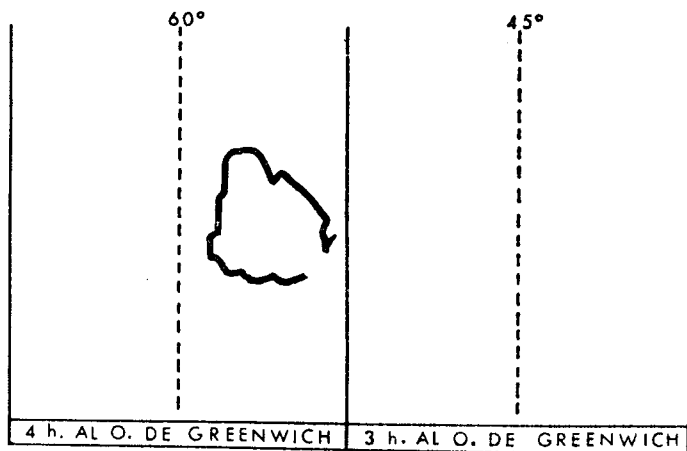
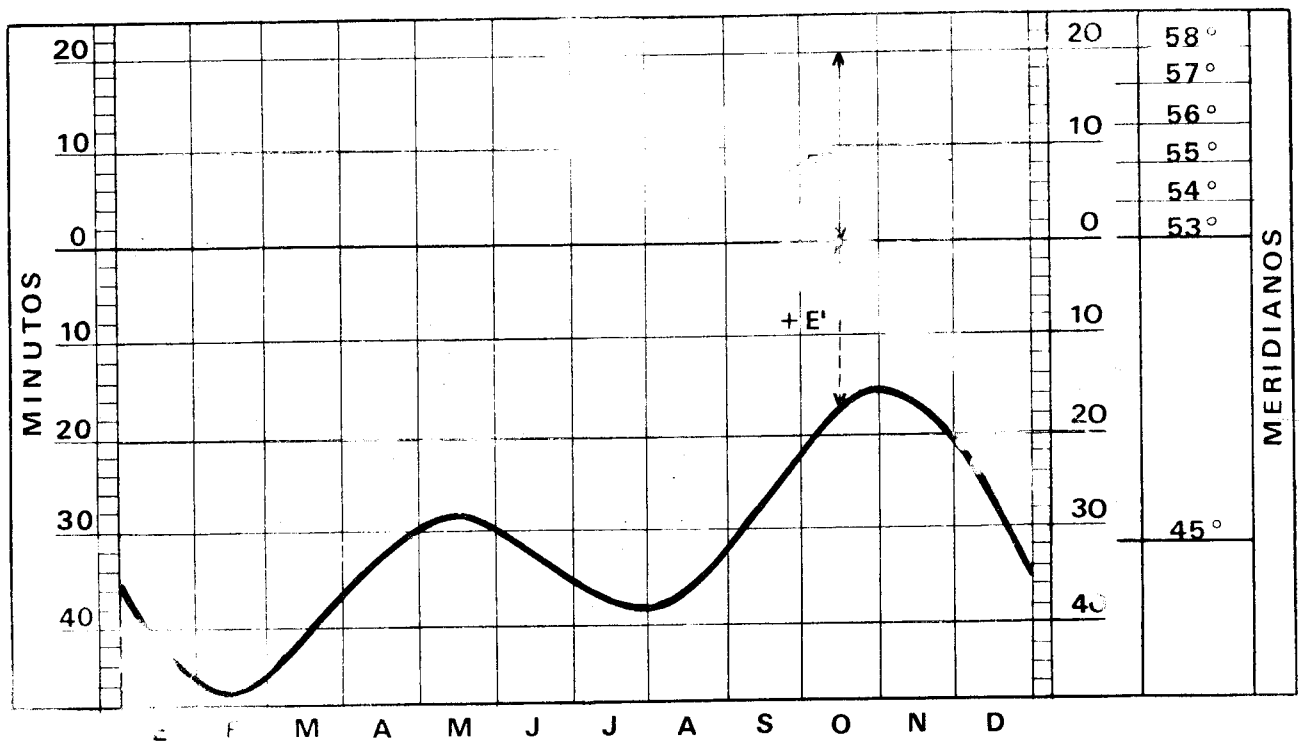


Fig.10



11

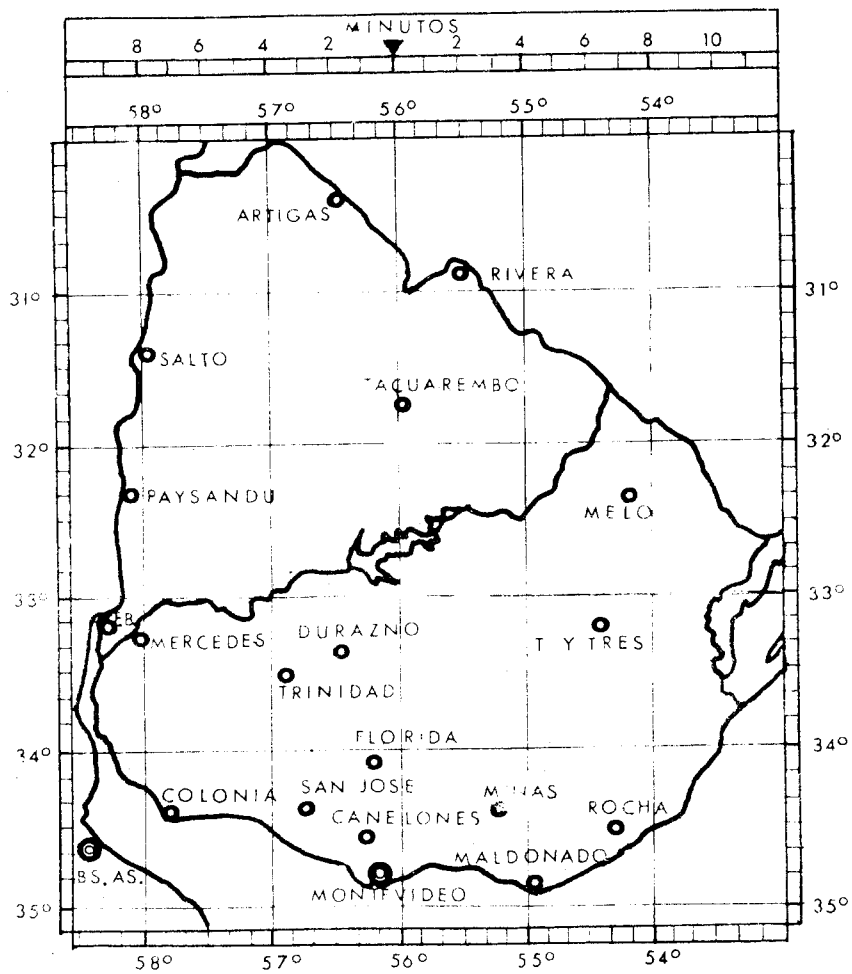


Fig.12

6. DETERMINACION DE LAS COORDENADAS DEL SOL.

6.1. Procedimiento geométrico. Dibujamos la esfera celeste (fig. 13) mediante una doble proyección: en el plano meridiano y en el plano horizontal. La latitud del lugar ϕ determina la posición del eje $P_N P_S$ y del ecuador. Al día elegido le corresponde una declinación δ (ver Apéndice A) que suponemos positiva; definimos así la trayectoria aparente del sol AA' .

Para ubicar la hora debemos efectuar un giro alrededor del centro D y proyectar la trayectoria en el plano horizontal. Dividimos la circunferencia resultante en 24 partes iguales, tomando la hora 12 sobre el meridiano del lugar NS; nos quedan determinadas las posiciones del sol en cada hora del día. Si el problema es hallar las coordenadas para la hora solar 9h30', tomamos el punto G' que le corresponde. Deshacemos el rebatimiento para este punto hallando M y M'; el rayo de sol será PM en el plano meridiano y P'M' en el horizontal.

Por definición, el ángulo TP'M' es el acimut (Z). En cuanto a la altura (H), para ver el ángulo en su verdadera magnitud debemos rebatirlo hasta el plano meridiano obteniendo JPX.

6.2. Procedimiento analítico. Llamaremos:

- R al radio de la esfera;
- ϕ a la latitud del lugar;
- δ a la declinación del sol para el día fijado;
- θ a la hora solar elegida. La hora solar se toma en grados a razón de 15° por cada hora de diferencia entre las 12 y la hora elegida. Así, para la hora solar 10 el ángulo horario será de 30° .

Hacemos (fig. 13):

$$\text{senH} = \frac{JI}{R} = \frac{MC \cos\phi}{R} = \frac{\cos\phi}{R} (MD - DC)$$

$$MD = DG = KQ = KG' \cos\theta = AD \cos\theta = R \cos\delta \cos\theta$$

$$DC = DP \text{tg}\phi = R \text{sen}\delta \text{tg}\phi$$

Sustituyendo,

$$(6.a) \quad \text{senH} = \cos\phi \cos\delta \cos\theta - \text{sen}\phi \text{sen}\delta$$

El acimut puede hallarse de varias maneras:

$$\text{senZ} = \frac{VM'}{P'M'} = \frac{QG'}{P'Y} = \frac{KG' \text{sen}\theta}{R \text{cosh}} = \frac{R \cos\delta \text{sen}\theta}{R \text{cosh}}$$

$$(6.b) \quad \text{senZ} = \frac{\cos\delta \text{sen}\theta}{\text{cosh}}$$

$$\cos Z = \frac{P'V}{P'M'} = \frac{PC + CL}{PI}$$

$$PC = \frac{DP}{\cos\phi} = \frac{R \text{sen}\delta}{\cos\phi} \quad CL = JI \text{tg}\phi = R \text{senH} \text{tg}\phi \quad PI = R \text{cosh}$$

$$(6.c) \quad \cos Z = \frac{\text{sen}\delta + \text{senH} \text{sen}\phi}{\text{cosh} \cos\phi}$$

Ambas ecuaciones permiten hallar Z. La primera es más simple, pero la segunda tiene la ventaja de indicar cuándo el acimut es superior a 90° .

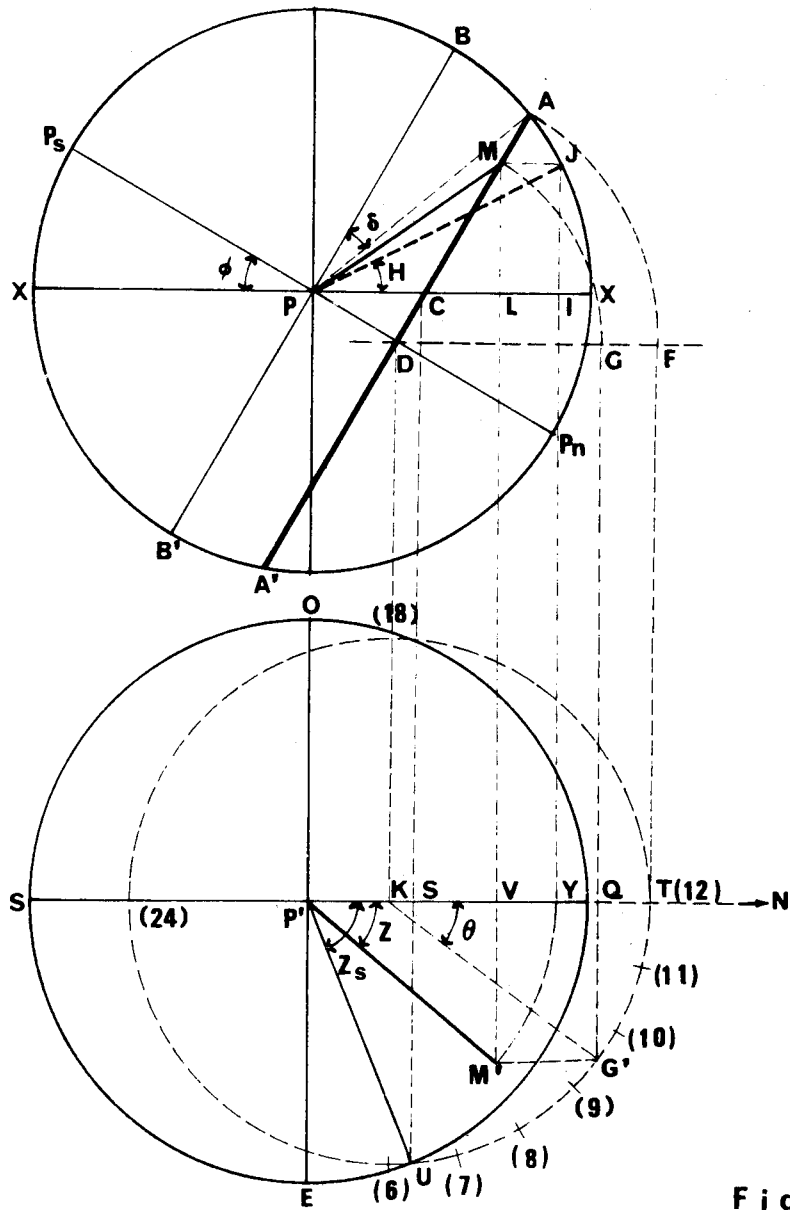


Fig. 13

Para $H = 0^\circ$, hallamos los datos necesarios por las ec. 6.a y 6.c haciendo $H = 0^\circ$:

$$(6.d) \quad \cos\theta = \operatorname{tg}\phi \operatorname{tg}\delta$$

$$(6.e) \quad \cos Z = \frac{\operatorname{sen}\delta}{\cos\phi}$$

Se debe tener presente que estas ecuaciones son para el hemisferio Sur, tomándose:

- la latitud ϕ , positiva;
- el acimut Z como el ángulo formado con la dirección Norte;
- el tiempo θ , con signo positivo pero cuidando de medir el acimut Z hacia el Este cuando se trate de horas de la mañana y hacia el Oeste si la hora es posterior a la hora solar 12.

Si se tratara de aplicar las ecuaciones al hemisferio Norte se debe tomar ϕ con signo negativo y el acimut se medirá con respecto a la dirección Sur.

6.3. Aplicaciones. Hallar las coordenadas del sol para una localidad situada en las coordenadas $\phi = 34^{\circ}50'$ Sur, $\lambda = 55^{\circ}$ Oeste, para los siguientes datos:

día: 11 de diciembre ($\delta = -22^{\circ}57'$) Hora legal: 6.00

Según la fig. 11 la correspondiente hora solar será;

$$HS = 6.00 - (0.25 + 0.08) = 5h\ 27min$$

Y el ángulo horario respecto al meridiano del lugar,

$$(12.00 - 5.27) 15^{\circ} = 98^{\circ}15'$$

Con estos datos construimos la fig. 14 siguiendo el procedimiento ya indicado.

Si utilizamos el método analítico, aplicamos las ecuaciones 6.a y 6.c, hallando:

$$\text{sen}H = -0.108458 + 0.222723 = 0.114265 \quad H = 6^{\circ}34'$$

$$\text{cos}Z = (-0.389928 + 0.065267)/0.815441 = -0.398142$$

$$Z = 180^{\circ} - 66^{\circ}32' = 113^{\circ}28'$$

Observamos, por la ubicación del punto M' que estamos próximos al lugar de salida del sol. Por la ec. 6.e determinamos ese punto.

$$\text{cos}Z = -0.0475048$$

$$Z = 180^{\circ} - 61^{\circ}38' = 118^{\circ}22'$$

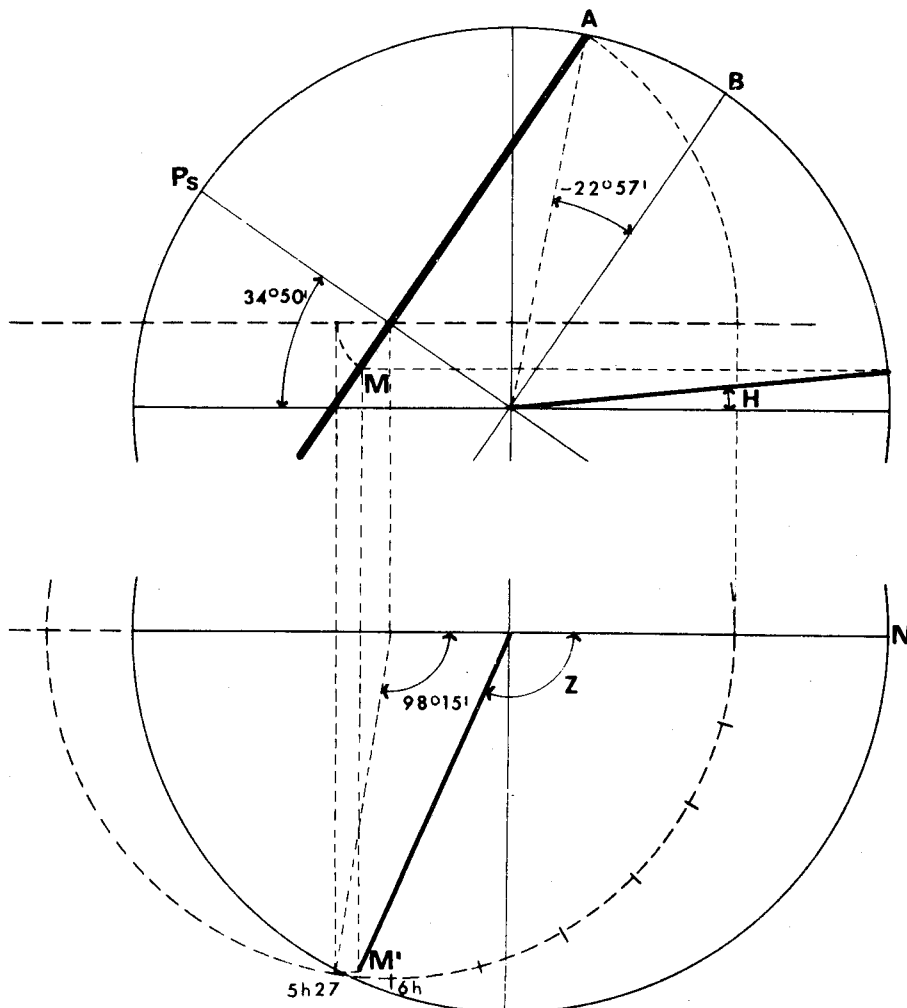


Fig. 14

7. METODOS PARA ESTUDIAR EL ASOLEAMIENTO

7.1. Clasificación. Los métodos conocidos son muy numerosos; la mayoría de ellos responden a la necesidad de hallar una respuesta rápida a un problema determinado. Escapa a los propósitos de estos apuntes la realización de un análisis detallado de cada uno de ellos. Sólo formularemos una ordenación según sus características indicando la bibliografía donde es posible obtener mayor información.

La clasificación es la siguiente:

Métodos	Gráficos	geométricos	proyección ortogonal " estereográfica " cilíndrica método de la varilla
		no geométricos	Burnett Sunfinder otros
	Instrumentales	simulación de movimientos	heliodon solarscopio
		fotográfico	globoscopio
		directos	reloj de sol

7.2. Métodos gráficos. Son aquellos que representan gráficamente las trayectorias del sol sobre un plano. Se aplican a las proyecciones utilizadas corrientemente por el arquitecto, siempre que se trate de problemas no muy complejos pero que requieran cierto grado de precisión.

En los métodos geométricos las trayectorias aparentes del sol se trazan mediante proyecciones bien determinadas. Esta característica tiene importancia para la resolución de los problemas que se tratan en 8.4.1 y 8.4.2. Si tomamos como referencia a la fig. 7 se plantean las siguientes posibilidades:

- proyección ortogonal (1). Las trayectorias y círculos horarios se proyectan ortogonalmente en el plano horizontal donde obtenemos elipses (fig. 15). Tiene el inconveniente de que las elipses son tangentes a la circunferencia que representa al plano horizontal dando lugar a una zona con poca precisión. Es conveniente aclarar que las proyecciones se realizan corrientemente sobre el plano horizontal ya que así pueden aplicarse a la mayoría de los casos que se presentan; pero a veces se ejecutan sobre otros planos para el estudio de problemas particulares;

- proyección estereográfica. Sobre ella hacemos un estudio especial en el punto 8;

- proyección cilíndrica (2). El método es complejo y ya no es usado; consiste en proyectar las trayectorias sobre un cilindro que luego se desarrolla en un plano;

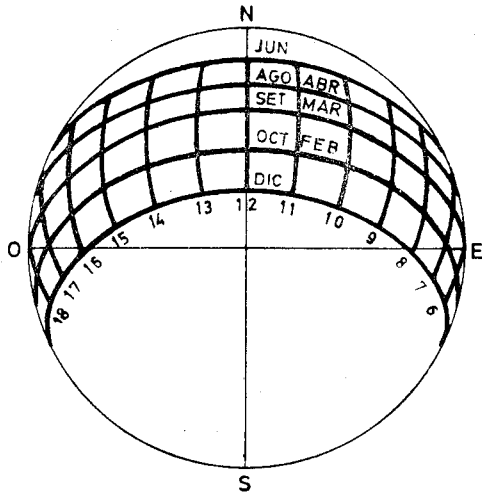


Fig. 15

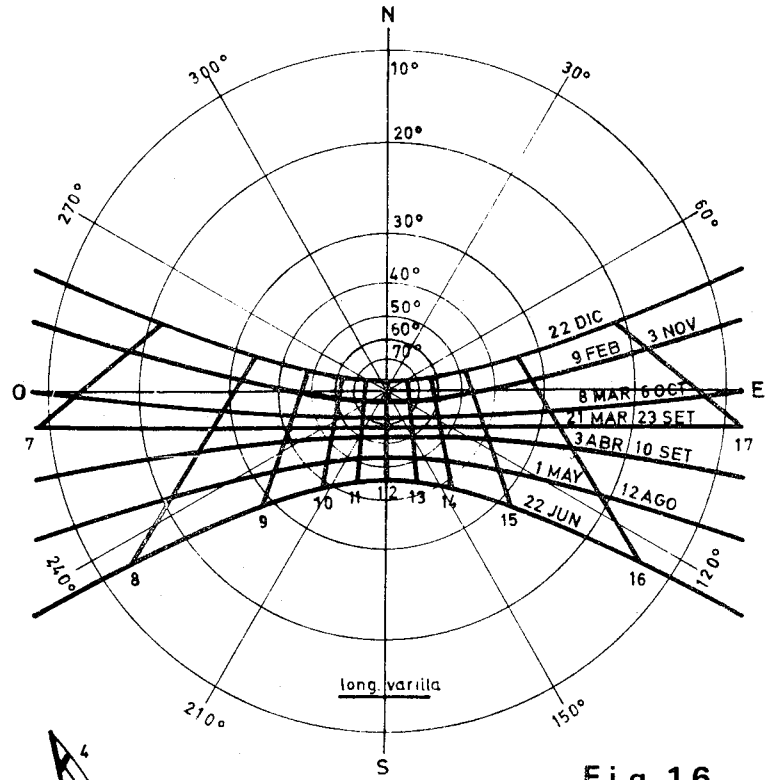


Fig. 16

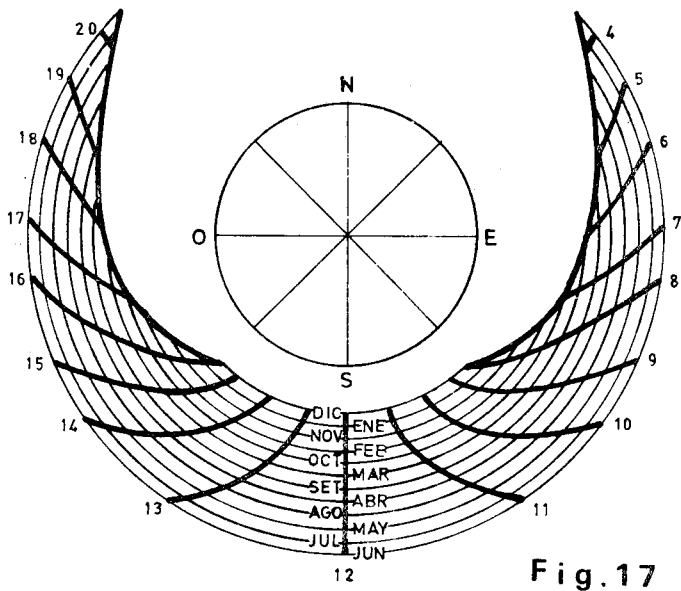


Fig. 17

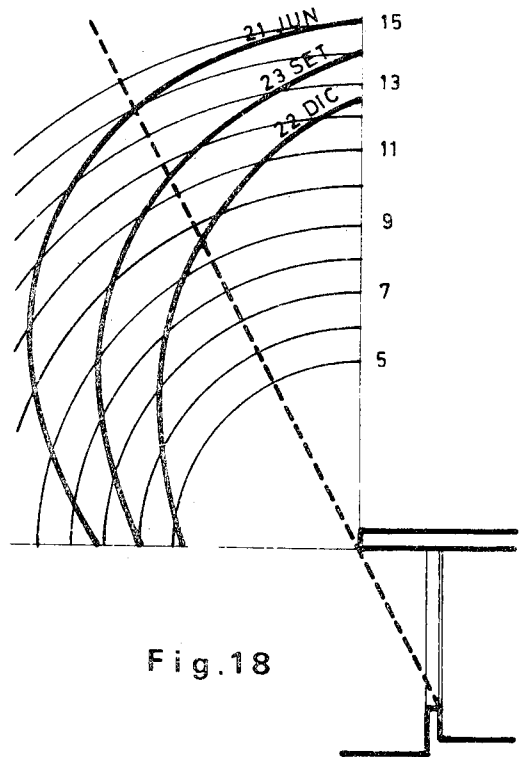


Fig. 18

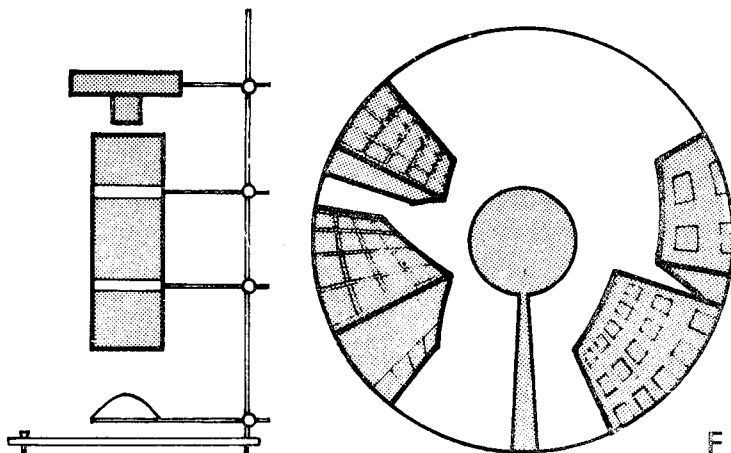


Fig. 19

- método de la varilla (3) (4). Da la sombra arrojada en el plano horizontal (fig. 16) por el extremo superior de una varilla de longitud conocida. Dichas sombras se obtienen mediante la intersección de un cono de revolución por el plano horizontal; en la mayoría de los casos son hipérbolas. Las líneas horarias son rectas y se unen en un punto. Presenta una serie de ventajas pero también el inconveniente de no permitir la graficación fácil de puntos cuya altura es menor de 15° .

En los métodos no geométricos la representación de las trayectorias del sol obedece a un sistema arbitrario fijado por el autor. Podemos mencionar:

- diagramas de Burnett (5) (4). Se parte de una serie de circunferencias concéntricas (fig. 17) igualmente espaciadas que corresponden a días determinados del año. Las alturas se dan en gráfica aparte. Facilita una medición precisa del acimut y la altura en los casos de latitudes próximas al ecuador con el sol cerca del cenit;

- "Sunfinder" (6) (4). Obedece a un sistema similar al anterior;

- diagramas sobre planos verticales (7). Dan las posiciones de los rayos del sol (fig. 18) proyectados en determinados planos verticales. Se requiere un diagrama para cada orientación; ellos permiten hallar de inmediato la penetración de un rayo de sol así como la protección que se logra con un dispositivo horizontal.

7.3. Métodos instrumentales. La mayoría de ellos se usan para trabajar en modelos aplicándose a problemas complejos en que los trazados gráficos suponen una tarea excesivamente larga. Presentan además la ventaja de que el arquitecto puede en ese mismo momento modificar la disposición de los volúmenes y observar los resultados.

Dentro de este grupo tenemos a los instrumentos que reproducen los movimientos relativos del sol:

- el "heliodon" tanto en su versión inglesa (5) (4) como en la francesa (8). Consiste, en principio, en una tabla donde se apoya el modelo, con movimientos sobre ejes que permiten ajustar la latitud, el día y la hora. La lámpara que simula el sol está colocada a una cierta distancia y permanece fija;

- el "solarscopio" construido en Australia (9) basado en un principio diferente: mantiene fija la plataforma donde está el modelo y hace mover la lámpara; al brazo de ésta se le agrega un espejo para duplicar la distancia al modelo y disminuir la divergencia de los rayos.

El "globoscopio" (10) está basado en una cámara fotográfica (fig. 19) que recoge la imagen reflejada en un paraboloide muy pulido. Se obtiene así una proyección estereográfica de los volúmenes que rodean al punto que permite, como lo veremos más adelante, definir las condiciones de asoleamiento de ese punto. El globoscopio es un instrumento muy eficaz para estudiar esos problemas en áreas urbanas de edificación compleja.

Finalmente tenemos el reloj de sol sobre el cual hay diferentes tipos. El que desarrollamos en el punto 10 es debido a G. Pleijel (4); tiene la ventaja de su sencillez y especialmente de su economía.

8. PROYECCION ESTEREOGRAFICA. GRAFICA AUXILIAR.

8.1. La proyección estereográfica.

8.1.1. La proyección estereográfica es un método para proyectar los puntos que pertenecen a una superficie esférica. El punto de proyección R (fig. 20) está situado en la superficie de la esfera; el plano de proyección B es paralelo

al plano tangente a la esfera en R. Si M es un punto de la superficie y N, la intersección de RM con el plano B, decimos que N es la proyección estereográfica de M. La particularidad notable de este método es que la proyección estereográfica de una sección plana A de la esfera es una circunferencia C; esto no se cumple sólo en el caso que el plano A pase por R en que la proyección es entonces una línea recta.

8.1.2. Para los estudios que efectuaremos más adelante conviene dejar bien claro el procedimiento que seguiremos para representar un punto del espacio que no pertenezca a la superficie esférica. Nuestro interés reside, principalmente, en precisar la ubicación de los elementos que están alrededor del ojo del observador o del punto que tomamos como referencia. Supongamos que P (fig. 21) sea ese punto, que a su vez es el centro de una esfera cuyo radio puede tener cualquier dimensión. Desde P proyectamos sobre la esfera todos los elementos visibles: por ejemplo, una trayectoria aparente del sol, que determina la circunferencia A y un punto cercano C situado sobre el rayo PS. Según hemos hecho notar en 4.2, las coordenadas de la posición S del sol y las del punto C son las mismas. Si trazamos ahora la proyección estereográfica de M hallaremos N. Como veremos más adelante, conociendo N podemos deducir el acimut Z y la altura H del punto M y, en consecuencia, las coordenadas de todos los puntos del rayo PS.

En adelante, y para abreviar, diremos que N es la proyección estereográfica de C o de S, aunque debe entenderse que el procedimiento seguido y el significado correcto de los términos responden al sistema de doble proyección que acabamos de ver. Podemos establecer entonces que todos los puntos del espacio de iguales coordenadas Z y H tienen la misma proyección estereográfica.

Se observa que cuando Q es el plano horizontal, todos los puntos del espacio pertenecientes al hemisferio superior se proyectarán estereográficamente dentro del círculo Q; los ubicados debajo del plano horizontal quedarán fuera de ese límite.

8.1.3. Según la particularidad señalada más arriba, la proyección estereográfica de los recorridos aparentes del sol y de los círculos horarios serán circunferencias. En la fig. 22 se representa, sobre el plano meridiano, la trayectoria AA' correspondiente a un día en que la declinación es δ . El plano de proyección más conveniente es el horizontal por ser el más utilizado por el arquitecto; el punto de proyección será R. Si al cono formado ARD lo interceptamos por el plano horizontal obtendremos una circunferencia de diámetro DC. En la fig. 23 se dibuja el diagrama solar resultante para la latitud $\phi = 34^{\circ}50'$ Sur, expresado en hora solar.

8.2. Representación de las coordenadas.

8.2.1. En la proyección estereográfica de la fig. 23 el acimut, para una posición A del sol, queda definido por el ángulo NPA. Para demostrarlo, observemos la fig. 24 en que se representan, en el espacio, los elementos principales del problema. La línea PB es la proyección ortogonal del rayo PC en el plano horizontal por lo que el acimut, según la definición dada, es NPB. Debemos probar que la proyección estereográfica de C está en la línea PB. Esto es así por cuanto el plano CPB es vertical por contener a CB; lo mismo sucede con el plano CPR pues PR le pertenece. De esta forma, ambos planos son en realidad uno sólo.

8.2.2. La altura del punto C (fig. 24) está dada por el ángulo CPB. Si trazamos el paralelo M obtenemos todos los puntos de la esfera que tienen igual altura; su proyección estereográfica es la circunferencia DA. Por lo tanto, si con radio AP (fig. 23) dibujamos una circunferencia, estamos determinando la proyección estereográfica de todos los puntos del espacio que tienen la misma altura. La escala marcada sobre la línea PS permite hallar la altura de cualquier posición del sol.

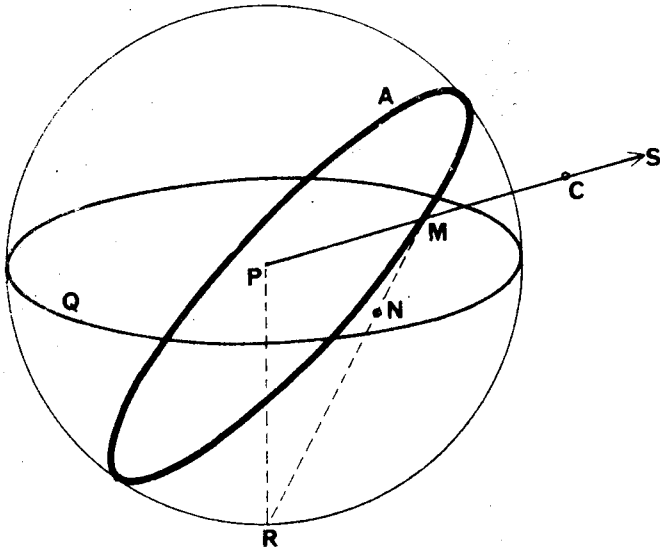


Fig. 21

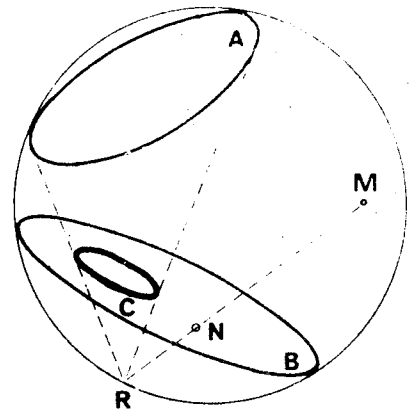


Fig. 20

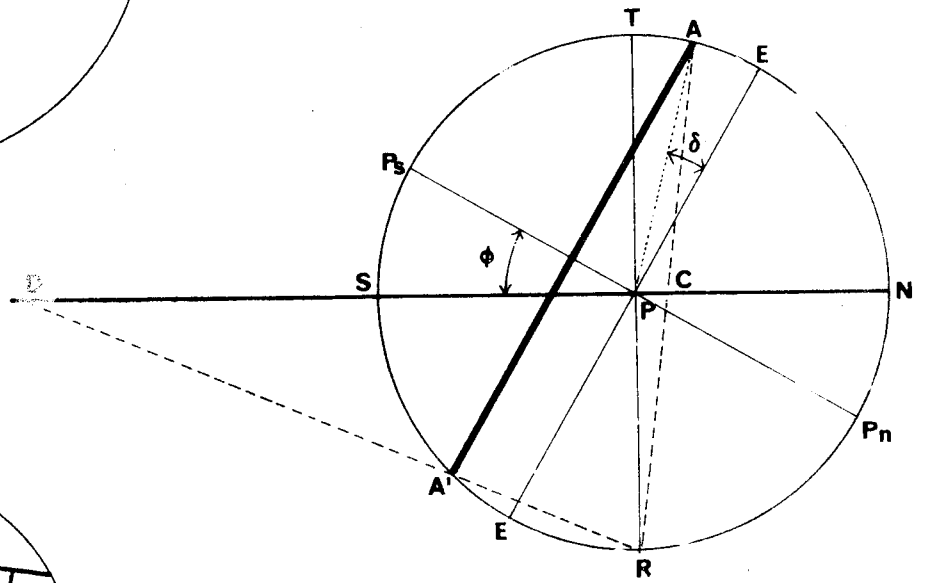


Fig. 22

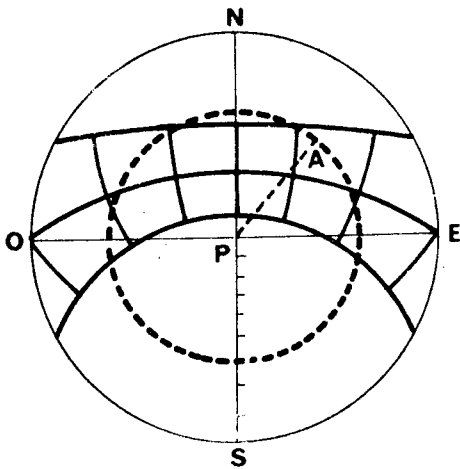


Fig. 23

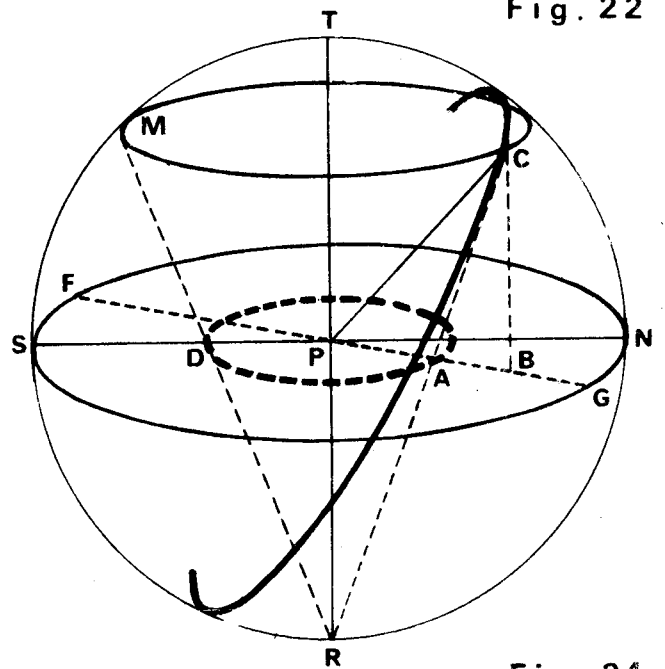


Fig. 24

8.3. Diagramas solares presentados.

8.3.1. En esta publicación se incluyen 3 diagramas solares que en conjunto permiten resolver con un buen grado de precisión los problemas de asoleamiento en cualquier punto del país; las coordenadas geográficas pueden deducirse de la fig. 12.

8.3.2. Los diagramas determinan las posiciones del sol para el meridiano 56° Oeste y para la hora legal que rige en el Uruguay (3h al Oeste de Greenwich). Cuando la localidad se encuentre alejada de ese meridiano se deben corregir las líneas horarias siempre que la precisión lo requiera. En la propia fig. 12 se indican las diferencias horarias que corresponden a otros meridianos apreciándose que llegan a un máximo de sólo 11 minutos. Cuando el punto elegido se aparta hacia el Este, por ejemplo a los 55° de longitud, el sol pasará antes por ese meridiano que por el de 56° ; las líneas horarias deben entonces correrse 4 minutos hacia la izquierda del diagrama.

8.4. Gráfica auxiliar.

8.4.1. Un diagrama solar (fig. 23) nos permite estudiar el problema de las sombras arrojadas por elementos opacos en una fecha bien precisa a partir del conocimiento de las coordenadas del sol en ese instante. Pero si queremos determinar todos los días y horas en que un punto recibe los rayos directos del sol entonces es necesario utilizar otros trazados geométricos.

8.4.2. El procedimiento, en su planteamiento general, es el siguiente: supongamos (fig. 25) un local con una ventana; todos los elementos se han dibujado tal como se ven desde el punto (P) cuyo asoleamiento queremos estudiar, incluyendo también el recorrido aparente SN del sol para un día cualquiera. Resulta claro que cuando el sol se encuentra en A el punto P no estará iluminado pues se interpone un cuerpo opaco; en cambio, los rayos del sol llegarán a P durante el recorrido MN, en razón de la transparencia del vidrio. Por consiguiente, el método consiste en proyectar, mediante un mismo procedimiento geométrico, los elementos arquitectónicos y los recorridos aparentes del sol; el asoleamiento del punto, para todo el año, quedará determinado por las trayectorias no interferidas por los elementos opacos.

8.4.3. Nosotros ya vimos un método para proyectar los recorridos aparentes del sol. Debemos estudiar ahora la forma de trazar las obstrucciones utilizando el mismo tipo de proyección.

8.4.4. Rectas verticales. Sea P (fig. 26) la posición del observador, H el plano horizontal y V una recta vertical. Desde P proyectamos la recta sobre la esfera obteniendo la circunferencia TDBR. Si ahora proyectamos estereográficamente la circunferencia desde R sobre el plano horizontal llegamos a la recta PB. El punto B es la proyección estereográfica del punto A de la recta situado en el plano horizontal; P es la correspondiente al punto de la recta en el infinito.

Todas las verticales (o cualquier línea), como V', contenidas en el plano vertical APC tienen la misma representación estereográfica. Las coordenadas que se hallan para F corresponden a cualquier punto del rayo PC'.

8.4.5. Rectas horizontales. Supongamos (fig. 27) una recta horizontal V; como en el caso anterior la proyectamos desde P sobre la esfera obteniendo la circunferencia DBE, cuya proyección estereográfica es DCE. También aquí observamos que todos los puntos del rayo AP tienen iguales coordenadas que las deducidas para C. Las proyecciones de los puntos de la recta V ubicados en el infinito son D y E. La recta DE, intersección del plano que contiene a V y P con el horizon-

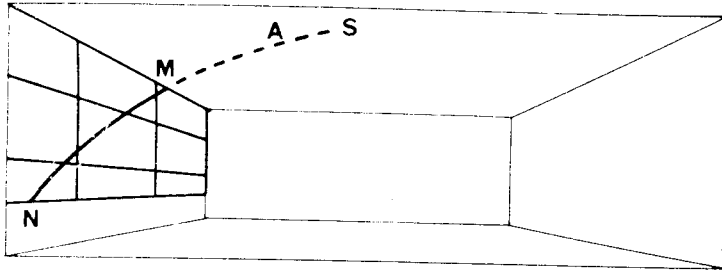


Fig. 25

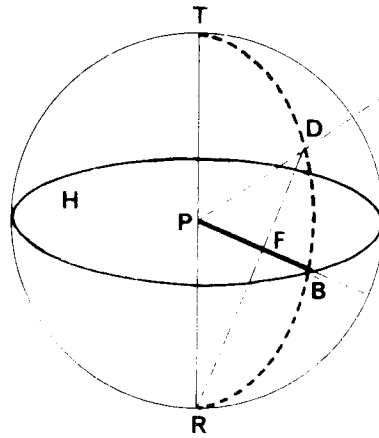


Fig. 26

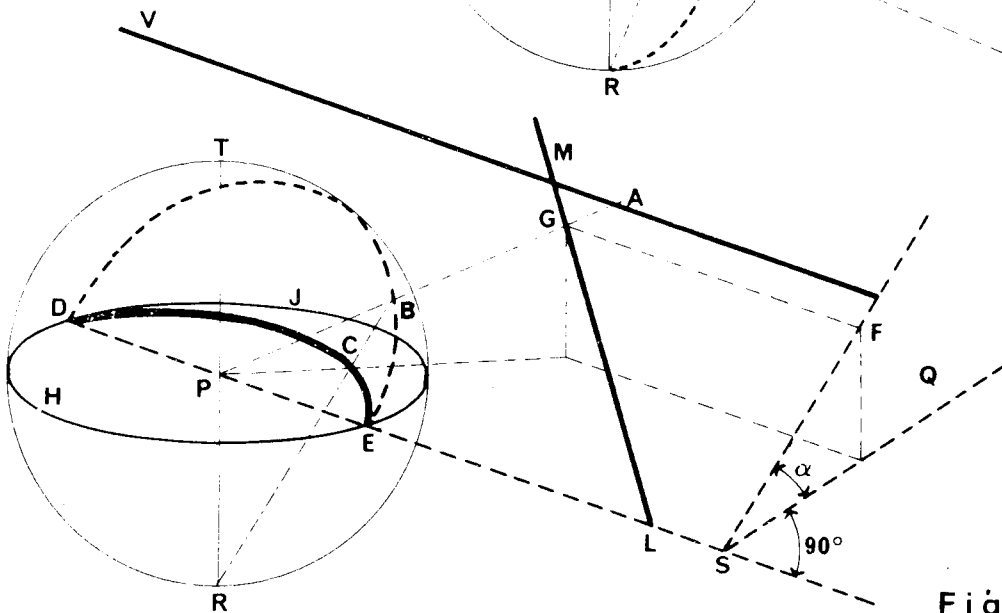


Fig. 27

tal es paralela a V . Si nos auxiliamos con un plano Q , vertical y perpendicular a DE , hallamos que aquellos dos planos forman un ángulo α ; cuando $\alpha = 0^\circ$ la proyección estereográfica de las líneas horizontales paralelas a V coincide con la circunferencia DJE ; si $\alpha = 90^\circ$ entonces se confunde con la recta DE .

Por lo tanto: dada una recta horizontal V , se toma en el plano horizontal a su paralela DE y se traza el arco de circunferencia DCE de acuerdo con el ángulo α que corresponda. Más adelante veremos cómo se ejecuta esta operación.

8.4.6. Rectas inclinadas. Todas las líneas pertenecientes al plano proyectante APD (fig. 27) tienen la misma proyección estereográfica. Ese es el caso de la recta inclinada M que prolongada intercepta al plano horizontal en L ; es decir, sobre la intersección de ambos planos. El procedimiento entonces es el siguiente: dada una recta cualquiera M , hallamos primero su intersección L con el plano horizontal que unida con P nos determina la intersección DE . Para hallar α utilizamos un plano auxiliar Q y procedimientos geométricos elementales como se indica en la figura para el punto G . Así estamos en condiciones de trazar la proyección estereográfica DCE .

8.4.7. Líneas curvas. Sólo en muy contados casos la proyección estereográfica de una curva da una figura geométrica de fácil trazado. Por lo común se sigue el procedimiento de punto por punto definidos por la intersección de una recta vertical y otra horizontal.

8.4.8. Gráfica auxiliar. Conjuntamente con los diagramas solares se proporciona una gráfica auxiliar con la proyección estereográfica de líneas rectas horizontales que presentan distintos ángulos α ; esta gráfica nos permitirá una rápida ejecución de los trazados.

8.4.9. Ejemplo. Supongamos el local representado en la fig. 28 que presenta un alero de ancho variable. Se trata de hallar todos los instantes del año en que el punto P recibe los rayos directos del sol. El punto P, por lo tanto, será el centro de nuestra esfera.

Utilizamos un papel transparente para poder trabajar tanto sobre el dibujo del local como en la gráfica auxiliar (fig. 29). Nos fijamos una dirección de referencia P'Q', paralela a PQ, de manera que la mayoría de las rectas horizontales arquitectónicas ya estén representadas en la gráfica auxiliar. La proyección estereográfica de las líneas verticales de la ventana es PF y PC, paralelas respectivamente a P'F' y P'C'. Para trazar las rectas horizontales de la ventana hallamos α y ω ; observemos que la intersección del plano proyectante y el horizontal es PQ por lo que las proyecciones estereográficas de dichas líneas se encontrarán a nuestra izquierda. Dibujamos α y ω en la fig. 29 completando así la proyección de la ventana.

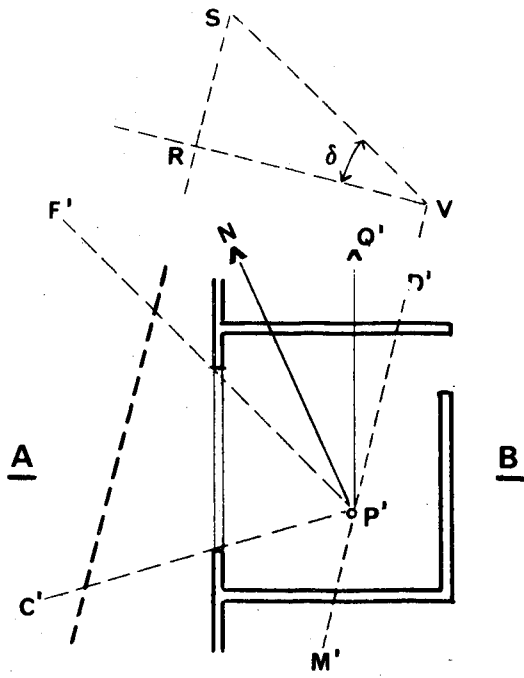
Para el alero debemos recordar que el plano proyectante y el horizontal se interceptan según una línea D'M' paralela a aquél, por lo que dibujamos DM. Por medio de un plano auxiliar vertical RV que rebatimos sobre el horizontal hallamos δ tomando SR = PT. Luego, mediante un simple giro de la gráfica auxiliar trazamos δ , obteniendo la superficie dibujada con trazo grueso (fig. 29) que representa la parte de cielo vista desde el punto P.

Procedemos ahora a ubicar la orientación PN del local. Según la metodología del trabajo debemos trazar, en esa figura, la proyección estereográfica de los recorridos aparentes del sol. Como éstos ya están dibujados en el correspondiente diagrama solar, superponemos nuestro papel transparente en dicho diagrama (fig. 30) haciendo coincidir la dirección Norte. Los recorridos del sol que aparecen en la zona de cielo vista desde P constituyen la solución al problema planteado.

9. USO DE LOS DIAGRAMAS.

9.1. Norte geográfico y Norte magnético. La orientación de un edificio se determina generalmente por medio de una brújula. Debe recordarse que este instrumento señala la dirección del Norte magnético mientras que los diagramas están referidos al Norte geográfico. La diferencia entre ambas direcciones, para nuestro país, es pequeña ya que es atravesado por la línea que indica una desviación de 0° . De todas maneras, cuando se desee alcanzar una buena precisión debe averiguarse ese dato que es variable de año en año.

9.2. Sombra de una vertical. Sea una vertical MN (fig. 31) cuya sombra, en el plano horizontal, queremos hallar para un instante A. Colocada esa vertical en P la prolongación de AP nos indica la dirección de la sombra buscada. La altura del rayo la hallamos tomando BP = AP, leyendo en la escala allí dibujada la altura H correspondiente. Con el auxilio de las marcas en grados dibujadas alrededor de los diagramas construimos el triángulo NMQ. Finalmente hacemos PC = MQ.



CORTE A B

Fig. 28

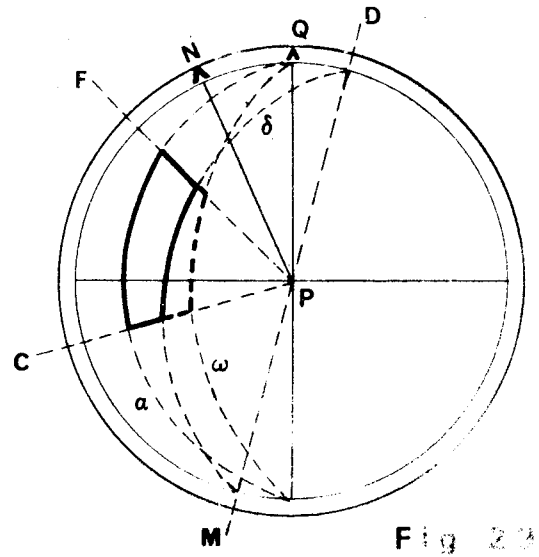


Fig. 29

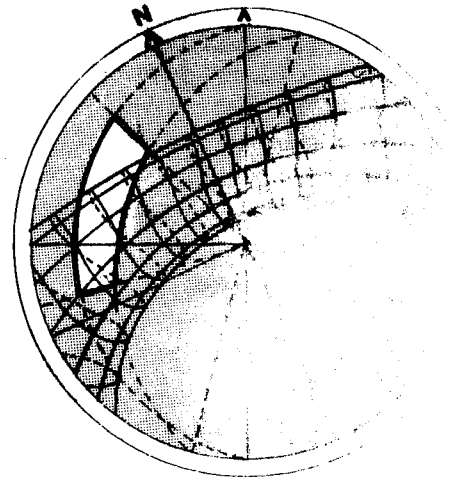


Fig. 30

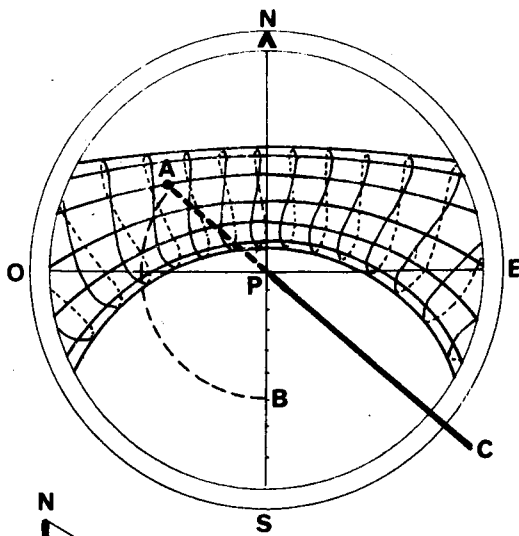


Fig. 31

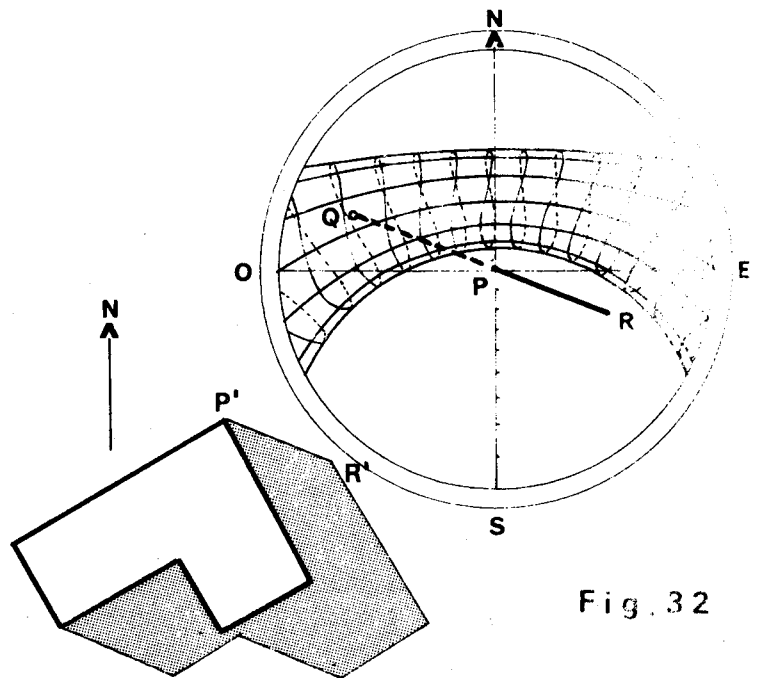
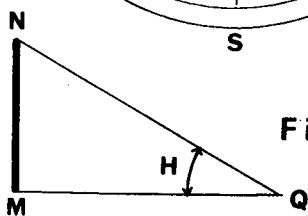


Fig. 32

9.3. Sombra de un volumen. Para hallar la sombra de un volumen (fig. 32) en el plano horizontal, ubicamos la planta de modo que su dirección N corresponda con la del diagrama. Si Q es la fecha elegida, determinamos la sombra PR de una línea vertical cuya dimensión corresponda a la escala del dibujo; el trazado se realiza tomando $P'R' = PR$ y terminando el estudio mediante procedimientos de geometría descriptiva elementales.

9.4. Asoleamiento de un plano vertical. Supongamos que se desea determinar los días y horas en que el plano vertical orientado al NE recibe los rayos directos del sol. En ese caso el centro P de la esfera (fig. 33) estará situado en dicho plano, el que se proyectará estereográficamente según la línea AB. Por lo tanto, cuando el sol se encuentre en un punto cualquiera de la superficie MRST su acímut será tal que los rayos del sol podrán incidir en el plano considerado. De la misma manera, el área restante del diagrama, MVQT, señalará los momentos en que el sol ilumina al plano vertical orientado al SO.

9.5. Asoleamiento de un plano inclinado. Sea el caso presentado en la fig. 34 en que se trata de determinar el asoleamiento del plano AB. Tomamos un punto P de su superficie para una mejor comprensión del problema. Si ese punto es el centro de nuestra esfera y miramos en la dirección PQ, la parte de cielo visible se determina trazando la curva α en el diagrama auxiliar; será la superficie QGKM. Colocamos la orientación N y transportamos el dibujo al correspondiente diagrama solar, obteniendo la respuesta al problema planteado. Puede observarse que la línea α divide al diagrama en 2 partes: una de ellas es la que determina los momentos en que el sol ilumina la cara superior del plano AB; la otra, a la cara inferior.

9.6. Ejercicios.

9.6.1. Hallar los días y horas en el año en que el punto P (fig. 35) de un local ubicado en Montevideo, puede recibir los rayos directos del sol. Este ejercicio es parecido a uno precedente pero utilizaremos un método indirecto más rápido para trazar la proyección estereográfica de la línea AB del alero.

Estudiaremos, en primer lugar, la abertura que se encuentra arriba del punto P. Hallamos los ángulos α y ω y dibujamos las líneas respectivas en la gráfica auxiliar. Para trazar QS podríamos hallar el ángulo que le corresponde mediante un corte transversal; pero es más rápido y sencillo determinar la proyección estereográfica de la vertical QT, que es paralela a $P'Q'$, definiendo así la posición del punto Q. Por este punto debe pasar la proyección estereográfica de QS que dibujamos sobre la gráfica auxiliar. Podemos verificar este trazado determinando el punto S por el mismo procedimiento. Hacemos algo similar para la horizontal AB que de acuerdo a lo estudiado se proyectará, en nuestra gráfica auxiliar, según un arco de círculo que pase por F y G, siendo FG paralela a $A'B'$. Determinamos primero el punto A mediante la horizontal AM y la vertical AC. La proyección buscada deberá pasar por A, F y G. El resto del trazado no presenta dificultades, debiéndose tomar el diagrama solar que corresponda al sitio de referencia.

9.6.2. El ejemplo de la fig. 36 presenta la dificultad de la proyección estereográfica de las líneas inclinadas del techo. Según lo que estudiamos en el punto 8.4.6, en el caso de la recta AB hallamos su intersección con el plano horizontal que pasa por P; en la gráfica auxiliar tomamos FG paralela a $P'C'$, determinando así los puntos F y G por donde pasará la proyección estereográfica buscada. Debemos ahora hallar el ángulo que forma el plano determinado por la recta AB y el punto P con el horizontal. Según vimos, nos auxiliamos con un plano perpendicular a $P'C'$ y efectuamos luego un rebatimiento. Estas operaciones se simplifican trazando $C'D'$, perpendicular a $P'C'$; trazamos $A'D'$, perpendicular a

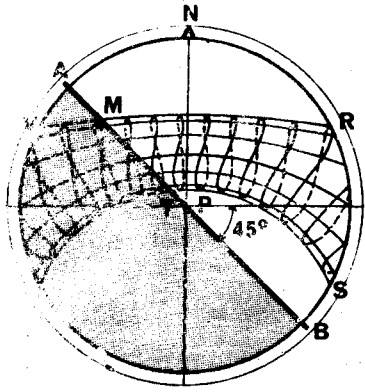


Fig. 33

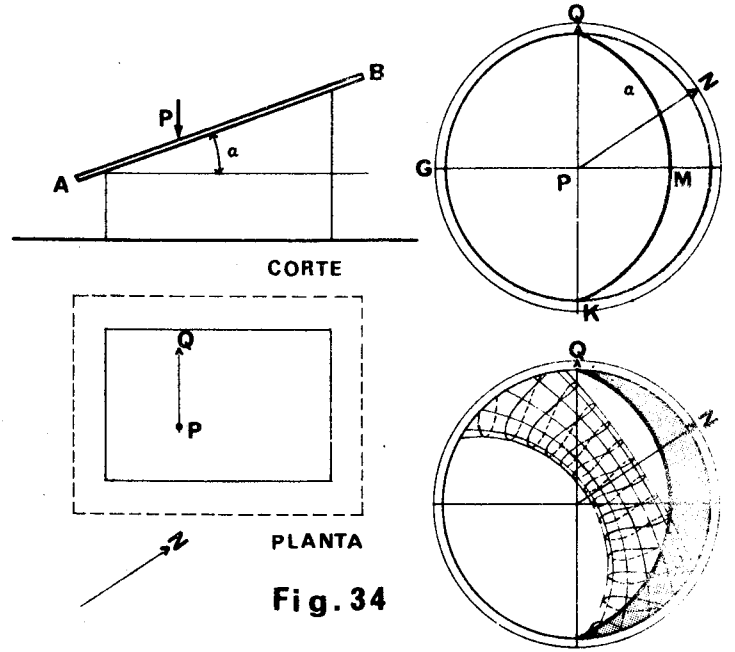


Fig. 34

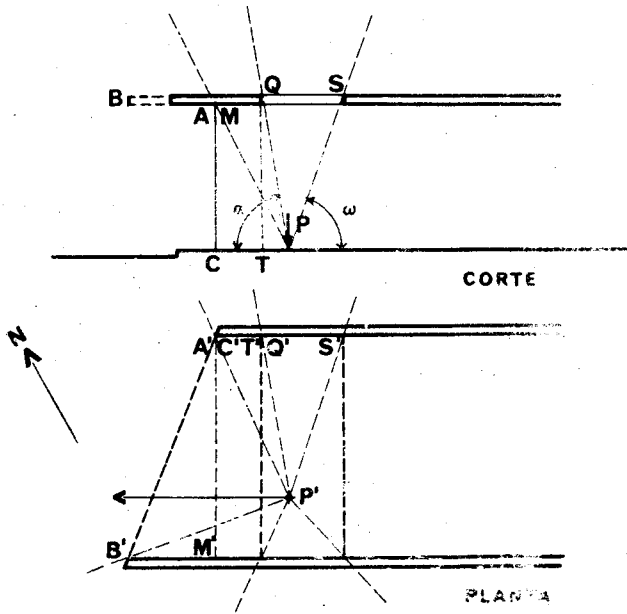


Fig. 35

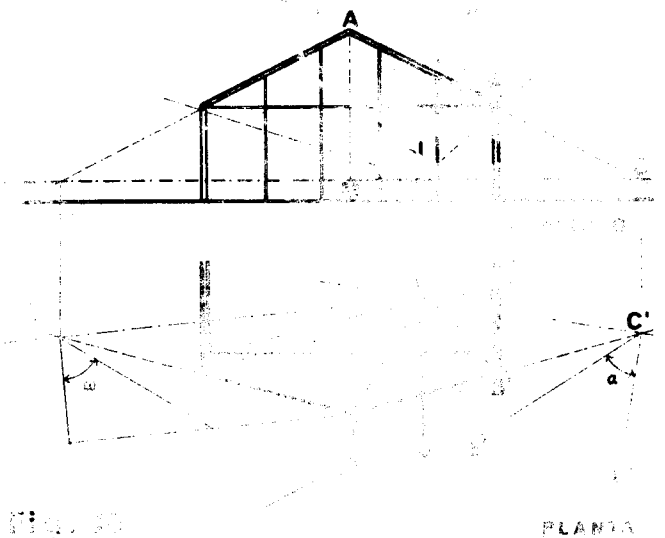
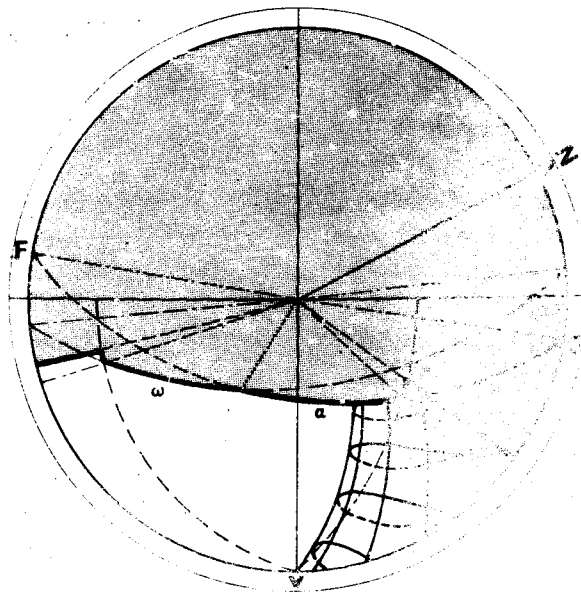
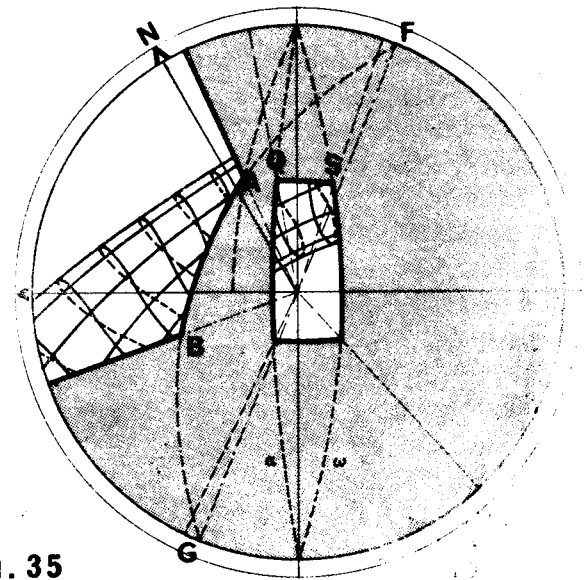


Fig. 35

PLANTA

C'D'; tomamos D'E' = MA, obteniendo el ángulo α buscado. En la figura se puede seguir todo el proceso para hallar la contestación al problema planteado.

9.6.3. En el ejercicio de la fig. 37 se evidencia la posibilidad de simplificar un trazado. En efecto: aquí es suficiente con medir los ángulos α y ω . Trazadas las proyecciones de esas líneas determinamos los puntos C, F y G mediante la intersección de las rectas anteriores con las correspondientes verticales. Por esos puntos deberán pasar las proyecciones de las líneas horizontales restantes. Este procedimiento indirecto puede introducir pequeños errores debido a imprecisiones en el dibujo. Cuando se tenga duda sobre la exactitud del trazado se comprobará con la proyección de otro punto.

9.6.4. En el ejercicio de la fig. 38 se aplican los conocimientos ya utilizados. La línea BQ se traza determinando primero el punto B por la intersección de BM y BC. Un procedimiento similar se sigue con RQ.

9.6.5. Se pide dimensionar el alero AB (fig. 39) de modo que el punto P no reciba los rayos directos del sol a partir de la hora legal 10 en el período comprendido entre el 23 de noviembre y el 21 de marzo. Trazamos la proyección estereográfica de la ventana sin alero y de la obstrucción; ponemos la orientación N y dibujamos la parte del diagrama solar que debemos eliminar con el alero. Hallamos así el punto S como posición del sol que iluminará al punto P; trazamos la curva α por ese punto, transportando ese ángulo a nuestro dibujo definiendo la dimensión AB del alero.

9.6.6. En el ejercicio de la fig. 40 se pide determinar la ubicación del volumen II, que puede ser desplazado a lo largo de AB y CD, de manera que el punto P reciba los rayos directos del sol entre las 13 y las 16 horas todos los días del año.

Proyectamos el volumen I, indicamos la orientación N y dibujamos el área QRST del diagrama solar correspondiente que debe estar libre de obstrucciones. Tomamos el eje MF, paralelo al volumen II y trazamos la curva α pasando por el extremo R. El ángulo correspondiente lo transportamos al dibujo, en la forma que se indica, definiendo así la posición buscada.

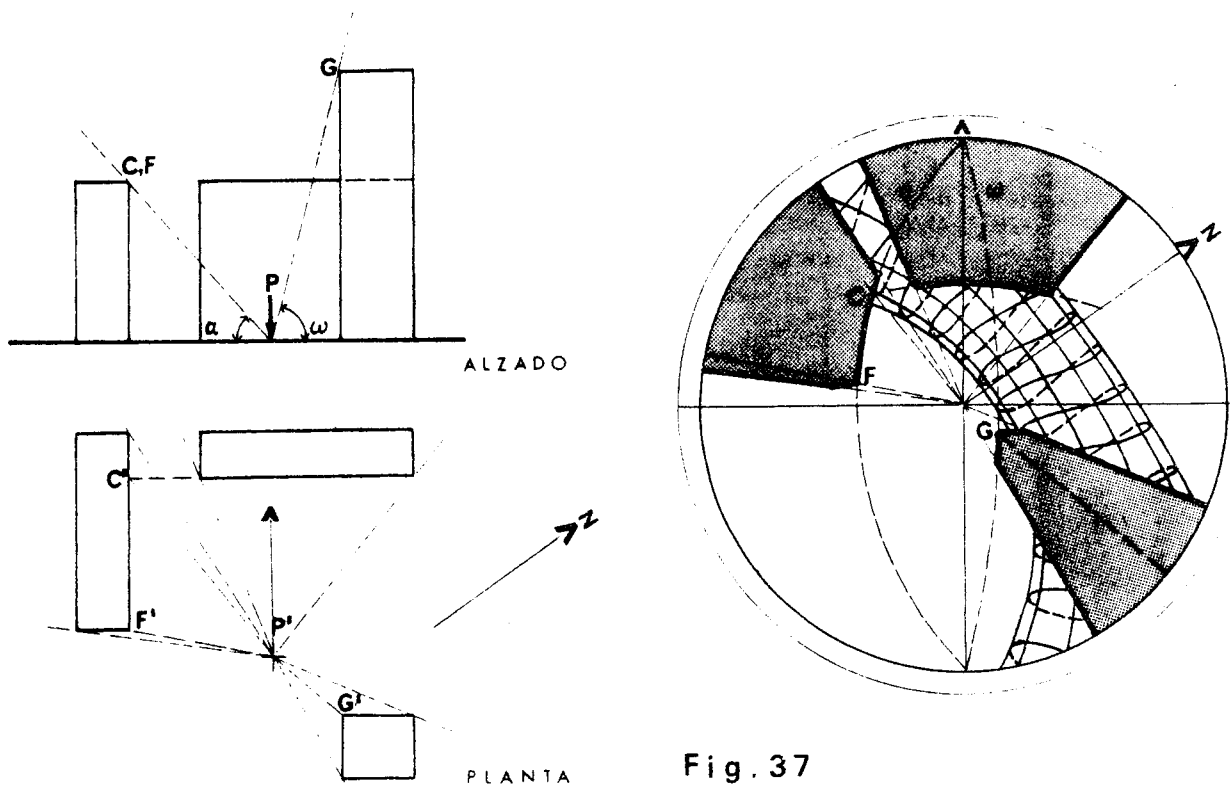


Fig. 37

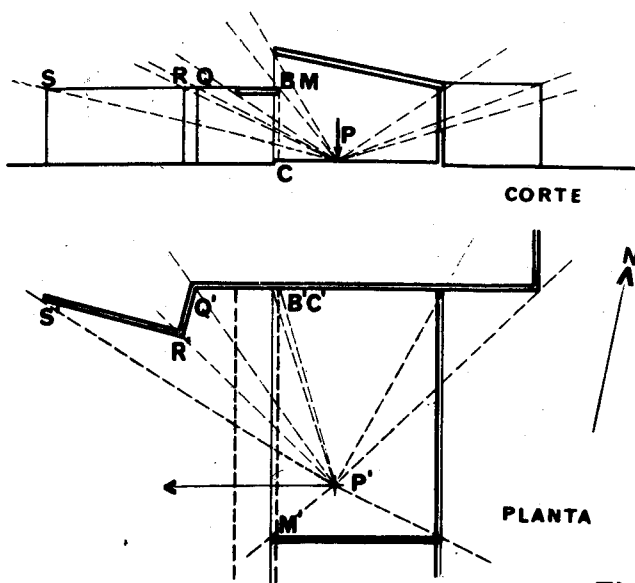


Fig. 38

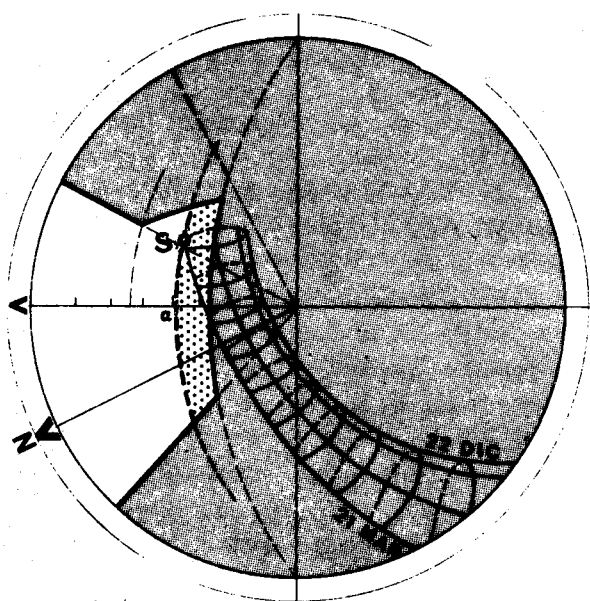
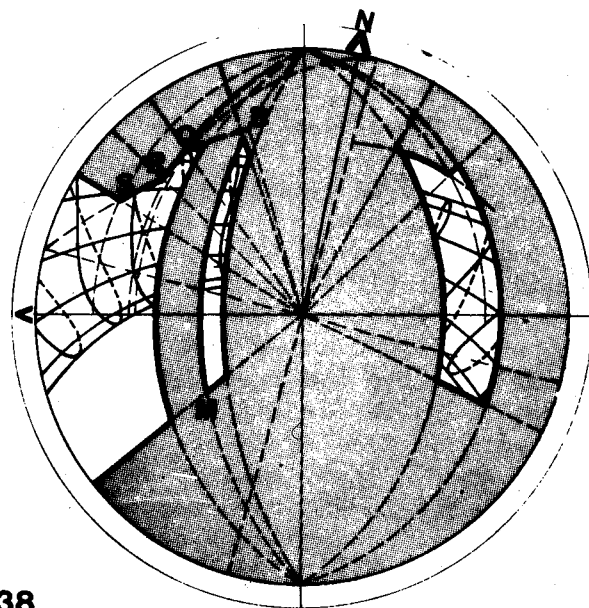


Fig. 39

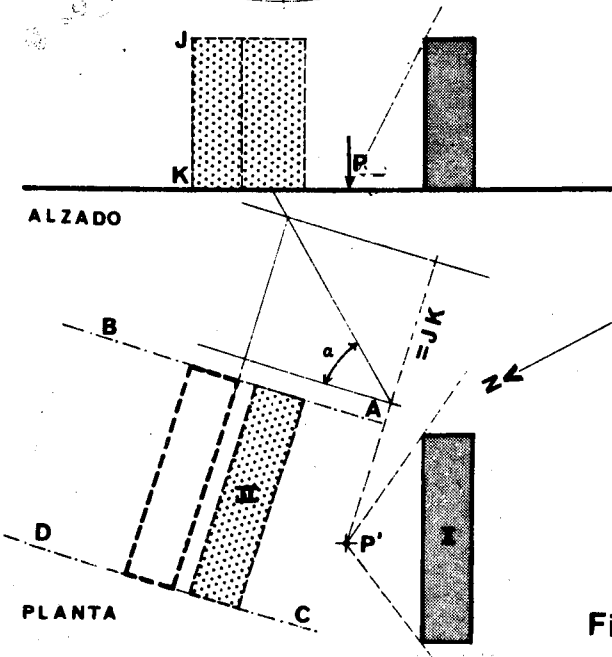
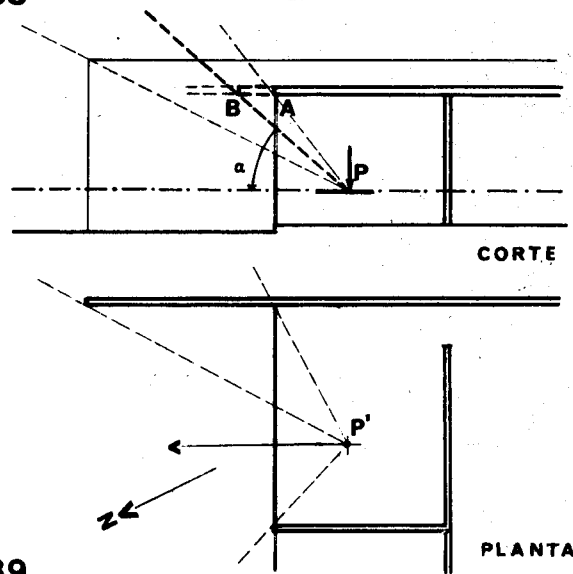
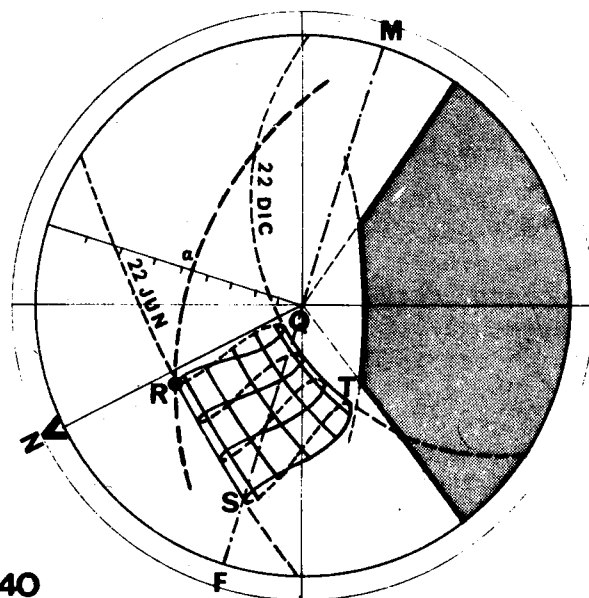


Fig. 40



9.7. Estudio de parasoles fijos.

9.7.1. Parasoles horizontales. Uno de los estudios que puede realizarse con estas proyecciones es el de determinar en qué momentos un sistema de control de la radiación solar compuesto por elementos fijos permite el paso de los rayos directos del sol.

Supongamos un parasol horizontal como el de la fig. 41. Nuestro problema no es ahora comprobar el asoleamiento de un punto sino precisar en qué momentos los rayos del sol pasan por la abertura AC, penetrando al local. Aparentemente, la solución consistiría en verificar el comportamiento de varios puntos de AC, aunque el problema es mucho más simple. Si hallamos la proyección estereográfica para los puntos B y C observamos que C es el punto que permite ver una mayor cantidad de cielo y, por consiguiente, más recorridos del sol. Por lo tanto, la proyección desde C permite dividir al diagrama solar en dos partes, como se muestra en la figura para el caso de un parasol orientado al NE; la zona sombreada señala los instantes en que los elementos del dispositivo detienen los rayos del sol, mientras que la restante indica los momentos en que pasan al interior del local. Debe observarse que sólo estamos determinando si la energía solar directa pasa por los elementos de protección, sin precisar si el fenómeno tiene poca o mucha entidad.

9.7.2. Parasoles verticales. Cuando tenemos parasoles verticales (fig. 42) supuestos de longitud infinita, sin obstrucciones, se observa que no podemos ya tomar un solo punto, el A o el B, desde que pueden haber momentos en que uno de ellos esté iluminado por el sol y el otro esté en la sombra. Lo que corresponde, en realidad, es construir y adicionar las proyecciones estereográficas para A y B. Para el punto A la parte de cielo vista sería PQR y para B, PQM. Cualquier otro punto que tomemos del espacio AB no agregaría ninguna nueva porción de cielo. Dibujada la orientación, superponemos la figura en el diagrama solar correspondiente obteniendo la contestación buscada.

9.7.3. Parasoles cruzados. En el caso de tener elementos horizontales y verticales simultáneamente (fig. 43) la solución se obtiene mediante un razonamiento análogo, superponiendo los dos procedimientos anteriores.

9.7.4. Parasoles con planos inclinados. En el problema de la fig. 44 resulta más difícil decidir sobre los puntos a elegir. Ellos son A, B y D para los cuales, respectivamente, determinamos las áreas de cielo QRST, QRV y QTY. En caso de duda se puede hacer la proyección estereográfica para otro punto y comprobar si agregamos una nueva superficie de cielo. La superficie máxima posible que se obtenga sumando las parciales es la que debe considerarse. En el caso planteado sería VSYQ.

10. RELOJ DE SOL

10.1. El reloj de sol es un instrumento que colocado en la posición indicada por su diseño señala el día y la hora mediante la sombra arrojada por un elemento opaco sobre trazos previamente dibujados (fig. 45). La forma puede ser muy variable; el único requisito conveniente es que sus superficies estén en condiciones de recibir esa sombra cuando el sol tiene poca altura.

10.2. Se han construido numerosos relojes de sol; los más complejos permiten ajustar la latitud. El que se muestra en la figura se debe al arquitecto sueco G. Pleijel; tiene la apreciable ventaja de poder ser reproducido y construido en forma sumamente económica permitiendo así su divulgación.

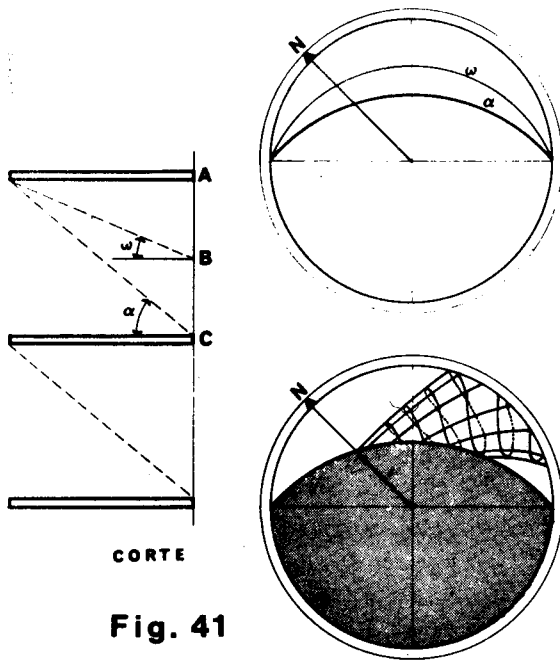


Fig. 41

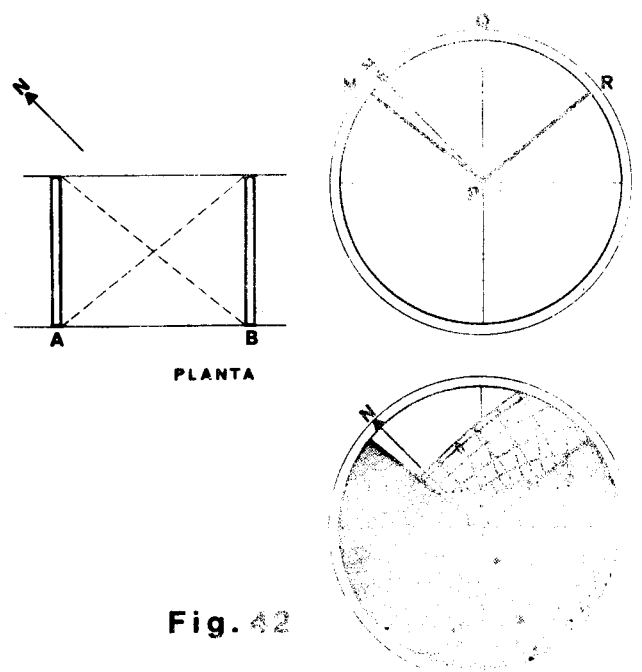


Fig. 42

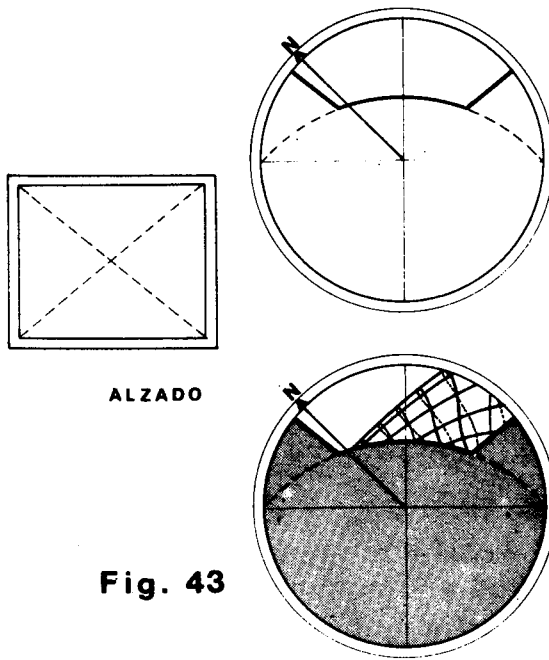


Fig. 43

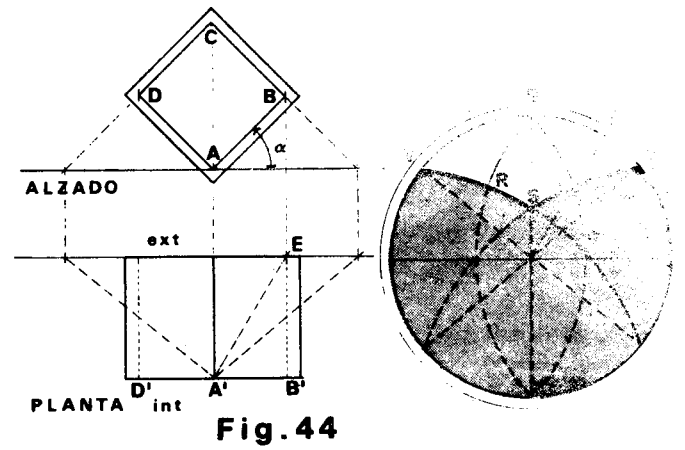


Fig. 44

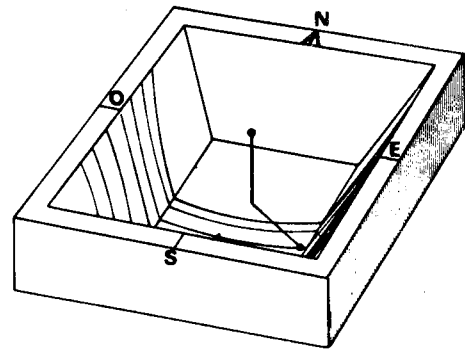


Fig. 45

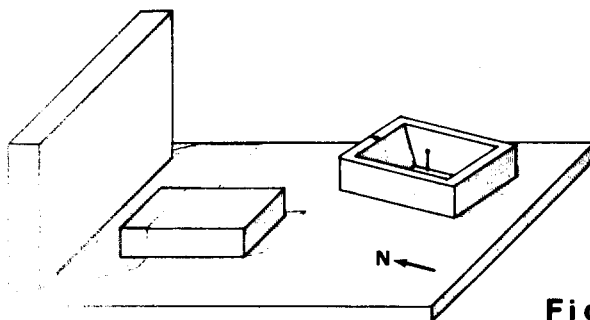


Fig. 46

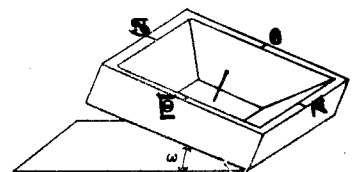


Fig. 47

10.3. Cuando colocamos a ese reloj en el plano horizontal de manera que su dirección Norte coincida con la del Norte geográfico, la sombra arrojada por la cabeza del alfiler nos da el día y la hora del punto geográfico correspondiente.

En caso de estudiar el asoleamiento de un conjunto de volúmenes (fig. 46) el procedimiento es el siguiente:

- colocamos el reloj en la tabla de forma que su base sea paralela al plano horizontal del proyecto y su Norte coincida con el del modelo;

- en esas condiciones, cuando el rayo de sol señale en el reloj, las 10 horas del día 21 de junio, por ejemplo, las sombras arrojadas por los volúmenes corresponderán a ese instante preciso;

- por lo tanto, si exponemos toda la tabla al sol o ante un foco potente de rayos poco divergentes, girándola apropiadamente hasta que el reloj señale la hora y día elegidos, estaremos reproduciendo las condiciones que se dan en la realidad para ese instante, cosa que nos permite estudiar el asoleamiento del proyecto.

10.4. En estos apuntes se incluye un reloj de sol cuyo armado es muy sencillo; sólo debe cuidarse que el centro de la cabeza del alfiler se encuentre exactamente en la intersección de las líneas Este-Oeste y Norte-Sur. Su diseño es para la latitud $\phi = 34^{\circ}50'$. Pero si levantamos el lado Norte (fig. 47) un ángulo ω , la hora y día indicados corresponderán a la latitud $\phi = 34^{\circ}50' - \omega$; de esta manera puede utilizarse para todo el país.

10.5. En el Apéndice C se indica la forma de dibujar uno de estos relojes.

REFERENCIAS

1. Solar control and shading devices. Olgyay and Olgyay. Princeton, N. Jersey, 1957.
2. Construcción racional de la casa. I parte. E.A. Griffini. Barcelona, 1950.
3. Mode d'emploi des diagrammes solaires C.S.T.B. P. Chauvel. Cahiers du Centre Scientifique et Technique du Bâtiment. Octobre 1961. Cahier 414.
4. Climate and Architecture. J.E. Aronin. U.S.A. 1953.
5. The lighting of buildings. Post-war Building Studies N°12. London 1944.
6. Sunfinder. Baker y Furnaro. 1952.
7. Acondicionamiento natural. Arq. R. Rivero. Revista del C.E.D.A. Diciembre 1958, N°28.
8. Description de la table orientable pour l'étude des ombres solaires (héliodon). Cahiers du Centre Scientifique et Technique du Bâtiment. Cahier 263.
9. Sunshine and shade in Australasia. R.O. Phillips. Commonwealth Experimental Building Station. Sydney 1951.
10. The computation of natural radiation in architecture and town planning. G. Pleijel. Stockholm 1954.
11. Parasoles I. Estudio comparativo de la eficacia de los parasoles fijos ante la radiación solar. Arq. R. Rivero. Facultad de Arquitectura. Montevideo, abril 1967.

APENDICE A. DECLINACION DEL SOL.

Los valores que se transcriben a continuación corresponden al año 1970. La declinación del sol varía anualmente; puede estimarse que en un plazo de 10 años no se producirá una variación superior a 15' para un mismo día, diferencia que es de poca significación para nuestros problemas.

<u>DIA</u>	<u>ENERO</u>	<u>FEBRERO</u>	<u>MARZO</u>	<u>ABRIL</u>	<u>MAYO</u>	<u>JUNIO</u>
1	-23°03'	-17°17'	-7°50'	+ 4°18'	+14°53'	+21°58'
2	-22°59'	-17°00'	-7°27'	+ 4°41'	+15°11'	+22°06'
3	-22°53'	-16°42'	-7°04'	+ 5°04'	+15°29'	+22°14'
4	-22°47'	-16°25'	-6°41'	+ 5°27'	+15°47'	+22°22'
5	-22°41'	-16°07'	-6°18'	+ 5°50'	+16°04'	+22°29'
6	-22°34'	-15°49'	-5°55'	+ 6°13'	+16°21'	+22°35'
7	-22°27'	-15°30'	-5°31'	+ 6°35'	+16°38'	+22°42'
8	-22°20'	-15°11'	-5°08'	+ 6°58'	+16°55'	+22°47'
9	-22°12'	-14°52'	-4°45'	+ 7°20'	+17°11'	+22°53'
10	-22°03'	-14°33'	-4°21'	+ 7°43'	+17°27'	+22°58'
11	-21°54'	-14°14'	-3°58'	+ 8°05'	+17°43'	+23°03'
12	-21°45'	-13°54'	-3°34'	+ 8°27'	+17°58'	+23°07'
13	-21°35'	-13°34'	-3°10'	+ 8°49'	+18°14'	+23°11'
14	-21°25'	-13°14'	-2°47'	+ 9°11'	+18°28'	+23°14'
15	-21°14'	-12°54'	-2°23'	+ 9°32'	+18°43'	+23°17'
16	-21°03'	-12°33'	-1°59'	+ 9°54'	+18°57'	+23°20'
17	-20°52'	-12°12'	-1°36'	+10°15'	+19°11'	+23°22'
18	-20°40'	-11°51'	-1°12'	+10°36'	+19°25'	+23°24'
19	-20°28'	-11°30'	-0°48'	+10°57'	+19°38'	+23°25'
20	-20°15'	-11°09'	-0°25'	+11°18'	+19°51'	+23°26'
21	-20°02'	-10°47'	-0°01'	+11°39'	+20°03'	+23°27'
22	-19°49'	-10°25'	+0°23'	+11°59'	+20°16'	+23°27'
23	-19°35'	-10°04'	+0°46'	+12°19'	+20°27'	+23°26'
24	-19°21'	- 9°42'	+1°10'	+12°39'	+20°39'	+23°26'
25	-19°07'	- 9°20'	+1°34'	+12°59'	+20°50'	+23°25'
26	-18°52'	- 8°57'	+1°57'	+13°18'	+21°01'	+23°23'
27	-18°37'	- 8°35'	+2°21'	+13°38'	+21°11'	+23°21'
28	-18°22'	- 8°12'	+2°44'	+13°57'	+21°22'	+23°19'
29	-18°06'		+3°08'	+14°16'	+21°31'	+23°16'
30	-17°50'		+3°31'	+14°35'	+21°41'	+23°13'
31	-17°33'		+3°54'		+21°50'	

<u>DIA</u>	<u>JULIO</u>	<u>AGOSTO</u>	<u>SETIEMBRE</u>	<u>OCTUBRE</u>	<u>NOVIEMBRE</u>	<u>DICIEMBRE</u>
1	+23°09'	+18°11'	+8°31'	- 2°56'	-14°14'	-21°42'
2	+23°05'	+17°56'	+8°09'	- 3°20'	-14°33'	-21°52'
3	+23°01'	+17°41'	+7°47'	- 3°43'	-14°52'	-22°01'
4	+22°56'	+17°25'	+7°25'	- 4°06'	-15°11'	-22°09'
5	+22°51'	+17°09'	+7°03'	- 4°29'	-15°29'	-22°17'
6	+22°45'	+16°53'	+6°41'	- 4°52'	-15°48'	-22°25'
7	+22°40'	+16°36'	+6°19'	- 5°15'	-16°06'	-22°32'
8	+22°33'	+16°20'	+5°56'	- 5°38'	-16°23'	-22°39'
9	+22°26'	+16°03'	+5°34'	- 6°01'	-16°41'	-22°46'
10	+22°19'	+15°45'	+5°11'	- 6°24'	-16°58'	-22°51'
11	+22°12'	+15°28'	+4°48'	- 6°47'	-17°15'	-22°57'
12	+22°04'	+15°10'	+4°25'	- 7°09'	-17°32'	-23°02'
13	+21°56'	+14°52'	+4°03'	- 7°32'	-17°48'	-23°07'
14	+21°47'	+14°34'	+3°40'	- 7°54'	-18°04'	-23°11'
15	+21°38'	+14°15'	+3°17'	- 8°17'	-18°19'	-23°14'
16	+21°28'	+13°57'	+2°54'	- 8°39'	-18°35'	-23°17'
17	+21°19'	+13°38'	+2°30'	- 9°01'	-18°50'	-23°20'
18	+21°09'	+13°19'	+2°07'	- 9°23'	-19°05'	-23°22'
19	+20°58'	+12°59'	+1°44'	- 9°45'	-19°19'	-23°24'
20	+20°47'	+12°40'	+1°21'	-10°07'	-19°33'	-23°25'
21	+20°36'	+12°20'	+0°57'	-10°28'	-19°47'	-23°26'
22	+20°25'	+12°00'	+0°34'	-10°50'	-20°00'	-23°27'
23	+20°13'	+11°40'	+0°11'	-11°11'	-20°13'	-23°27'
24	+20°00'	+11°20'	-0°13'	-11°32'	-20°25'	-23°26'
25	+19°48'	+10°59'	-0°36'	-11°53'	-20°38'	-23°25'
26	+19°35'	+10°38'	-0°59'	-12°14'	-20°49'	-23°23'
27	+19°22'	+10°18'	-1°23'	-12°34'	-21°01'	-23°21'
28	+19°08'	+ 9°57'	-1°46'	-12°54'	-21°12'	-23°19'
29	+18°54'	+ 9°35'	-2°10'	-13°15'	-21°22'	-23°16'
30	+18°40'	+ 9°14'	-2°33'	-13°34'	-21°33'	-23°13'
31	+18°26'	+ 8°53'		-13°54'		-23°09'

APENDICE B. TRAZADO DE UN DIAGRAMA SOLAR USANDO LA PROYECCION ESTEREOGRAFICA.

B.1. Sea la esfera de la fig. 48 en que para un observador ubicado en el paralelo ϕ al Sur del ecuador se representa la trayectoria aparente del sol AB correspondiente a una declinación δ . La proyección estereográfica sobre el plano horizontal será una circunferencia de diámetro DF cuyo centro C (fig. 49) está ubicado en la línea que señala la dirección Norte-Sur.

Establecemos la convención de que las distancias tomadas en el plano horizontal hacia el N son positivas y hacia el S negativas. Para trazar aquella circunferencia es suficiente conocer PF y PC. Si R es el radio de la esfera y tenemos en cuenta el signo que puede corresponderle a δ , hallamos:

$$(B.a) \quad PF = R \operatorname{tg} \frac{\phi + \delta}{2}$$

(B.b)
$$PC = \frac{R}{2} \left(\operatorname{tg} \frac{\phi + \delta}{2} - \operatorname{cotg} \frac{\phi - \delta}{2} \right)$$

Se deduce que el valor absoluto del radio (r) de esa circunferencia es

$$r = \frac{R}{2} \left| \operatorname{tg} \frac{\phi + \delta}{2} + \operatorname{cotg} \frac{\phi - \delta}{2} \right|$$

Si se quiere verificar la exactitud del trazado lo podemos hacer comprobando el acimut de salida y puesta del sol que está dado por la ecuación 6.e.

$$\cos Z = \operatorname{sen} \delta / \cos \phi$$

B.2. Los círculos horarios se cruzan todos en P_s y P_n (fig. 48) por lo que sus proyecciones estereográficas pasarán por M y L . El centro de estas circunferencias se encontrará entonces sobre la línea perpendicular a ML en su punto medio Q . Esa línea, en el plano horizontal, es GY (fig. 49).

Se puede demostrar que VQ (fig. 48) es perpendicular a $P_s P_n$, por lo que

(B.c)
$$PQ = R \operatorname{tg} \phi$$

También se demuestra que $OQ = QM$ (fig. 49), por lo que

(B.d)
$$QM = R / \cos \phi$$

Al círculo horario lo definimos por las distancias QG y QY siendo Y el centro. Cuando estas medidas tienen signo contrario se toman respectivamente a uno y otro lado del eje N-S.

(B.e)
$$QG = \frac{R \operatorname{sen} \theta}{\cos \phi (1 + \cos \theta)}$$

(B.f)
$$QY = - \frac{R}{\cos \phi \operatorname{tg} \theta}$$

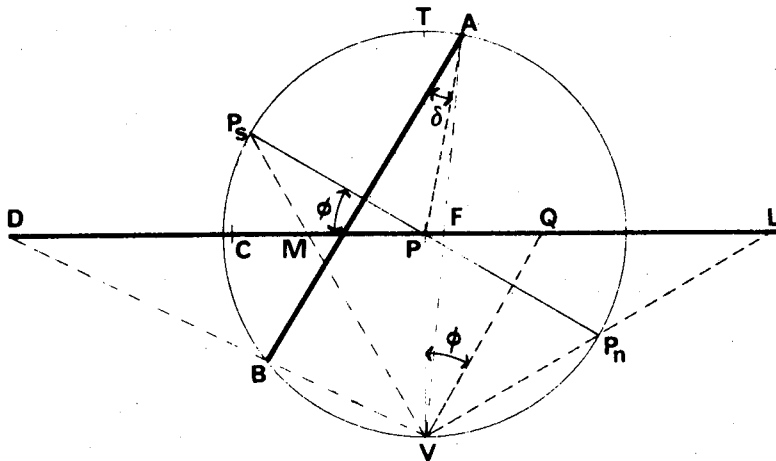


Fig. 48

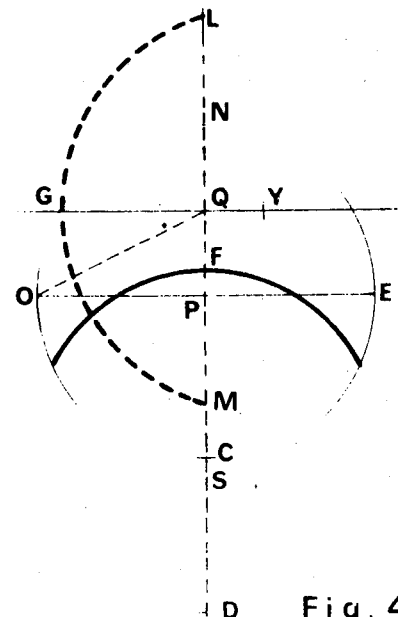


Fig. 49

B.3. Ejemplos.

B.3.1. Para un observador situado en la latitud $\phi = 30^{\circ}\text{S}$, trazar la proyección estereográfica del recorrido aparente del sol para el día 20 de noviembre en que $\delta = -19^{\circ}33'$ y el círculo horario de las 17.00 hora solar.

Respetando el signo de la declinación, hallamos;

$$(\phi + \delta)/2 = 5^{\circ}13'30''$$

$$(\phi - \delta)/2 = 24^{\circ}46'30''$$

$$PF = 0.091 R$$

$$PC = -1.038 R$$

Con estos datos efectuamos el trazado (fig. 50); comprobamos además el acimut de salida y puesta

$$\cos Z = \text{sen}(-19^{\circ}33')/\cos 30^{\circ}$$

$$Z = 180^{\circ} - 67^{\circ}16' = 112^{\circ}44'$$

Para el círculo horario tenemos:

$$\theta = (17.00 - 12.00)15 = 75^{\circ}$$

$$PQ = 0.577 R$$

$$QM = 1.155 R$$

$$QG = 0.886 R$$

$$QY = -0.309 R$$

El trazado se realiza como se indica en la fig. 50.

B.3.2. Tomamos $\phi = 5^{\circ}\text{S}$, $\delta = +23^{\circ}$. Tenemos:

$$\frac{\phi + \delta}{2} = 14^{\circ}$$

$$\frac{\phi - \delta}{2} = -9^{\circ}$$

$$PF = 0.249 R$$

$$PC = 3.282 R$$

Según lo convenido para los signos, el trazado se dibuja como en la fig. 51.

B.3.3. Para $\phi = 41^{\circ}\text{S}$ y $\delta = -23^{\circ}$, hallamos:

$$\frac{\phi + \delta}{2} = 9^{\circ}$$

$$\frac{\phi - \delta}{2} = 32^{\circ}$$

$$PF = 0.158 R$$

$$PC = -0.721 R$$

Y para la hora solar 19.00:

$$\theta = (19.00 - 12.00)15 = 105^{\circ}$$

$$PQ = 0.869 R$$

$$QM = 1.325 R$$

$$QG = 1.717 R$$

$$QY = 0.355 R$$

Con estos datos dibujamos la fig. 52.

B.3.4. Estos trazados requieren a veces un compas de vara para dibujar algunas circunferencias. La trayectoria para el 21 de junio y $\phi = 30^{\circ}\text{S}$, por ejemplo, da un radio de 8.989 R; esto supone, para un diagrama en que $R = 10$ cm, un radio de casi 90cm. Cuando esto no sea posible se determinarán varios puntos por las ec. 6.a, 6.c, 6.e.

B.3.5. Ejecutado el diagrama en hora solar es posible expresarlo en hora legal siguiendo las indicaciones del punto 5.

APENDICE C. DIBUJO DE UN RELOJ DE SOL.

C.1. El dibujo de un reloj de sol se basa en el conocimiento previo de las coordenadas del sol para las fechas y horas que se quieren graficar. Estos datos se obtienen de un diagrama conocido o por el método geométrico o el analítico es

tudiados en el punto 6.

El trazado de las sombras arrojadas por el cuerpo opaco sobre las superficies del reloj puede ejecutarse por procedimientos geométricos simples que no presentan ninguna dificultad. En este Apéndice indicaremos las ecuaciones necesarias para situar cada punto en los casos que se requiera una mayor precisión.

C.2. Para un reloj como el estudiado en estos apuntes (fig. 53), de base cuadrada, las variables principales son:

- . a = mitad del lado de la base.
- . b = altura del centro de la cabeza del alfiler.
- . γ = ángulo formado por los planos inclinados del reloj con la base.
- . H y Z, las coordenadas del sol.

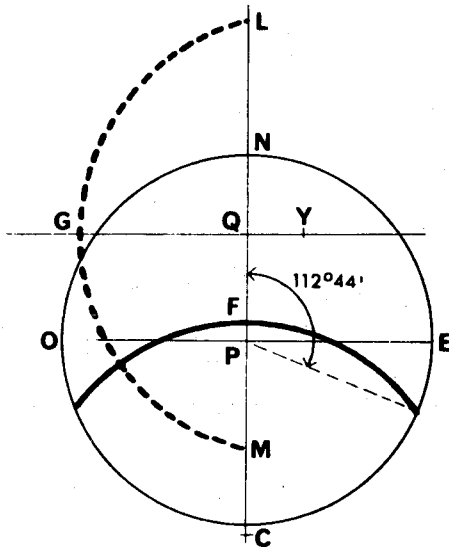


Fig. 50

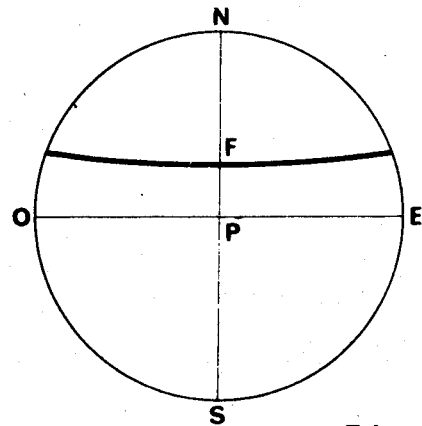


Fig. 51

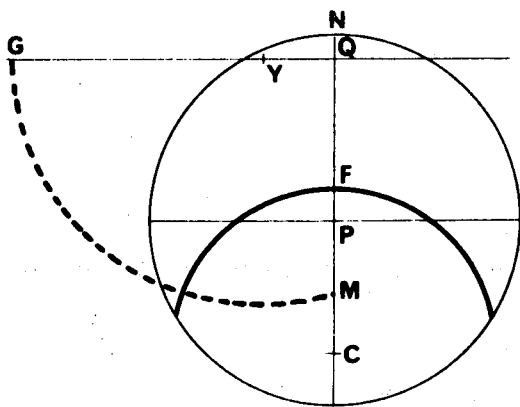


Fig. 52

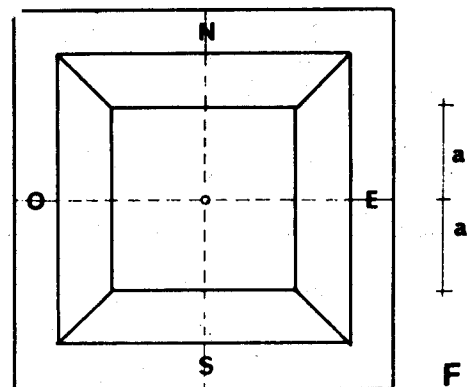
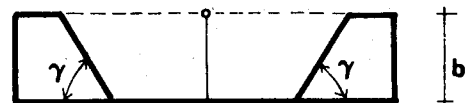


Fig. 53

C.3. Rebatimos los planos inclinados sobre el plano horizontal obteniendo la fig. 54. En ella indicaremos la ubicación de la sombra arrojada por la cabeza del alfiler en diferentes fechas, observando que se darán situaciones diferentes para los planos I, II, III y IV.

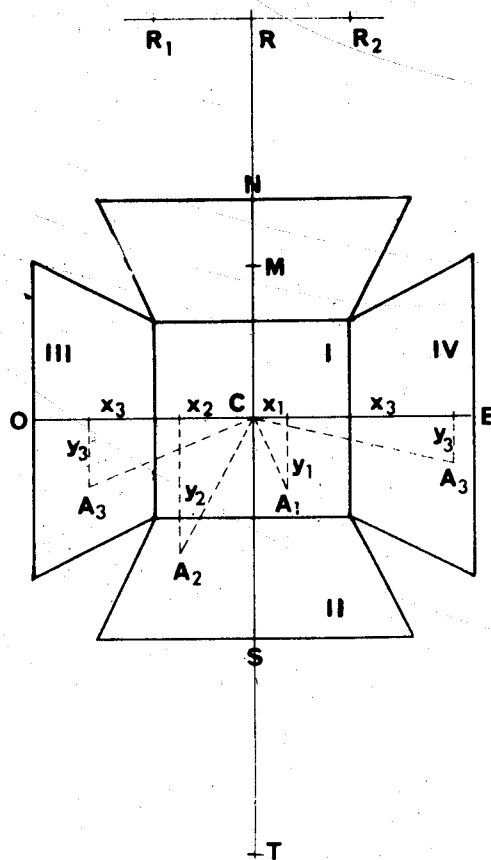


Fig. 54

Los puntos se determinan por sus coordenadas referidas a los ejes N-S y E-O; el alfiler se proyecta en C.

Sombras arrojadas sobre el plano I. (punto A_1).

$$(C.a) \quad x_1 = b \operatorname{sen} Z \operatorname{cotg} H$$

$$(C.b) \quad y_1 = b \operatorname{cos} Z \operatorname{cotg} H$$

Sombras arrojadas sobre el plano II. (punto A_2).

Siendo:

$$Q_2 = \frac{b \operatorname{cos} Z \operatorname{cotg} H - a}{\operatorname{cos} \gamma + \operatorname{sen} \gamma \operatorname{cos} Z \operatorname{cotg} H}$$

$$(C.c) \quad x_2 = \operatorname{tg} Z (Q_2 \operatorname{cos} \gamma + a)$$

$$(C.d) \quad y_2 = Q_2 + a$$

La salida y puesta del sol se encuentran sobre el borde del reloj y la abscisa x'_2

$$(C.e) \quad x'_2 = \operatorname{tg} Z (b \operatorname{cotg} \gamma + a)$$

Sombras arrojadas sobre los planos III y IV. (punto A_3).

Siendo:

$$Q_3 = \frac{b \operatorname{sen} Z \operatorname{cotg} H - a}{\operatorname{cos} \gamma + \operatorname{sen} \gamma \operatorname{sen} Z \operatorname{cotg} H}$$

$$(C.f) \quad x_3 = Q_3 + a$$

$$(C.g) \quad y_3 = \cotgZ (Q_3 \cos\gamma + a)$$

La salida y puesta del sol, en este plano, está señalada por el punto ubicado en el borde del reloj y la ordenada y'_3 .

$$(C.h) \quad y'_3 = \cotgZ (b \cotg\gamma + a)$$

C.4. En cuanto a los círculos horarios, desde que ellos pasan por el centro C o cabeza del alfiler (fig. 53) se proyectarán en otros planos según rectas. Se observa, además, que esas rectas confluirán a los puntos determinados por la intersección del eje $P_S P_N$ con el plano del reloj de sol que corresponda.

Plano I (fig. 54). Las líneas horarias se unirán en un punto M, siendo

$$(C.i) \quad CM = b \cotg\phi$$

Plano II. Aquí las líneas confluirán al punto T:

$$(C.j) \quad CT = a + \frac{a \operatorname{sen}\phi + b \operatorname{cos}\phi}{\operatorname{sen}(\gamma - \phi)}$$

Planos III y IV. Como consecuencia del rebatimiento de los planos laterales los puntos de intersección de las líneas horarias no se encuentran en el eje NS sino que se desplazan lateralmente. Para el plano III el punto será R_2 y para el IV, R_1 . Tendremos:

$$(C.k) \quad CR = \cotg\phi(a \operatorname{tg}\gamma + b)$$

$$(C.r) \quad RR_1 = RR_2 = a(1 - \operatorname{cos}\gamma)/\operatorname{cos}\gamma$$

C.5. El reloj de sol puede expresarse en hora legal siguiendo las indicaciones del punto 5.

APENDICE D. PERIODOS FRIO Y CALUROSO.

El estudio de los problemas térmicos es complejo pues incluye un gran número de variables; de ahí que un juicio crítico debe efectuarse mediante la aplicación de los diagramas solares, el conocimiento de otros datos del clima y de las propiedades térmicas de los materiales que conforman el espacio que rodea al individuo y de la función del local.

Una forma de simplificar el estudio, para llegar a una primera aproximación, es dividir al año en dos períodos: el frío y el caluroso, de manera de estar en condiciones de buscar el acceso o la eliminación de la energía solar sobre el punto.

La fecha de separación de ambos períodos se ha fijado para el día en que la temperatura media del aire es de 19°C . En otro trabajo (11) se fundamenta este criterio demostrando que, en condiciones normales, cuando en el exterior tenemos aquella temperatura en el interior se llega a una temperatura media de 22°C . La diferencia se justifica por la acción de la radiación solar sobre los cerramientos exteriores y por las fuentes de calor que generalmente existen dentro de un edificio.

Para nuestro país esos períodos tienen los siguientes límites:

PERIODO ESTADISTICO	LOCALIDAD	PERIODO CALUROSO	NUMERO DE DIAS	
			P.cal	P.frio
1940-1960	P. del Este	7 dic - 2 abr	116	249
1944-1960	Rocha	2 dic - 29 mar	117	248
1901-1960	Montevideo	23 nov - 30 mar	127	238
1948-1960	San José	12 nov - 31 mar	139	226
1940-1960	Minas	11 nov - 4 abr	144	221
1939-1960	T. y Tres	8 nov - 4 abr	147	218
1937-1960	Melo	8 nov - 5 abr	148	217
1940-1960	Colonia	4 nov - 7 abr	154	211
1937-1960	Tacuarembó	1 nov - 5 abr	155	210
1937-1960	Paysandú	25 oct - 7 abr	164	201
1944-1960	Rivera	26 oct - 9 abr	165	200
1941-1960	Mercedes	26 oct - 9 abr	165	200
1942-1960	Salto	20 oct - 11 abr	173	192
1944-1960	Artigas	13 oct - 16 abr	185	180

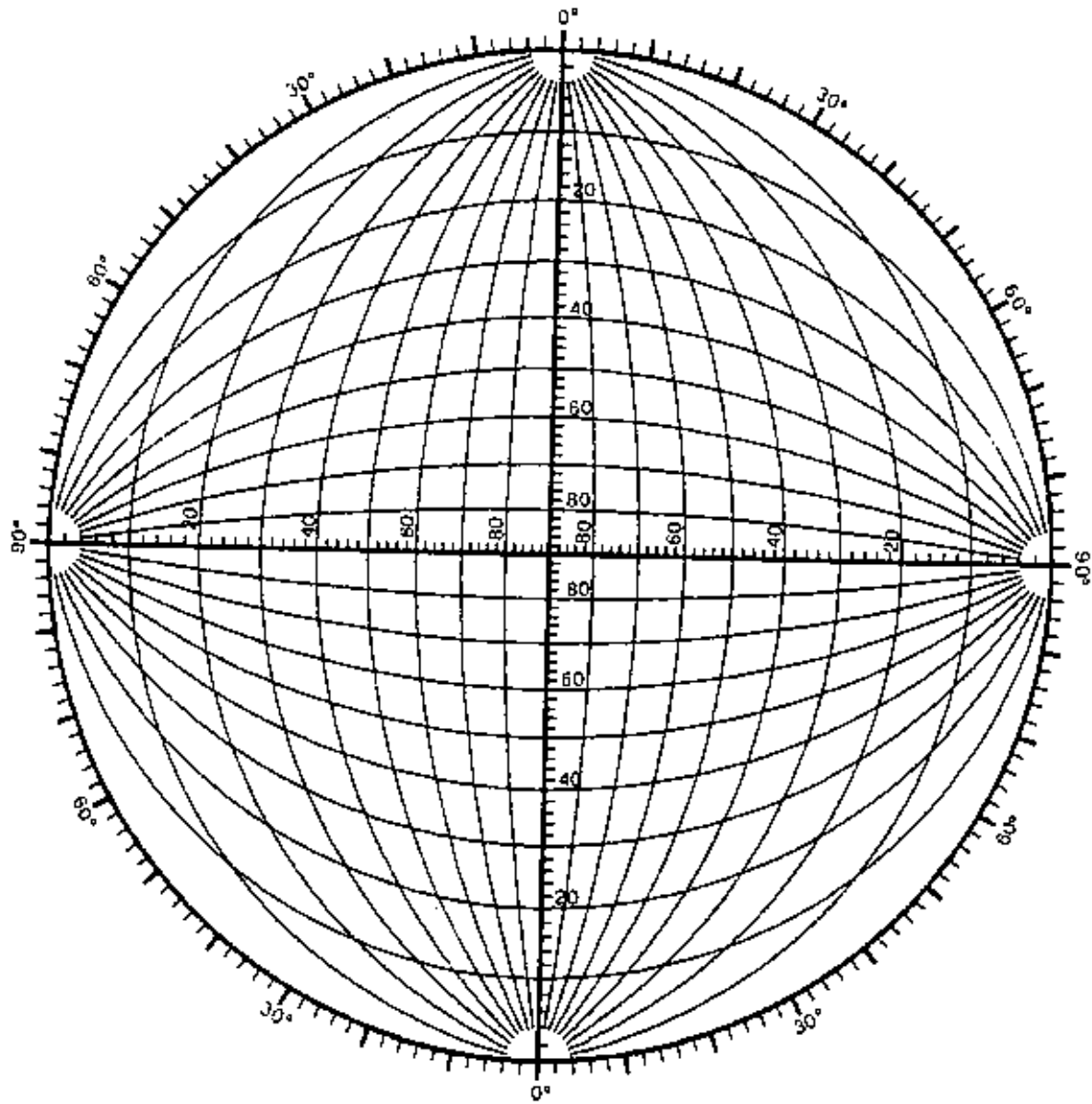
OTRAS PUBLICACIONES DEL S.C.A.A.

- Cálculo de la energía térmica de la radiación solar directa y difusa en varios planos para Montevideo. Arq. Roberto Rivero. Publicación S.C.1. Octubre, 1965.
- Frecuencias y valores medios para la insolación y nubosidad en Montevideo. Arq. Roberto Rivero y Arq. M. C. Girardin de Vanini. Publicación S.C.2. Diciembre, 1965.
- Curvas solares y gráficas auxiliar para las latitudes 31°S, 33°S y 34°50'S. Arq. Roberto Rivero. Publicación S.C.3. Julio, 1966.
- Parasoles I. Estudio comparativo de la eficacia de los parasoles fijos ante la radiación solar. Arq. Roberto Rivero. Publicación S.C.4. Abril, 1967.
- Vivienda. Especificaciones, normas de cálculo y nociones elementales sobre su acondicionamiento térmico. Arq. Roberto Rivero. Colaboradoras: Arq. M.C. Girardin de Vanini y Arq. M. Tobias de Paciuk. Publicación S.C.5. Abril, 1970.
- Iluminación Natural. Cálculo de la component cielo del factor de día. Arq. Roberto Rivero. Publicación S.C.6. Agosto, 19

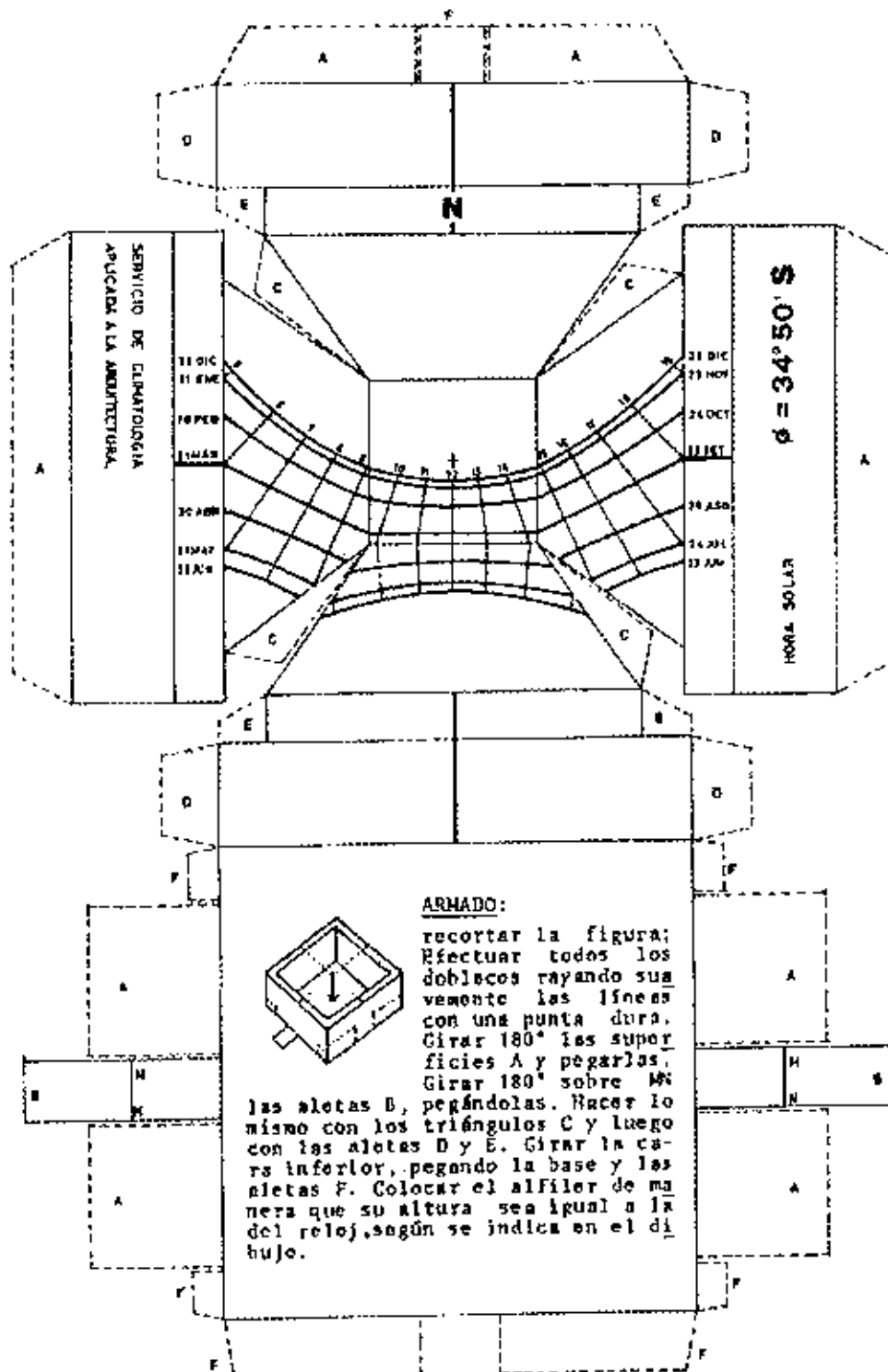
I N D I C E

1.	INTRODUCCION	1
2.	EL DIA Y LA NOCHE. LAS ESTACIONES	1
3.	TRAYECTORIAS APARENTES DEL SOL	2
4.	ACIMUT Y ALTURA	4
5.	HORA SOLAR, LOCAL Y LEGAL.	-
6.	DETERMINACION DE LAS COORDENADAS DEL SOL	
	6.1. Procedimiento geométrico	8
	6.2. Procedimiento analítico	8
	6.3. Aplicaciones	10
7.	METODOS PARA ESTUDIAR EL ASOLEAMIENTO	
	7.1. Clasificación	11
	7.2. Métodos gráficos	11
	7.3. Métodos instrumentales	13
8.	PROYECCION ESTEREOGRAFICA. GRAFICA AUXILIAR	
	8.1. La proyección estereográfica	13
	8.2. Representación de las coordenadas	14
	8.3. Diagramas solares presentados	15
	8.4. Gráfica auxiliar	16
9.	USO DE LOS DIAGRAMAS	
	9.1. Norte geográfico y norte magnético.	18
	9.2. Sombra de una vertical.	18
	9.3. Sombra de un volumen.	20
	9.4. Asoleamiento de un plano vertical	20
	9.5. Asoleamiento de un plano inclinado.	20
	9.6. Ejercicios.	20
	9.7. Estudio de parasoles fijos.	21
10.	RELOJ DE SOL	24
	REFERENCIAS	26
	APENDICE A. DECLINACION DEL SOL.	27
	APENDICE B. METODO PARA TRAZAR UN DIAGRAMA SOLAR USANDO LA PROYECCION ESTEREOGRAFICA	28
	APENDICE C. DIBUJO DE UN RELOJ DE SOL.	30
	APENDICE D. PERIODOS FRIO Y CALUROSO	33

PROYECCIÓN ESTEREOGRÁFICA GRÁFICA AUXILIAR



RELOJ SOLAR



SERVICIO DE CLIMATOLOGIA
APUNTALES A LA ARQUITECTURA

$\phi = 34^{\circ} 50' S$

HORA SOLAR

